

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Экстремальные проблемы теории функций Б1.В.ДВ.8

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Авхадиев Ф.Г.

Рецензент(ы):

Шабалин Павел Леонидович

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (профессор) Авхадиев Ф.Г. Кафедра теории функций и приближений отделение математики, Farit.Avhadiev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Экстремальные проблемы теории функций" является: изучение основных приемов и методик составления и обоснования точных неравенств, возникающих как в теории функций вещественного и комплексного переменных, так и в приложениях к геометрии, физике, механике, химии и т.п. Курс обязательно должен сопровождаться практическими занятиями, где студенты обязаны решить определенное количество задач, используя известные методы. В результате выпускник должен уметь решать широкий круг минимаксных задач с использованием изученных методов и понимать, какие методы лежат в основе широко используемых неравенств в различных областях математики, в частности, оценок погрешности численных алгоритмов

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.8 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Б3.ДВ.3. Дисциплина входит в число курсов по выбору. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики и функционального анализа. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, вычислительного практикума, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием и обоснованием применяемых методов на основе точных или грубых неравенств, решением конкретных задач из механики, физики и т.п. Осваивается на четвертом курсе (7 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции | Расшифровка приобретаемой компетенции |
|---|--|
| ОПК-3 (профессиональные компетенции) | способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе |
| ПК-3 (профессиональные компетенции) | способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата |
| ПК-7 (профессиональные компетенции) | способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать: классические неравенства теории функций, основные методы и алгоритмы решения математических задач на экстремум, иметь представление о существующих приложениях;

2. должен уметь:

уметь: корректно составлять задачи на экстремум, разрабатывать методы доказательства оценок для функционалов, применять известные неравенства для вывода новых;

3. должен владеть:

владеть: методами и технологиями решения задач теории функций на экстремум.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

корректно составлять задачи на экстремум, разрабатывать методы доказательства оценок для функционалов, применять известные неравенства для вывода новых, пользоваться методами и технологиями решения задач теории функций на экстремум.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 1. | Тема 1. Классические неравенства для средних и интегралов | 7 | 1-2 | 2 | 2 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Элементы выпуклого анализа | 7 | 3-4 | 2 | 2 | 0 | Устный опрос |
| 3. | Тема 3. Геометрические неравенства | 7 | 5-6 | 2 | 2 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Монотонные интегральные функцио-налы | 7 | 7 | 2 | 2 | 0 | Устный опрос |
| 5. | Тема 5. Экстремальные задачи теории функций в математической физике | 7 | 8-9 | 2 | 2 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Теоремы сравнения норм в функцио-нальных пространствах | 7 | 10-11 | 2 | 2 | 0 | Устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины/ Модуля | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) | | | Текущие формы контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|-----------------------------------|
| | | | | Лекции | Практические занятия | Лабораторные работы | |
| 7. | Тема 7. Экстремальные задачи геометрической теории функций | 7 | 12-13 | 2 | 2 | 0 | Контрольная работа |
| 8. | Тема 8. Экстремальные задачи теории приближений | 7 | 14-15 | 2 | 2 | 0 | Письменное домашнее задание |
| 9. | Тема 9. Численные методы | 7 | 16-17 | 2 | 2 | 0 | Устный опрос |
| | Тема . Итоговая форма контроля | 7 | | 0 | 0 | 0 | Зачет |
| | Итого | | | 18 | 18 | 0 | |

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Классические неравенства для средних и интегралов

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Теоремы сравнения для арифметических, геометрических и гармонических средних. Неравенства Коши-Буняковского-Шварца, и Гёльдера для интегралов. Интегральные неравенства Минковского и неравенства Юнга.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач по теме лекции.

Тема 2. Элементы выпуклого анализа

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Выпуклые функции. Необходимые и достаточные условия выпуклости для гладких функций. Неравенство Йенсена и его применения. Двойственная характеристика выпуклых функций

практическое занятие (2 часа(ов)):

Устный опрос. Решение задач по теме лекции.

Тема 3. Геометрические неравенства

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Классическое изопериметрическое неравенство и его обобщение. Суммы Минковского для множеств. Неравенство Брунна-Минковского. Обобщенное неравенство Брунна-Минковского и его применение.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Проверка домашнего задания. Решение задач по теме лекции

Тема 4. Монотонные интегральные функционалы

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Неравенство Гаусса-Винклера из теории вероятностей. Аналоги неравенства Гёльдера-Йенсена. Понятие изопериметрической монотонности функционалов. Примеры. Теоремы сравнения для степенных моментов областей.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Устный опрос. Решение задач по теме лекции

Тема 5. Экстремальные задачи теории функций в математической физике

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Собственные числа задачи Дирихле для уравнения Лапласа. Формулы Пуанкаре для собственных значений. Гипотеза Релея, подход Фабера и Крана. Жесткость кручения упругой балки. Формулы Кулона, Коши и Сен-Венана. Изопериметрическое свойство жесткости кручения.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Проверка домашнего задания. Решение задач по теме лекции

Тема 6. Теоремы сравнения норм в функцио-нальных пространствах

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Нормы в конечномерных пространствах и бесконечномерных функциональных пространствах. Теоремы сравнения для норм и их применения. Теоремы вложения в пространствах Соболева.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Устный опрос. Решение задач по теме лекции

Тема 7. Экстремальные задачи геометрической теории функций

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Описание базовых задач геометрической теории функций. Лемма Шварца и теорема Каратеодори-Фейера для унимодулярных функций. Метрика Пуанкаре и конформный радиус, принципы гиперболической метрики.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач по теме лекции. Контрольная работа.

Тема 8. Экстремальные задачи теории приближений

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Экстремальные задачи теории приближений. Доказательство теоремы Вейерштрасса об аппроксимации непрерывной функции алгебраическими полиномами. Базовые теоремы Джексона об аппроксимации гладких функций. Точные оценки погрешности при приближенном решении интегральных уравнений.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Разбор результатов контрольной работы. Решение задач по теме лекции

Тема 9. Численные методы

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Численные методы в экстремальных задачах.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач по теме лекции. Устный опрос.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Классические неравенства для средних и интегралов | 7 | 1-2 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| 2. | Тема 2. Элементы выпуклого анализа | 7 | 3-4 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |
| 3. | Тема 3. Геометрические неравенства | 7 | 5-6 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| 4. | Тема 4. Монотонные интегральные функцио-налы | 7 | 7 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |

| N | Раздел Дисциплины | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 5. | Тема 5. Экстремальные задачи теории функций в математической физике | 7 | 8-9 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| 6. | Тема 6. Теоремы сравнения норм в функцио-нальных пространствах | 7 | 10-11 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |
| 7. | Тема 7. Экстремальные задачи геометрической теории функций | 7 | 12-13 | подготовка к контрольной работе | 4 | контрольная работа |
| 8. | Тема 8. Экстремальные задачи теории приближений | 7 | 14-15 | подготовка домашнего задания | 4 | домашнее задание |
| 9. | Тема 9. Численные методы | 7 | 16-17 | подготовка к устному опросу | 4 | устный опрос |
| | Итого | | | | 36 | |

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций практических занятий по решению задач с использованием изучаемых методов и проведение контрольных мероприятий (экзамена, зачета и промежуточного тестирования).

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Классические неравенства для средних и интегралов

домашнее задание , примерные вопросы:

теоремы сравнения для классических средних величин: арифметического, геометрического, гармонического и их аналогов

Тема 2. Элементы выпуклого анализа

устный опрос , примерные вопросы:

критерии выпуклости для гладких функций, неравенство Йенсена, его специальные случаи и применения

Тема 3. Геометрические неравенства

домашнее задание , примерные вопросы:

классическое изопериметрическое неравенство, неравенство Брунна-Минковского их обобщения и применения

Тема 4. Монотонные интегральные функцио-налы

устный опрос , примерные вопросы:

монотонность моментов областей и их обобщения

Тема 5. Экстремальные задачи теории функций в математической физике

домашнее задание , примерные вопросы:

экстремальные задачи для физических функционалов, определяемых как решения краевых задач для уравнений эллиптического типа или вариационных проблем

Тема 6. Теоремы сравнения норм в функцио-нальных пространствах

устный опрос , примерные вопросы:

различные определения норм в конечномерных пространствах и их сравнение, обобщения

Тема 7. Экстремальные задачи геометрической теории функций

контрольная работа , примерные вопросы:

проблемы коэффициентов теории однолистных функций, задачи сравнения функционалов двух геометрий (Евклида и Лобачевского) областей на плоскости

Тема 8. Экстремальные задачи теории приближений

домашнее задание , примерные вопросы:

теоремы Вейерштрасса и Джексона, оценки погрешности квадратурных формул

Тема 9. Численные методы

устный опрос , примерные вопросы:

фундаментальные методы приближенного решения нелинейных алгебраических и линейных дифференциальных уравнений

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков путем:

- 1) промежуточных контрольных работ;
- 2) экзамена в конце семестра;
- 3) зачета в конце семестра;
- 4) проверки и приема текущих семестровых заданий.

7.1. Основная литература:

1. Авхадиев, Ф.Г. Неравенства для интегральных характеристик областей: [учеб. пособие] / Ф. Г. Авхадиев. -Казань: Казанский университет, 2006. -140 с. -
<http://kpfu.ru/math/elektronnye-resursy/uchebnye-i-metodicheskie-materialy/uchebnye-i-metodicheskie-ma>
2. Авхадиев, Ф.Г. Введение в геометрическую теорию функций : [учебное пособие] / Ф. Г. Авхадиев . - Казань : Казанский университет, 2012 . - 127 с. -
http://kpfu.ru/portal/docs/F_896826336/Avhadiev._Vvedenie.v.geometricheskiju.teoriju.funkcij.pdf.
- 3.Шабунин М.И. Сидоров Ю.В. - Теория функций комплексного переменного. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2013. - 248с. // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=42610

7.2. Дополнительная литература:

1. Натансон, И.П. Теория функций вещественной переменной: учебник для вузов / И. П. Натансон. -Изд. 5-е, стереотип. -Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2008. -560 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284
2. Зверович, Э.И. Вещественный и комплексный анализ. В 6 ч. Ч. 2. Интегральное исчисление функций скалярного аргумента. Ч. 3. Дифференциальное исчисление функций векторного аргумента [Электронный ресурс] : учеб. пособие / Э.И. Зверович. - Минск: Выш. шк., 2008. - 306 с. -
<http://znanium.com/bookread2.php?book=505151>.

3.Свешников А.Г. Теория функций комплексной переменной: учебник / А.Г. Свешников, А.Н. Тихонов, - 6-е изд. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 336 с. -

<http://znanium.com/bookread2.php?book=544573>.

7.3. Интернет-ресурсы:

Большая научная библиотека - <http://sci-lib.com/subject.php?subject=1&pp=1>

Википедия - Портал:Математика - <http://ru.wikipedia.org/wiki/Портал:Математика>

Научная библиотека им Н.И. Лобачевского - http://kpfu.ru/main_page?p_sub=5056

Общероссийский математический портал Math-Net.Ru. - <http://www.mathnet.ru/>

Публичная электронная библиотека. - <http://www.plib.ru/library/subcategory/32.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Экстремальные проблемы теории функций" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

При освоении дисциплины для выполнения лабораторных работ необходимы классы персональных компьютеров с набором базового программного обеспечения разработчика - системы программирования на языках C/C++, с возможностью многопользовательской работы и централизованного администрирования.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО с учетом рекомендаций и ПрООП ВПО по направлению и профилю подготовки

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Авхадиев Ф.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Шабалин Павел Леонидович _____

"__" _____ 201__ г.