

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт физики



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины
Дискретная математика Б2.Б.6

Направление подготовки: 090900.62 - Информационная безопасность

Профиль подготовки: Информационная безопасность автоматизированных систем

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Иваньшин П.Н.

Рецензент(ы):

Ильин С.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Сушков С. В.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института физики:

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Иваньшин П.Н. Кафедра теории относительности и гравитации Отделение физики, Pyotr.Ivanshin@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Студенты, завершившие изучение данной дисциплины должны:

знать основные положения теории графов и теории формальных языков и автоматов;

овладеть методами решения соответствующих задач;

уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б2.Б.6 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 090900.62 Информационная безопасность и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Для успешного освоения дисциплины необходимо овладеть курсом Алгебра

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальная подготовка по основам профессиональных знаний и готовность к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способность приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ОК-9 (общекультурные компетенции)	способность понимать сущность и значение информации в развитии современного общества, соблюдением основных требований информационной безопасности, в том числе защиты государственных интересов и приоритетов
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определение общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умение понять поставленную задачу

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать основные положения теории графов и теории формальных языков и автоматов;

2. должен уметь:

уметь использовать эти методы при работе с конкретными приложениями и программами.

3. должен владеть:

овладеть методами решения соответствующих задач;

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

применять основные алгоритмы теории графов и теории конечных автоматов для решения задач

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Понятие графа. Оргграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Изоморфизмы графов.	4	1	1	1	0	устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Сильная связность в орграфах.	4	1	1	0	0	устный опрос
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	4	2	1	1	0	устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остоного дерева.	4	2	1	0	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака, Ore и Эйлера. Алгоритм Флери.	4	3	1	1	0	устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	4	3	1	0	0	устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы. Теорема Куратовского.	4	4	1	1	0	контрольная работа
8.	Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.	4	4	1	0	0	устный опрос
9.	Тема 9. Хроматическое число и хроматический полином.	4	5	1	1	0	устный опрос
10.	Тема 10. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршола.	4	5	1	1	0	устный опрос
11.	Тема 11. Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала.	4	6	1	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Потоки в сетях. Понятие потока. Максимальный поток. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.	4	6	1	1	0	устный опрос
13.	Тема 13. Накрытия. Вершинные и реберные накрытия. Независимые семейства вершин и ребер.	4	7	1	1	0	устный опрос
14.	Тема 14. Анализ графа цепи Маркова. Неприводимость цепи Маркова и сильная связность орграфа. Рекуррентные состояния. Алгоритм поиска в глубину.	4	7	1	1	0	устный опрос
15.	Тема 15. Период состояния цепи Маркова. Алгоритм поиска в ширину. Стационарные состояния.	4	8	1	1	0	контрольная работа
16.	Тема 16. Основные понятия теории автоматов. Алфавиты, слова, языки. Операции над словами и языками. Определение абстрактного автомата. Способы задания автоматов.	4	8	1	1	0	устный опрос
17.	Тема 17. Конечные автоматы. Операции над конечными автоматами. Префиксные, инфиксные коды	4	9	1	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
18.	Тема 18. Эквивалентные автоматы. Теорема Мура. Автоматы Мили и Мура. Частично-определенные автоматы. Минимизация конечных автоматов.	4	9	1	1	0	устный опрос
19.	Тема 19. Понятие частично-определенного автомата. Совместимость состояний. Классы совместимости. Алгоритм Ангера-Пола минимизации автоматов.	4	10	1	1	0	устный опрос
20.	Тема 20. Алгебраическая теория конечных автоматов. Кодирование внутренних состояний. Последовательная и параллельная декомпозиции. Минимальные автоматы.	4	10	1	1	0	устный опрос
21.	Тема 21. Регулярные выражения. Операторы регулярных выражений. выражения и шаблоны. Языки регулярных выражений и шаблонов. Построение регулярных выражений по шаблонам.	4	11	1	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
22.	Тема 22. Построение регулярного выражения по ДКА. Алгоритм преобразования регулярных выражений в ДКА. Теорема Клини. Лексический анализ. Применение регулярных выражений для решения задач лексического анализа. Алгебра Клини регулярных выражений.	4	11	1	1	0	контрольная работа
23.	Тема 23. Формальные грамматики. Деревья вывода. Регулярные и нерегулярные языки и грамматики.	4	12	1	1	0	устный опрос
24.	Тема 24. Регулярные языки. Свойства замкнутости регулярных языков. Замкнутость относительно булевых операций. Обращение. Гомоморфизмы.	4	12	1	1	0	устный опрос
25.	Тема 25. Проверка пустоты регулярных языков и алгоритмы ее решения. Проблема принадлежности слова регулярному языку и алгоритмы ее решения. Лемма накачки. Применение леммы накачки для доказательства нерегулярности языков.	4	13	1	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
26.	Тема 26. Контекстно-свободные грамматики и языки. Определение контекстно-свободных грамматик. Контекстно-свободный грамматический вывод. Примеры КС-языков.	4	13	1	1	0	устный опрос
27.	Тема 27. Деревья разбора. Взаимосвязь грамматических выводов и деревьев разбора. Неоднозначность в КС-языках и грамматиках. Исключение неоднозначности из КС-грамматик.	4	14	1	1	0	устный опрос
28.	Тема 28. Автоматы с магазинной памятью. Определение автомата с магазинной памятью (МПА). Вычисления МПА. Языки МПА. Допустимость по заключительному состоянию и по пустому магазину.	4	14	1	1	0	устный опрос
29.	Тема 29. Эквивалентность двух определений допустимости МПА. Преобразование КС-грамматики в МПА. Построение КС-грамматики по МПА. Детерминированные МПА (ДМПА). Соотношение между регулярными языками, КС-языками и языками ДМПА.	4	15	2	1	0	устный опрос

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
30.	Тема 30. Свойства контекстно-свободных грамматик. Нормальные формы кс-грамматик. Приведение кс-грамматик к нормальной форме Хомского. Лемма накачки для кс-языков. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными. Замкнутость кс-языков относительно подстановки, объединения, пересечения, гомоморфизма. Замкнутость кс-языков относительно пересечения с регулярными языками. 4	4	15	2	1	0	устный опрос
31.	Тема 31. Алгоритм проверки пустоты кс-языков. Алгоритм Кока-Янгера-Касами проверки принадлежности слова кс-языку. Синтаксические анализаторы. Генераторы синтаксических анализаторов.	4	16	2	1	0	устный опрос
32.	Тема 32. Вероятностные автоматы (ва). Определение вероятностного автомата. Типы вероятностных автоматов. Представимость языка в виде ва.	4	16	2	1	0	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого			36	28	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Изоморфизмы графов.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Изоморфизмы графов. В этой теме формулируются основные понятия теории графов.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Задача --- построить граф по числу ребер и вершин. Найти порядок, мощность графа. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 4 1.1. Пусть G n граф с n вершинами, причём вершины i и j смежны в точности тогда, когда $\text{НОД}(i; j) = \min(i; j)$. Изобразить графы G_4 и G_6 . Показать, что при $m \leq n$ граф G_m является подграфом в G_n . 1.2. Найти все неизоморфные друг другу графы с $n \leq 4$ вершинами. 1.4. Найти количество рёбер в графе K_n

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Сильная связность в орграфах.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Сильная связность в орграфах. Лемма о существовании простой цепи Теорема о разрыве цикла

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Расстояние в графах: определения Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера. Теорема о радиусе и диаметре Задача китайского почтальона

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 5 1.8. Доказать, что в графе с $n > 2$ вершинами всегда есть по крайней мере две вершины с одинаковыми степенями. 1.9. Доказать, что граф связан ровно тогда, когда его нельзя представить в виде объединения двух своих подграфов. 1.10. Доказать, что а) граф и его дополнение не могут быть одновременно несвязными; б) рёберный граф связанного графа связан. 1.11. Доказать, что степени вершин графа не могут образовывать арифметическую прогрессию с положительной разностью. 1.12. Доказать, что если $r > 1$ и степень каждой вершины графа не меньше r , то в графе есть простой цикл длины не менее, чем $r + 1$. 1.13. Доказать, что граф, у которого 2013 вершин и степень каждой вершины > 1006 , \square связный. 1.14. Доказать, что в графе у любых двух простых цепей максимальной длины есть общая вершина. 1.15. Доказать ?лемму о рукопожатиях?: сумма степеней всех вершин любого графа равна удвоенному количеству его рёбер. 1.16. Доказать, что в любом графе число вершин нечётной степени чётно. 1.17. Предположим, что в графе есть ровно две вершины с нечётной степенью. Доказать, что эти вершины связаны маршрутом (то есть лежат в одной компоненте графа)

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева. Теорема о мостах Теорема о точке сочленения

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака, Оре и Эйлера. Алгоритм Флери.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака, Оре и Эйлера. Алгоритм Флери. Обобщенные точки сочленения Теорема о необходимом условии гамильтоновости

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 6 2.12. Найти количество гамильтоновых циклов в графе $K_{m,m}$ при $m > 2$. 2.13. Доказать, что граф $N_k + N_{k+1} + \dots + N_{k+l}$ при $l > 2$ гамильтонов. 2.14. Доказать, что если граф эйлеров или гамильтонов, то его рёберный граф гамильтонов.

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы. Теорема о соответствии между матрицами инцидентности и смежности Теорема о ядре матрицы инцидентности

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы. Теорема Куратовского.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Реализация графов. Теорема об укладке графа на сфере Укладка графа на торе Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы. Теорема Куратовского. Необходимые и достаточные условия планарности графов степени 3 и 4.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 7 3.1. Найти все неизоморфные деревья с числом вершин $n \geq 5$. 3.2. Сколько компонент имеет граф без циклов, если у него n вершин и m ребер? 3.3. Найти все значения параметров m и n , при которых являются деревьями графы: а) K_n ; б) $K_{m,n}$. 3.4. Описать все деревья, рёберные графы которых являются деревьями. 3.5. Описать графы, в которых максимальная длина простых путей равна 2.

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости. Теорема Аппеля и Хакена

Тема 9. Хроматическое число и хроматический полином.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Лемма о 2-раскрашиваемых графах Хроматическое число и хроматический полином. Хроматическая редукция Хроматический многочлен полного графа Хроматический многочлен нуля-графа Хроматический многочлен цикла

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 10 5.1. Как устроен оргграф, матрица смежности которого а) диагональная; б) верхнетреугольная; в) совпадает со своей жордановой нормальной формой; г) содержит отличные от нуля элементы только на побочной диагонали; д) содержит ровно одну ненулевую строку; е) содержит ровно один ненулевой столбец. 5.2. Пусть A — матрица смежности оргграфа G . а) Чему (в графовых терминах) равен (i, j) -элемент матрицы A^k ? б) Доказать, что матрица $A + A^2 + \dots + A^n$ не содержит нулей в точности тогда, когда оргграф G сильно связный. в) Доказать, что если G не содержит петель, то сумма собственных значений матрицы A с учётом их кратностей равна 0. г) Доказать, что если матрица смежности оргграфа G верхняя треугольная с нулями на главной диагонали, то граф не содержит контуров. д) Доказать, что если G не содержит контуров, кроме, может быть, петель, то собственные значения матрицы A равны 0 или 1. 5.3. Найти собственные значения матрицы смежности циклического оргграфа с n вершинами

Тема 10. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах. Алгоритмы Дийкстры и Флойда-Уоршола.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах. Алгоритмы Дийкстры и Флойда-Уоршола. Задача о кратчайшем пути в заданный пункт назначения Задача о кратчайшем пути между заданной парой вершин Задача о кратчайшем пути между всеми парами вершин Алгоритм Беллмана? Форда Алгоритм Джонсона

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 8 14 б) $A^2 = E$, в) $A^2 = A$. 5.8. Описать все ориентированные графы, матрицы смежности которых нильпотентны. 5.9. Доказать, что матрица смежности неориентированного графа нильпотентна лишь для пустого графа. 5.10. В оргграфе на рис. 5.1 найти: Рис. 5.1 а) количество $(3; 2)$ -путей длины 6; б) количество $(1; 3)$ -путей длины 8. 5.11. Пусть на множестве $V = \{1, \dots, n\}$ задано отображение f . Графом отображения f называется оргграф с множеством вершин V , такой, что $i \neq j, f(i) = j$: Чем характеризуются графы отображений? Каковы их конденсации? Каким свойством среди графов отображений выделяются графы биекций? 5.12. Оргграф называется турниром, если любые две его вершины соединены единственной дугой. а) Постройте сильно связный турнир с $n > 5$ вершинами и его конденсацию. б) Докажите, что конденсация турнира всегда является турниром. Как выглядят конденсации турниров? в) Докажите, что сильно связный турнир с $n > 3$ вершинами содержит контур длины 3. 5.13. Оргграф называется примитивным, если существует такое число k , что любые две вершины связаны путём длины k . Докажите, что а) всякий примитивный граф сильно связан, но обратное утверждение в общем случае неверно; б) если сильно связный граф с n вершинами содержит петлю, то он примитивен, причём любые две вершины связаны путём длины $2n - 2$. 5.14. Доказать, что а) сильно связный граф с $n > 1$ вершинами содержит не менее n дуг; б) примитивный граф с $n > 1$ вершинами содержит не менее $n + 1$ дуг; в) для каждого $n > 1$ существует примитивный граф с $n + 1$ дугами.

Тема 11. Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала. Корневое изображение дерева Лемма о разбиении дерева Теорема о деревьях

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 9 3.6. Доказать, что любое дерево с $n > 2$ вершинами имеет не менее двух висячих вершин (то есть вершин степени 1). 3.7. Найти количество неизоморфных друг другу остовов графа $K_2 \times n$. 3.8. Найти все значения m и n , при которых в полном двудольном графе $K_{m;n}$ существует остов, дополнение которого (до исходного двудольного графа) снова есть остов.

Тема 12. Потoki в сетях. Понятие потока. Максимальный поток. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Потоки в сетях. Понятие потока. Максимальный поток. Задача о максимальном потоке в сети
Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе. Пропускная способность разреза

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 15 6.1. Свести к стандартному случаю задачу о нахождении максимального потока, если а) некоторые дуги являются рёбрами; б) имеется несколько источников и несколько стоков; в) некоторые вершины имеют пропускные способности. 6.2. При каком условии в сети не существует потока положительной величины?

Тема 13. Накрытия. Вершинные и реберные накрытия. Независимые семейства вершин и ребер.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Накрытия. Задача о вершинном покрытии ? NP-полная задача информатики в области теории графов. Вершинные и реберные накрытия. Независимые семейства вершин и ребер. Размер покрытия.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 11 6.5. Используя алгоритм нахождения максимального потока в сети, для фиксированной пары вершин i, j орграфа найти алгоритм, а) определяющий существование (i, j) -пути; б) вычисляющий наибольшее количество непересекающихся по дугам (i, j) -путей. 6.6. Доказать теорему Холла о свадьбах с помощью теоремы Форда ? Фалкерсона о потоках.

Тема 14. Анализ графа цепи Маркова. Неприводимость цепи Маркова и сильная связность орграфа. Рекуррентные состояния. Алгоритм поиска в глубину.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Анализ графа цепи Маркова. Неприводимость цепи Маркова и сильная связность орграфа. Рекуррентные состояния. Алгоритм поиска в глубину. Нерекурсивные варианты алгоритма. Поиск в глубину с метками времени. Классификация рёбер

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 14 17 вершины ? источника к диаметрально противоположной ей вершине ? стоку, пропускные способности всех дуг равны 1. Найти величину максимального потока. 6.10. Пусть G орграф с n вершинами, в котором дуга (i, j) существует, если $j=i+1$ простое число, оно же считается её пропускной способностью. Доказать, что величина максимального потока из вершины 1 в вершину n не превосходит числа n .

Тема 15. Период состояния цепи Маркова. Алгоритм поиска в ширину. Стационарные состояния.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Период состояния цепи Маркова. Алгоритм поиска в ширину. Временная сложность. Пространственная сложность. Полнота. Оптимальность. Стационарные состояния.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 14 5.15. Доказать эквивалентность следующих свойств орграфа G с $n > 1$ вершинами: 1) G примитивный; 2) НОД длин всех простых контуров в G равен 1; 3) для любых (не обязательно различных) вершин u, v в G существует (u, v) -путь длины $n^2 - 2n + 2$. 5.16. Организуется клуб, в уставе которого записано: 1) каждый член клуба должен быть знаком ровно с 5-ю другими членами клуба, 2) у любых двух членов клуба должно быть ровно 2 общих знакомых члена клуба. Доказать, что существование такого клуба невозможно.

Тема 16. Основные понятия теории автоматов. Алфавиты, слова, языки. Операции над словами и языками. Определение абстрактного автомата. Способы задания автоматов.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Основные понятия теории автоматов. Алфавиты, слова, языки. Операции над словами и языками. Определение абстрактного автомата. Способы задания автоматов. Настроенный автомат. Функции перехода

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 17 7.1. Автомат называется сильно связным, если для любой пары состояний найдётся входное слово, переводящее автомат из первого состояния во второе. Покажите, что автомат сильно связан в точности тогда, когда граф автомата сильно связан. 7.2. Докажите, что а) любой конечный язык распознаётся конечным автоматом; б) язык, являющийся дополнением до конечного, тоже распознаётся конечным автоматом.

Тема 17. Конечные автоматы. Операции над конечными автоматами. Префиксные, инфиксные коды

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Конечные автоматы. Операции над конечными автоматами. Конкатенация, сумма, объединение. Префиксные, инфиксные коды.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 18 7.3. Для языка L и слова p определим новый язык $Lp = \{fqr \mid f \in L, r \in L\}$: Докажите, что а) если L распознаётся конечным автоматом, то и Lp распознаётся конечным автоматом; б) язык L распознаётся конечным автоматом в точности тогда, когда среди языков вида Lp имеется лишь конечное число различных. 7.4. Докажите, что если языки L и M распознаются конечными автоматами, то распознаётся и их разность $L \setminus M$.

Тема 18. Эквивалентные автоматы. Теорема Мура. Автоматы Мили и Мура. Частично-определенные автоматы. Минимизация конечных автоматов.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Эквивалентные автоматы. Теорема Мура. Автоматы Мили и Мура. Частично-определенные автоматы. Минимизация конечных автоматов. Построение диаграммы Мура для ограниченно-детерминированных функций. Автоматы с несколькими входами и выходами. Реализация сложения с помощью конечного автомата и невозможность реализовать умножение.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 18 7.5. Докажите, что если настроенный автомат $h: X^* \rightarrow S^*$ с n состояниями распознаёт язык L , то найдётся автомат с $n + 1$ состояниями, распознающий язык а) L^* при $e \in L$; б) $L \cap e$ при $e \in L$. 7.6. Докажите, что следующие языки не распознаются конечными автоматами а) $\{a^k b a^k \mid k = 1, 2, \dots\}$; б) язык, составленный из палиндромов, то есть слов, читающихся одинаково слева направо и справа налево; в) $\{a^k a^2 \mid k = 1, 2, \dots\}$

Тема 19. Понятие частично-определенного автомата. Совместимость состояний. Классы совместимости. Алгоритм Ангера-Пола минимизации автоматов.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Понятие частично-определенного автомата. Совместимость состояний. Классы совместимости. Алгоритм Ангера-Пола минимизации автоматов. Недетерминированные и детерминированные автоматы-распознаватели. Автоматы и автоматные языки.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 19

Тема 20. Алгебраическая теория конечных автоматов. Кодирование внутренних состояний. Последовательная и параллельная декомпозиции. Минимальные автоматы.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Алгебраическая теория конечных автоматов. Кодирование внутренних состояний. Последовательная и параллельная декомпозиции. Минимальные автоматы. Критерий автоматности языка в терминах правых контекстов. Построение минимальных детерминированных конечных автоматов.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 19 7.7. Докажите, что состояния s_1 и s_2 автомата с n состояниями эквивалентны, если свойство $s_1 \stackrel{?}{\sim} (p) \stackrel{2}{F} () \stackrel{s_2}{?} (p) \stackrel{2}{F}$ справедливо а) для всех слов длины $6n+2$; б) для всех слов длины $6n+1$. 7.8. Элемент z называется нулём моноида M , если $az = za = z$ для всех $a \in M$. Моноид с нулём называется нильпотентным, если существует такое натуральное k , что произведение любых k элементов (не равных единице моноида), равно нулю.

Тема 21. Регулярные выражения. Операторы регулярных выражений. выражения и шаблоны. Языки регулярных выражений и шаблонов. Построение регулярных выражений по шаблонам.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Регулярные выражения. Операторы регулярных выражений. выражения и шаблоны. Языки регулярных выражений и шаблонов. Построение регулярных выражений по шаблонам. Определение регулярного выражения. Свойства регулярных выражений. Критерий регулярности языка.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 20 Пусть дан алфавит и грамматические правила. Проверить, являются ли слова элементами языка.

Тема 22. Построение регулярного выражения по ДКА. Алгоритм преобразования регулярных выражений в ДКА. Теорема Клини. Лексический анализ. Применение регулярных выражений для решения задач лексического анализа. Алгебра Клини регулярных выражений.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Построение регулярного выражения по ДКА. Алгоритм преобразования регулярных выражений в ДКА. Теорема Клини. Лексический анализ. Применение регулярных выражений для решения задач лексического анализа. Алгебра Клини регулярных выражений. Свойства замкнутости класса автоматных языков (достаточные условия автоматных языков). Лемма о разрастании для автоматных языков (необходимое условие автоматных языков). Гомоморфизмы и автоматные языки.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин стр. 21 Проверить регулярность выражений для заданного автомата.

Тема 23. Формальные грамматики. Деревья вывода. Регулярные и нерегулярные языки и грамматики.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Формальные грамматики. Деревья вывода, его построение. Высота дерева вывода. Корень дерева. Регулярные и нерегулярные языки и грамматики.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 21 Проверить регулярность грамматики по заданным правилам.

Тема 24. Регулярные языки. Свойства замкнутости регулярных языков. Замкнутость относительно булевых операций. Обращение. Гомоморфизмы.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Регулярные языки. Свойства замкнутости регулярных языков. Замкнутость относительно булевых операций. Обращение. Гомоморфизмы. Регулярные выражения.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 21 Проверить изоморфность двух данных языков.

Тема 25. Проверка пустоты регулярных языков и алгоритмы ее решения. Проблема принадлежности слова регулярному языку и алгоритмы ее решения. Лемма накачки. Применение леммы накачки для доказательства нерегулярности языков.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Проверка пустоты регулярных языков и алгоритмы ее решения . Проблема принадлежности слова регулярному языку и алгоритмы ее решения. Лемма накачки. Применение леммы накачки для доказательства нерегулярности языков.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 22 Привести вид слов языка для данного конечного автомата.

Тема 26. Контекстно-свободные грамматики и языки. Определение контекстно-свободных грамматик. Контекстно-свободный грамматический вывод. Примеры кс-языков.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Контекстно-свободные грамматики и языки. Определение контекстно-свободных грамматик. Контекстно-свободный грамматический вывод. Примеры кс-языков.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 22 Проверить, является ли грамматика контекстно-свободной. Построить автомат для данного языка.

Тема 27. Деревья разбора. Взаимосвязь грамматических выводов и деревьев разбора. Неоднозначность в кс-языках и грамматиках. Исключение неоднозначности из кс-грамматик.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Деревья разбора. Взаимосвязь грамматических выводов и деревьев разбора. Неоднозначность в кс-языках и грамматиках. Исключение неоднозначности из кс-грамматик.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 22 Построение однозначного автомата по неоднозначному.

Тема 28. Автоматы с магазинной памятью. Определение автомата с магазинной памятью (МПА). Вычисления МПА. Языки МПА. Допустимость по заключительному состоянию и по пустому магазину.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Автоматы с магазинной памятью. Определение автомата с магазинной памятью (МПА). Вычисления МПА. Языки МПА. Детерминированные МП-автоматы. Применение МП-автоматов. Допустимость по заключительному состоянию и по пустому магазину.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 23 Построить для данного автомата с магазинной памятью язык, приемлемый им.

Тема 29. Эквивалентность двух определений допустимости МПА. Преобразование кс-грамматики в МПА. Построение кс-грамматики по МПА. Детерминированные МПА (ДМПА). Соотношение между регулярными языками, кс-языками и языками ДМПА.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Эквивалентность двух определений допустимости МПА. Преобразование кс-грамматики в МПА. Построение кс-грамматики по МПА. Детерминированные МПА (ДМПА). Соотношение между регулярными языками, кс-языками и языками ДМПА. Характеризация КС-языков.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 23 Построить однозначный МПА по заданному.

Тема 30. Свойства контекстно-свободных грамматик. Нормальные формы кс-грамматик. Приведение кс-грамматик к нормальной форме Хомского. Лемма накачки для кс-языков. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными. Замкнутость кс-языков относительно подстановки, объединения, пересечения, гомоморфизма. Замкнутость кс-языков относительно пересечения с регулярными языками. 4

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Свойства контекстно-свободных грамматик. Нормальные формы кс-грамматик. Приведение кс-грамматик к нормальной форме Хомского. Лемма накачки для кс-языков. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными. Замкнутость кс-языков относительно подстановки, объединения, пересечения, гомоморфизма. Замкнутость кс-языков относительно пересечения с регулярными языками. Деревья вывода. Однозначность контекстно-свободных грамматик. Устранение бесполезных символов и эпсилон-правил в КС-грамматиках. Нормальная форма Хомского.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 24 Привести грамматику к нормальной форме Хомского.

Тема 31. Алгоритм проверки пустоты кс-языков. Алгоритм Кока-Янгера-Касами проверки принадлежности слова кс-языку. Синтаксические анализаторы. Генераторы синтаксических анализаторов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Алгоритм проверки пустоты кс-языков. Алгоритм Кока-Янгера-Касами проверки принадлежности слова кс-языку. Синтаксические анализаторы. Генераторы синтаксических анализаторов. Лемма о разрастании для КС-языков. Свойства замкнутости класса контекстно-свободных языков.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин, стр. 24 Проверить, пуст ли данный язык.

Тема 32. Вероятностные автоматы (ва). Определение вероятностного автомата. Типы вероятностных автоматов. Представимость языка в виде ва.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Вероятностные автоматы (ва). Определение вероятностного автомата. Типы вероятностных автоматов. Представимость языка в виде ва. Машина Тьюринга как разновидность МП-автомата. Алгоритмически разрешимые и неразрешимые проблемы теории автоматов и формальных языков.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Построение ва

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Изоморфизмы графов.	4	1	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
2.	Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Сильная связность в орграфах.	4	1	подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.	4	2	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
4.	Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.	4	2	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
5.	Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака, Оре и Эйлера. Алгоритм Флери.	4	3	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
6.	Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.	4	3	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
7.	Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы. Теорема Куратовского.	4	4	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.	4	4	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
9.	Тема 9. Хроматическое число и хроматический полином.	4	5	подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах. Алгоритмы Дейкстры и Флойда-Уоршола.	4	5	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
11.	Тема 11. Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала.	4	6	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
12.	Тема 12. Потоки в сетях. Понятие потока. Максимальный поток. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.	4	6	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
13.	Тема 13. Накрытия. Вершинные и реберные накрытия. Независимые семейства вершин и ребер.	4	7	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
14.	Тема 14. Анализ графа цепи Маркова. Неприводимость цепи Маркова и сильная связность орграфа. Рекуррентные состояния. Алгоритм поиска в глубину.	4	7	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
15.	Тема 15. Период состояния цепи Маркова. Алгоритм поиска в ширину. Стационарные состояния.	4	8	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
16.	Тема 16. Основные понятия теории автоматов. Алфавиты, слова, языки. Операции над словами и языками. Определение абстрактного автомата. Способы задания автоматов.	4	8	подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
17.	Тема 17. Конечные автоматы. Операции над конечными автоматами. Префиксные, инфиксные коды	4	9	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
18.	Тема 18. Эквивалентные автоматы. Теорема Мура. Автоматы Мили и Мура. Частично-определенные автоматы. Минимизация конечных автоматов.	4	9	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
19.	Тема 19. Понятие частично-определенного автомата. Совместимость состояний. Классы совместимости. Алгоритм Ангера-Пола минимизации автоматов.	4	10	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
20.	Тема 20. Алгебраическая теория конечных автоматов. Кодирование внутренних состояний. Последовательная и параллельная декомпозиции. Минимальные автоматы.	4	10	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
21.	Тема 21. Регулярные выражения. Операторы регулярных выражений. выражения и шаблоны. Языки регулярных выражений и шаблонов. Построение регулярных выражений по шаблонам.	4	11	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
22.	Тема 22. Построение регулярного выражения по ДКА. Алгоритм преобразования регулярных выражений в ДКА. Теорема Клини. Лексический анализ. Применение регулярных выражений для решения задач лексического анализа. Алгебра Клини регулярных выражений.	4	11	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
23.	Тема 23. Формальные грамматики. Деревья вывода. Регулярные и нерегулярные языки и грамматики.	4	12	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
24.	Тема 24. Регулярные языки. Свойства замкнутости регулярных языков. Замкнутость относительно булевых операций. Обращение. Гомоморфизмы.	4	12	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
25.	Тема 25. Проверка пустоты регулярных языков и алгоритмы ее решения . Проблема принадлежности слова регулярному языку и алгоритмы ее решения. Лемма накачки. Применение леммы накачки для доказательства нерегулярности языков.	4	13	подготовка к устному опросу	2	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
26.	Тема 26. Контекстно-свободные грамматики и языки. Определение контекстно-свободных грамматик. Контекстно-свободный грамматический вывод. Примеры кс-языков.	4	13	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
27.	Тема 27. Деревья разбора. Взаимосвязь грамматических выводов и деревьев разбора. Неоднозначность в кс-языках и грамматиках. Исключение неоднозначности из кс-грамматик.	4	14	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
28.	Тема 28. Автоматы с магазинной памятью. Определение автомата с магазинной памятью (МПА). Вычисления МПА. Языки МПА. Допустимость по заключительному состоянию и по пустому магазину.	4	14	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
29.	Тема 29. Эквивалентность двух определений допустимости МПА. Преобразование кс-грамматики в МПА. Построение кс-грамматики по МПА. Детерминированные МПА (ДМПА). Соотношение между регулярными языками, кс-языками и языками ДМПА.	4	15	подготовка к устному опросу	1	устный опрос

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
30.	Тема 30. Свойства контекстно-свободных грамматик. Нормальные формы кс-грамматик. Приведение кс-грамматик к нормальной форме Хомского. Лемма накачки для кс-языков. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными. Замкнутость кс-языков относительно подстановки, объединения, пересечения, гомоморфизма. Замкнутость кс-языков относительно пересечения с регулярными языками. 4	4	15	подготовка к устному опросу	2	устный опрос
31.	Тема 31. Алгоритм проверки пустоты кс-языков. Алгоритм Кока-Янгера-Касами проверки принадлежности слова кс-языку. Синтаксические анализаторы. Генераторы синтаксических анализаторов.	4	16	подготовка к устному опросу	1	устный опрос
32.	Тема 32. Вероятностные автоматы (ва). Определение вероятностного автомата. Типы вероятностных автоматов. Представимость языка в виде ва.	4	16	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
	Итого				44	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

проектор, ноутбук, мультимедийный класс

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Понятие графа. Орграф, мультиграф. Лемма о рукопожатиях. Операции над графами. Изоморфизмы графов.

устный опрос , примерные вопросы:

найти сумму, объединение, произведение графов

Тема 2. Связность графов. Цепи, маршруты, циклы. Связность, реберная связность. Компоненты графа. Сильная связность в орграфах.

устный опрос , примерные вопросы:

найти связности графа

Тема 3. Расстояние в графах. Понятия: радиус, диаметр, обхват, окружение и их свойства. Задача коммивояжера.

устный опрос , примерные вопросы:

найти радиус, диаметр графа

Тема 4. Деревья и леса. Эквивалентные определения дерева. Классификация деревьев. Существование остовного дерева.

устный опрос , примерные вопросы:

построить остовное дерево графа

Тема 5. Обходы графов. Гамильтоновы и Эйлеровы графы. Теоремы Дирака, Оре и Эйлера. Алгоритм Флери.

устный опрос , примерные вопросы:

определить, гамильтонов, эйлеров ли граф

Тема 6. Линейная алгебра на графах. Матрицы инцидентности и смежности. Пространства циклов и разрезов графов. Индуцированные циклы и минимальные разрезы.

устный опрос , примерные вопросы:

найти матрицы смежности и инцидентности графа

Тема 7. Реализация графов. Реализация графов в R^3 . Планарные графы. Формула Эйлера и ее следствия. Плоско-двойственные графы. Теорема Куратовского.

контрольная работа , примерные вопросы:

определить, планарен ли граф

Тема 8. Раскрашивание графов Теоремы о 5-и и 4-х красках. Раскрашивание вершин, ребер и граней. Оценки раскрашиваемости.

устный опрос , примерные вопросы:

определить верхние границы хроматических чисел графа

Тема 9. Хроматическое число и хроматический полином.

устный опрос , примерные вопросы:

найти хроматические числа графа

Тема 10. Алгоритмы поиска кратчайших путей в графах. Алгоритмы Дийкстры и Флойда-Уоршола.

устный опрос , примерные вопросы:

найти кратчайший путь между двумя вершинами взвешенного графа

Тема 11. Минимальные остовные деревья. Алгоритмы Прима и Крускала.

устный опрос , примерные вопросы:

найти минимальное остовное дерево взвешенного графа

Тема 12. Потoki в сетях. Понятие потока. Максимальный поток. Теорема о максимальном потоке и минимальном разрезе.

устный опрос , примерные вопросы:

найти максимальный поток в сети

Тема 13. Накрытия. Вершинные и реберные накрытия. Независимые семейства вершин и ребер.

устный опрос , примерные вопросы:

найти реберное и вершинное накрытия графа

Тема 14. Анализ графа цепи Маркова. Неприводимость цепи Маркова и сильная связность орграфа. Рекуррентные состояния. Алгоритм поиска в глубину.

устный опрос , примерные вопросы:

применить алгоритм поиска в глубину для графа данной цепи

Тема 15. Период состояния цепи Маркова. Алгоритм поиска в ширину. Стационарные состояния.

контрольная работа , примерные вопросы:

применить алгоритм поиска в ширину для графа данной цепи

Тема 16. Основные понятия теории автоматов. Алфавиты, слова, языки. Операции над словами и языками. Определение абстрактного автомата. Способы задания автоматов.

устный опрос , примерные вопросы:

найти конечное, начальное состояния автомата

Тема 17. Конечные автоматы. Операции над конечными автоматами. Префиксные, инфиксные коды

устный опрос , примерные вопросы:

найти конкатенацию, объединение автоматов

Тема 18. Эквивалентные автоматы. Теорема Мура. Автоматы Мили и Мура. Частично-определенные автоматы. Минимизация конечных автоматов.

устный опрос , примерные вопросы:

найти по автомату Мили автомат Мура и наоборот

Тема 19. Понятие частично-определенного автомата. Совместимость состояний. Классы совместимости. Алгоритм Ангера-Пола минимизации автоматов.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти минимальный автомат для данного

Тема 20. Алгебраическая теория конечных автоматов. Кодирование внутренних состояний. Последовательная и параллельная декомпозиции. Минимальные автоматы.

устный опрос , примерные вопросы:

Найти синтаксический моноид для данного автомата

Тема 21. Регулярные выражения. Операторы регулярных выражений. выражения и шаблоны. Языки регулярных выражений и шаблонов. Построение регулярных выражений по шаблонам.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверить язык на регулярность

Тема 22. Построение регулярного выражения по ДКА. Алгоритм преобразования регулярных выражений в ДКА. Теорема Клини. Лексический анализ. Применение регулярных выражений для решения задач лексического анализа. Алгебра Клини регулярных выражений.

контрольная работа , примерные вопросы:

Найти синтаксический моноид для данного автомата, Проверить язык на регулярность

Тема 23. Формальные грамматики. Деревья вывода. Регулярные и нерегулярные языки и грамматики.

устный опрос , примерные вопросы:

построить язык по грамматике

Тема 24. Регулярные языки. Свойства замкнутости регулярных языков. Замкнутость относительно булевых операций. Обращение. Гомоморфизмы.

устный опрос , примерные вопросы:

найти грамматику, соответствующую объединению, пересечению языков

Тема 25. Проверка пустоты регулярных языков и алгоритмы ее решения . Проблема принадлежности слова регулярному языку и алгоритмы ее решения. Лемма накачки. Применение леммы накачки для доказательства нерегулярности языков.

устный опрос , примерные вопросы:

проверить нерегулярность данного языка

Тема 26. Контекстно-свободные грамматики и языки. Определение контекстно-свободных грамматик. Контекстно-свободный грамматический вывод. Примеры кс-языков.

устный опрос , примерные вопросы:

проверить кс данного языка

Тема 27. Деревья разбора. Взаимосвязь грамматических выводов и деревьев разбора. Неоднозначность в кс-языках и грамматиках. Исключение неоднозначности из кс-грамматик.

устный опрос , примерные вопросы:

построить дерево разбора для данной грамматики

Тема 28. Автоматы с магазинной памятью. Определение автомата с магазинной памятью (МПА). Вычисления МПА. Языки МПА. Допустимость по заключительному состоянию и по пустому магазину.

устный опрос , примерные вопросы:

найти язык, соответствующий МПА

Тема 29. Эквивалентность двух определений допустимости МПА. Преобразование кс-грамматики в МПА. Построение кс-грамматики по МПА. Детерминированные МПА (ДМПА). Соотношение между регулярными языками, кс-языками и языками ДМПА.

устный опрос , примерные вопросы:

проверить, соответствует ли язык некоторому МПА

Тема 30. Свойства контекстно-свободных грамматик. Нормальные формы кс-грамматик. Приведение кс-грамматик к нормальной форме Хомского. Лемма накачки для кс-языков. Примеры языков, не являющихся контекстно-свободными. Замкнутость кс-языков относительно подстановки, объединения, пересечения, гомоморфизма. Замкнутость кс-языков относительно пересечения с регулярными языками. 4

устный опрос , примерные вопросы:

Привести грамматику к нормальной форме Хомского

Тема 31. Алгоритм проверки пустоты кс-языков. Алгоритм Кока-Янгера-Касами проверки принадлежности слова кс-языку. Синтаксические анализаторы. Генераторы синтаксических анализаторов.

устный опрос , примерные вопросы:

Проверить принадлежность слова кс языку

Тема 32. Вероятностные автоматы (ва). Определение вероятностного автомата. Типы вероятностных автоматов. Представимость языка в виде ва.

контрольная работа , примерные вопросы:

Представимость языка в виде ва

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

Число ребер K^n .

2. Кубический граф. Пусть $d \in \mathbb{N}$ и $V = \{0, 1\}^d$. Ребро соединяет две вершины V тогда и только тогда, когда число разных координат двух вершин равно 1 . Найти
 - 2.1. число ребер;
 - 2.2. степень;
 - 2.3. диаметр;
 - 2.4. радиус такого графа.
3. Показать, что $\text{rad}(G) \leq \text{diam}(G) \leq 2 \text{rad}(G)$.
4. Показать, что каждый двусвязный граф содержит цикл.
5. Найти $k(G)$ и $\lambda(G)$ для
 - 5.1. P^k ;
 - 5.2. C^k ;
 - 5.3. K^k ;
 - 5.4. $K_{m, n}$.
6. Найти связность n -мерного куба.
7. Доказать, что для любого нетривиального графа $k(G) \leq \lambda(G) \leq \delta(G)$.
8. Существует ли такая функция $f: \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, что для каждого $k \in \mathbb{N}$ граф минимальной степени $f(k)$ k -связен?
9. Доказать, что каждое дерево T имеет как минимум $\Delta(T)$ листьев.
10. Доказать, что "древесный порядок", ассоциированный с корневым деревом T действительно определяет отношение частичного порядка на $V(T)$.
11. Пусть G --- связный граф, и $r \in V(G)$. Начиная с r перейдем вдоль ребра графа G к еще не посещенной вершине. Если такой вершины нет, возвращаемся по ребру, которое было пройдено при первом посещении вершины. Остановка при повторном посещении r . Доказать, что пройденные ребра составляют нормальное дерево графа G с корнем r .
12. Пусть \mathcal{T} --- такое семейство поддеревьев дерева T , что попарное пересечение любых двух непусто. Доказать, что тогда и пересечение всех таких поддеревьев непусто.
13. Доказать, что каждый автоморфизм дерева оставляет неподвижным минимум одну либо вершину, либо ребро (или и то и другое).
14. Всегда ли классы разбиения регулярного двусоставного графа одного размера?
15. Доказать, что граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждый индуцированный цикл имеет четную длину.
- 16.1. Доказать, что отношение \preceq определяет частичный порядок на любом семействе конечных графов
- 16.2. Верно ли предыдущее утверждение для бесконечных графов?
17. Доказать, что элементами пространства циклов графа G являются объединения семейств ребер непересекающихся по ребрам циклов G , и только они.
18. Доказать, что циклы и разрезы графа вместе порождают все пространство ребер, или найти контрпример.
19. Каковы размерности пространств графа с k компонентами
 - 19.1. циклов;
 - 19.2. разрезов.
20. Доказать, что в неориентированном графе число вершин с нечетной степенью четно.

21. Доказать, что неориентированный связный граф остается связным после удаления некоторого ребра тогда и только тогда, когда это ребро принадлежит некоторому циклу графа.
22. Доказать, что связный неориентированный граф с n вершинами
 - 22.1. Содержит не менее $n-1$ ребер;
 - 22.2. если содержит больше, чем $n-1$ ребер, то содержит и минимум один цикл.
23. Доказать, что каждый граф можно вложить в \mathbb{R}^3 так, что все ребра --- прямые линии.
24. Вывести формулу Эйлера для несвязных графов.
25. Пусть связный граф G содержит n вершин, m ребер и цикл минимальной возможной длины g . Доказать, что $m \leq g(n-2)/(g-2)$.
26. Доказать, что каждый планарный граф --- объединение трех лесов.
27. Доказать, что каждый планарный граф изоморфен планарному графу с ребрами --- прямыми линиями.
28. Существует ли для каждого планарного графа такая реализация на плоскости, что все внутренние грани --- выпуклые многогранники.
29. Доказать, что двусвязный планарный граф двусоставен тогда и только тогда, когда каждая грань ограничена четным циклом.
30. Как выглядит граф, плоско-двойственный планарному дереву.
31. Доказать, что плоско-двойственный планарному мультиграфу граф связан.
32. Доказать, что связный граф $G=(V, E)$ планарен тогда и только тогда, когда существует такой связный мультиграф $G'=(V', E')$, что для каждого подмножества $F \subseteq E$ граф (V, F) дерево тогда и только тогда, когда $(V', E' \setminus F)$ дерево.
33. Доказать, что два плоско-двойственных планарному мультиграфу комбинаторно изоморфны.
34. Пусть G, G^* --- взаимно двойственные планарные графы. Пусть B_1, \dots, B_n --- блоки G . Доказать, что B_1^*, \dots, B_n^* --- блоки G^* .
35. Доказать, что если G^* абстрактно двойственен мультиграфу G , то и G абстрактно двойственен G^* .
36. Доказать, что теорема о четырех красках действительно решает задачу о раскраске карт. Верно ли обратное --- влечет ли возможность раскраски каждой карты в четыре цвета теорему о четырех красках?
37. Доказать, что для решения задачи о раскраске карт достаточно рассматривать такие карты, что ни одна точка не лежит на общей границе более чем трех стран. Как это влияет на доказательство теоремы о четырех красках.
38. Попытайтесь доказать теорему о четырех красках по аналогии с теоремой о пяти красках. Где доказательство не проходит?
39. Выразить хроматическое число графа через хроматические числа блоков графа.
40. Доказать, что в полном неориентированном графе K_n каждое ребро принадлежит ровно $n-2$ треугольникам.
41. Доказать, что для каждого графа G существует такой порядок на множестве вершин, что "жадный алгоритм" использует только $\chi(G)$ красок.
42. Для любого $n > 1$ найти двусоставный граф с $2n$ вершинами, упорядочеными так, что "жадный алгоритм" использует $2n$ красок вместо двух.

43. k -хроматический граф называется критически k -хроматическим, если для каждой вершины $v \in V(G)$ $\chi(G-v) < k$. Доказать, что каждый критически k -хроматический граф имеет критически k -хроматический индуцированный подграф, минимальная степень которого не ниже $k-1$.

44. Описать критические 3-хроматические графы.

45. Доказать, что каждый критический k -хроматический граф $k-1$ -реберно связан.

46. Описать класс графов G , для которых $P_G(k) = k(k-1)^{n-1}$.

47. Для любого $k \in \mathbb{N}$ построить k -хроматический граф без треугольников.

1. Найти однозначно определенный автомат для языка $ab^*(ab)^*a$.

2. Пусть язык L_1 задан автоматом

L_2 --- автоматом

Найти автоматы 1) L_1^* , 2) $L_1 \cup L_2$, 3) $L_1 \cap L_2$, 4) язык, принимаемый L_1 .

1. Построить минимальный автомат языка $b^*a(ac)^*ac^*b$.

2. Построить для автомата Мили автомат Мура, таблицы Γ , δ .

7.1. Основная литература:

1. Новиков, Ф. А. Дискретная математика для программистов: Учеб. пособие / Ф.А.Новиков. 2-е изд. СПб. и др.: Питер, 2004. 363 с 149 экз.

2. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. Казань, 2007. ?

3. Альпин, Ю. А. Дискретная математика: графы и автоматы: учеб. пособие / Ю.А. Альпин, С.Н. Ильин; Казан. гос. ун-т. Казань: [Казан.гос. ун-т], 2007. 77 с 77 экз.

7.2. Дополнительная литература:

1. Дискретная математика: Учебное пособие / В.В. Куликов. - М.: РИОР, 2007. - 174 с. - <http://znanium.com/bookread.php?book=126799>

2. Шевелев Ю.П. Дискретная математика. - СПб.: Лань, 2008. - 592 с. - http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=437

7.3. Интернет-ресурсы:

Основы теории графов: Лабораторные работы для учеников средней школы и студентов вузов - http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=visit&lid=73318

Практикум по дискретной математике -

http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=visit&lid=82172

Теория автоматов: Методические указания по курсу "Основы дискретной математики" -

http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=visit&lid=76483

Комбинаторика и теория графов / В.А. Носов - <http://intsys.msu.ru/staff/vnosov/combgraph.htm>

Основы теории графов: Учебник -

http://www.edu.ru/modules.php?op=modload&name=Web_Links&file=index&l_op=visit&lid=99389

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

ноутбук, проектор

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 090900.62 "Информационная безопасность" и профилю подготовки Информационная безопасность автоматизированных систем .

Автор(ы):

Иваньшин П.Н. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ильин С.Н. _____

"__" _____ 201__ г.