

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

_____ 20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Вариационное исчисление и методы оптимизации Б1.В.ОД.6

Направление подготовки: 01.03.01 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Агачев Ю.Р.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 81724318

Казань
2018

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Juriy.Agachev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Вариационное исчисление и методы оптимизации" являются: изучение основных классов экстремальных задач в конечномерных и бесконечномерных пространствах, исследование необходимых и достаточных условий оптимальности в этих задачах, умение использования принципа Лагранжа и численных методов при решении различных прикладных задач, сводящихся к тем или экстремальным задачам. Курс обязательно должен сопровождаться лабораторными (практическими) занятиями, где рассматриваются вопросы по применению теории и построению численных методов решения конкретных экстремальных задач. В результате выпускник должен понимать основные идеи, лежащие в основе теоретического исследования экстремальных задач и численных методов их решения, роль этих методов в современной математике и других науках, их практическое применение и возможности, обладать теоретическими знаниями основных критериев оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, приобрести навыки применения критериев оптимальности и численных методов для различных классов экстремальных задач, умения довести их до числа.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.01 Математика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла профессиональных дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовностью использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в будущей профессиональной деятельности
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью к самостоятельной научно-исследовательской работе

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью находить, анализировать, реализовывать программно и использовать на практике математические алгоритмы, в том числе с применением современных вычислительных систем
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью к определению общих форм и закономерностей отдельной предметной области
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью строго доказать утверждение, сформулировать результат, увидеть следствия полученного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью использовать методы математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере, в экономике, бизнесе и гуманитарных областях знаний

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач.

2. должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа.

3. должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для указанных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

к применению основных критериев оптимальности при решении задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, основных численных методов и алгоритмов решения указанных задач

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации	7	1	4	0	2	Устный опрос
2.	Тема 2. Элементы выпуклого анализа	7	2-3	4	0	4	Устный опрос
3.	Тема 3. Задачи выпуклого программирования	7	4-5	4	0	4	Тестирование
4.	Тема 4. Задачи математического программирования	7	6-8	4	0	6	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Задачи линейного программирования	7	9-11	6	0	6	Контрольная работа
6.	Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	7	12	2	0	2	Устный опрос
7.	Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	7	13-15	5	0	6	Тестирование
8.	Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования	7	15-16	3	0	2	Контрольная работа
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	7	1-4	6	0	8	Контрольная работа
10.	Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	7	5-6	4	0	4	Устный опрос
11.	Тема 11. Задачи оптимального управления	7	7-8	6	0	4	Контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	7	9-11	6	0	6	Тестирование
4.2 Содержание дисциплины							
	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации						
	Тема: Итоговая лекционная работа (4 часа(ов)):			0	0	0	Экзамен
	Направление спуска. Достаточное условие для направления спуска. Необходимые и достаточные условия оптимальности			54	0	54	
	лабораторная работа (2 часа(ов)):						

Решение задач с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности. Нахождение критических точек. Исследование их на точки локального и глобального минимума (максимума)

Тема 2. Элементы выпуклого анализа

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Выпуклые множества. Отделимость множеств. Теоремы об отделимости множества и точки, двух множеств. Выпуклые функции. Критерии выпуклости негладкой и гладкой функций. Субградиент функции и его геометрический смысл. Необходимые и достаточные условия существования субградиента в точке

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Исследование множеств и функций на выпуклость. Построение субградиента функции в точке

Тема 3. Задачи выпуклого программирования

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Необходимые и достаточные условия оптимальности в терминах субградиента и градиента функции. Конус возможных направлений. Необходимые условия оптимальности в общей конечномерной экстремальной задаче

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач выпуклого программирования с помощью критериев оптимальности

Тема 4. Задачи математического программирования

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Необходимые условия оптимальности в терминах множеств. Необходимые условия оптимальности в терминах градиента функции. Теоремы Джона и Куна-Таккера. Правило множителей Лагранжа. Достаточные условия оптимальности в терминах псевдовыпуклых и квазивыпуклых функций. Элементы теории двойственности для задач математического программирования. Слабая и сильная теоремы двойственности. Седловая точка функции Лагранжа. Теоремы о седловой точке

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Правило множителей Лагранжа. Нахождение допустимых критических точек в задачах математического программирования. Исследование их на точки локального и глобального экстремума

Тема 5. Задачи линейного программирования

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Двойственные задачи линейного программирования. Каноническая задача линейного программирования. Угловая точка в канонической задаче. Критерий угловой точки. Теоремы об угловой точке. Симплекс-метод решения канонической задачи линейного программирования. Свойство конечности алгоритма симплекс-метода для невырожденной и вырожденной задач линейного программирования. Существование угловой точки. Критерий разрешимости канонической задачи линейного программирования. Приложение к общей задаче линейного программирования

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Симплекс-метод решения канонической задачи. Метод искусственного базиса и двойственный симплекс-метод. Применение к решению общей задачи линейного программирования

Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Методы деления пополам, золотого сечения, Фибоначчи, дихотомии, касательных. Метод ломаных нахождения точки глобального минимума

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение экстремальных задач с помощью методов золотого сечения, касательных и ломаных

Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

лекционное занятие (5 часа(ов)):

Градиентные методы, метод Ньютона и его модификации. Методы циклического покоординатного спуска и Хука-Дживса. Сходимость методов. О квазиньютоновских методах и методах сопряженных направлений

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Решение задач: 1) градиентным методом с дискретным шагом и методом наискорейшего спуска; 2) методом циклического покоординатного спуска; 3) методом Ньютона; 4) методом сопряженных градиентов

Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования

лекционное занятие (3 часа(ов)):

Сведение к безусловным задачам: методы штрафных и барьерных функций. Методы проектирования на область: методы проекций градиента и условного градиента. Методы множителей Лагранжа и его модификации. Методы возможных направлений

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Решение задачи математического программирования методом штрафных функций

Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Простейшая задача вариационного исчисления. Лемма Дюбуа-Реймона. Необходимое условие слабого экстремума в простейшей задаче: уравнение Эйлера. Задача Больца. Необходимые условия слабого экстремума в задаче Больца: уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Перенос результатов на векторный случай. Изопериметрическая задача. Необходимое условие слабого экстремума. Приложение к решению задачи Дидоны. Задача Лагранжа. Необходимые условия слабого экстремума. Задача со старшими производными. Уравнение Эйлера-Пуассона. Задача с подвижными концами. Необходимые условия экстремума в задаче с подвижными концами. Кратные интегралы. Многомерные экстремальные задачи. Необходимое условие экстремума в простейшей многомерной задаче: уравнение Эйлера-Остроградского

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Решение задач вариационного исчисления с использованием необходимых условий слабого локального экстремума. Исследование полученных "точек" с помощью необходимых и достаточных условий второго порядка

Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Необходимое условие сильного минимума: условие Вейерштрасса. Лемма о скруглении углов и ее следствие. Необходимые условия слабого минимума: условия Лежандра и Якоби. Поле экстремалей. Достаточные условия слабого и сильного экстремумов в простейшей задаче вариационного исчисления: усиленные условия Лежандра и Якоби. Приложение к решению задачи о брахистохроне

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение задач в слабой и сильной постановках. Исследование связи двух постановок. Исследование критических "точек" на точки слабого и сильного экстремумов

Тема 11. Задачи оптимального управления

лекционное занятие (6 часа(ов)):

О принципе максимума Понтрягина для задачи оптимального управления в понтрягинской форме. Доказательство принципа максимума для простейшей задачи оптимального управления. Решение задачи о быстродействии. Задачи оптимального управления в ляпуновской форме. Необходимые условия оптимальности. Задачи оптимального управления, линейные по фазовым траекториям. Сведение к задачам в ляпуновской форме. Приложение к задачам теории приближения

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение конкретных простейших задач оптимального управления на основе принципа Понтрягина

Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

лекционное занятие (6 часа(ов)):

Прямые методы решения задач вариационного исчисления. Минимизирующая последовательность. Методы Эйлера и Рунге построения минимизирующей последовательности. Сходимость методов Эйлера и Рунге для простейшей задачи вариационного исчисления. О численных методах решения задач оптимального управления

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Построение минимизирующей последовательности методами Эйлера и Рунге. Исследование вопросов сходимости

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации	7	1	Изучение рекомендуемой литературы	1	Тест, проверка на зачете
2.	Тема 2. Элементы выпуклого анализа	7	2-3	Изучение рекомендуемой литературы	1	Устный опрос, проверка на зачете
3.	Тема 3. Задачи выпуклого программирования	7	4-5	Изучение рекомендуемой литературы, анализ экстремальных задач	1	Тест, проверка на зачете

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Задачи математического программирования	7	6-8	Изучение рекомендуемой литературы	1	Проверка на зачете
				подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
5.	Тема 5. Задачи линейного программирования	7	9-11	Изучение рекомендуемой литературы	1	Проверка на зачете
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
6.	Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	7	12	Изучение рекомендуемой литературы	1	Проверка на зачете
7.	Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	7	13-15	Изучение рекомендуемой литературы	1	Проверка на зачете
				подготовка к тестированию	1	тестирование
8.	Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования	7	15-16	Изучение рекомендуемой литературы	1	Проверка на зачете
				Решение задач	2	Тест
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке	7	1-4	Изучение рекомендуемой литературы	9	Проверка на зачете
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				Решение задач, применение необходимых и достаточных условий экстремума	7	Выполнение контрольного задания
10.	Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок	7	5-6	Изучение рекомендуемой литературы	3	Устный опрос, проверка на зачете
				подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Задачи оптимального управления	7	7-8	Изучение рекомендуемой литературы	10	Проверка на зачете
				подготовка к контрольной работе	1	контрольная работа
				Решение задач	3	Выполнение контрольного задания
12.	Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	7	9-11	Изучение рекомендуемой литературы	4	Проверка на зачете
				подготовка к тестированию	2	тестирование
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и лабораторных занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (зачетов, промежуточного тестирования).

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Задачи безусловной гладкой оптимизации

Тест, проверка на зачете , примерные вопросы:

В тестовых примерах умение выявить точки локального и глобального экстремумов, провести анализ точек на точки экстремума. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий экстремума

Тема 2. Элементы выпуклого анализа

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Устный опрос предполагает выяснение знания определений выпуклого множества и выпуклой функции, методики проверки их на выпуклость. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий выпуклости функции

Тема 3. Задачи выпуклого программирования

Тест, проверка на зачете , примерные вопросы:

В тестовых примерах умение выявить точки глобального минимума, провести анализ точек на точки минимума. На зачете проверка знаний необходимых и достаточных условий глобального минимума

Тема 4. Задачи математического программирования

домашнее задание , примерные вопросы:

Предлагается решить задачу математического программирования на плоскости

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание необходимых и достаточных условий оптимальности

Тема 5. Задачи линейного программирования

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение задачи линейного программирования методом искусственного базиса

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для канонической задачи линейного программирования и симплекс-метода ее решения

Тема 6. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач гладкой и негладкой оптимизации

Тема 7. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач гладкой и негладкой оптимизации, теорем о сходимости методов

тестирование , примерные вопросы:

Умение применить конкретные численные методы

Тема 8. Численные методы решения задач математического программирования

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание алгоритмов методов решения задач математического программирования путем сведения к более простой задаче (в частности, к безусловной)

Тест , примерные вопросы:

Умение записывать алгоритм конкретного метода штрафных (или барьерных) функций

Тема 9. Задачи вариационного исчисления в слабой постановке

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению задачи Лагранжа вариационного исчисления

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение векторной задачи вариационного исчисления

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для задачи Лагранжа вариационного исчисления (в слабой постановке) и ее частных случаев

Тема 10. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой и сильной постановках. Связь двух постановок

устный опрос , примерные вопросы:

Умение различать две постановки задач вариационного исчисления

Устный опрос, проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание двух постановок для простейшей задачи вариационного исчисления, необходимых и достаточных условий в задаче в слабой и сильной постановках

Тема 11. Задачи оптимального управления

Выполнение контрольного задания , примерные вопросы:

Индивидуальное самостоятельное контрольное задание по решению простейшей задачи оптимального управления

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение не векторной задачи оптимального управления

Проверка на зачете , примерные вопросы:

Знание теории для простейшей задачи оптимального управления, умение применять на практике теорию для общей задачи оптимального управления в понтрягинской форме

Тема 12. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

Проверка на зачете, примерные вопросы:

Умение применять численные методы к конкретным задачам

тестирование , примерные вопросы:

Построение алгоритма

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков с помощью:

- 1) тестов и устных опросов
- 2) проверки и приема промежуточных контрольных заданий
- 3) зачетов в конце каждого семестра

Пример контрольного задания в 7 семестре:

Провести полное исследование гладкой задачи математического программирования:

$2x_1 - x_2 + (4x_1 + x_2)^2 + 2x_2^2(4 + x_1^2)$ на \min

$x_1^2 + x_2^2 \geq 4, x_1 - x_2 = 2, x_2 \geq 0.$

Пример контрольного задания в 8 семестре:

Провести полное исследование задачи вариационного исчисления:

Интеграл от 0 до 1 от функции $x_1 x_2 - x_1 - x_1'^2 - 4x_2'^2$ на extr

$x_1(0) = x_2(1) = 0, x_1(1) = 1,$ интеграл от 0 до 1 от функции $x_2 = -2.$

Примерные зачетные вопросы:

1. Задача безусловной оптимизации. Необходимые и достаточные условия локального минимума.
2. Градиентный метод и метод покоординатного спуска решения задачи безусловной оптимизации.
3. Выпуклые функции. Общий критерий выпуклости функции.
4. Задачи выпуклого программирования. Критерии оптимальности в терминах субградиента и градиента функции.
5. Каноническая задача линейного программирования. Критерий разрешимости.
6. Каноническая задача линейного программирования. Симплекс-метод решения канонической задачи.
7. Задача математического программирования. Теорема Джона о необходимых условиях локального минимума.
8. Задача математического программирования. Теорема Куна-Таккера о необходимых условиях локального минимума.
9. Задача математического программирования. Теорема о достаточных условиях локального минимума.
10. Правило множителей Лагранжа решения общей задачи математического программирования.
11. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Необходимые условия слабого локального минимума.
12. Простейшая задача вариационного исчисления в слабой постановке. Достаточные условия слабого локального минимума.
13. Необходимые условия слабого локального экстремума в задаче Больца.
14. Необходимое условие локального экстремума в простейшей задаче со старшими производными.
15. Необходимое условие оптимальности по управлению в простейшей задаче оптимального управления.

16. Методы Эйлера и Рунге решения простейшей задачи вариационного исчисления.

7.1. Основная литература:

1. Лунгу К.Н. Линейное программирование. Руководство к решению задач / К.Н. Лунгу. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 132 с.
<http://e.lanbook.com/view/book/2253/>
2. Алексеев В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учеб.пособие / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2011. - 256 с.; ISBN 978-5-9221-0590-3
// http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2097
3. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации: Учеб.пособие / А.Г. Сухарев, А.В. Тимохов, В.В. Федоров. - 2-е изд. - М.: Физматлит, 2011. - 384 с.; ISBN 978-5-9221-0559-0 // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2330
4. Акулич И.Л. Математическое программирование в примерах и задачах: учебное пособие / И. Л. Акулич. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2009. - 347 с.

7.2. Дополнительная литература:

1. Алексеев В.М. Сборник задач по оптимизации: Теория. Примеры. Задачи: задачник для студентов вузов, обучающихся по группе мат. направлений и спец. / В.М. Алексеев, Э.М. Галеев, В.М. Тихомиров; [МГУ им. М.В. Ломоносова]. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Физматлит, 2005. - 255 с.
2. Алексеев В.М. Сборник задач по оптимизации: Теория. Примеры. Задачи: учебное пособие / В. М. Алексеев, Э. М. Галеев, В. М. Тихомиров. 3-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2007. - 256 с.
3. Галеев, Э.М. Оптимальное управление [Электронный ресурс] : монография / Э.М. Галеев, М.И. Зеликин, С.В. Конягин. ? Электрон. дан. ? Москва : МЦНМО, 2008. ? 320 с. ?
Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9316>. ? Загл. с экрана.
4. Сухарев А.Г. Курс методов оптимизации: учебное пособие / А. Г. Сухарев, А. В. Тимохов, В. В. Федоров. - 2-е изд. - М.: Физматлит, 2005. - 368 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

- Сайт матмеха Санкт-Петербургского госуниверситета - <http://www.math.spbu.ru>
Сайт мехмата МГУ - <http://www.math.msu.su>
Сайт Новосибирского гос.университета - <http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/opt.html>
Сайт Южного федерального университета - <http://open-edu.sfedu.ru/pub/1650>
Федеральный портал Российское образование - http://window.edu.ru/catalog?p_rubr=2.2.74.12.51

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Вариационное исчисление и методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.01 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. _____

"__" _____ 201__ г.