

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт геологии и нефтегазовых технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Д.А. Таюрский

ДЕПАРТАМЕНТ  
ОБРАЗОВАНИЯ  
(ДО КФУ)

» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Теоретическая и прикладная механика Б1.Б.14

Направление подготовки: 21.03.01 - Нефтегазовое дело

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Саченков А.А.

**Рецензент(ы):**

Коноплев Ю.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Султанов Л. У.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института геологии и нефтегазовых технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 344618

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Саченков А.А. Кафедра теоретической механики отделение механики, asachenk@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Теоретическая механика" являются: изучение фунда-ментальных понятий механики и их приложения к современным задачам.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.Б.14 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 21.03.01 Нефтегазовое дело и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Дисциплина входит в базовую часть цикла профессиональных дисциплин (Б.3) в со-став модуля "Теоретическая и прикладная механика". Для освоения дисциплины необходи-мы знания дисциплин: математический анализ, алгебра, аналитическая геометрия, диффе-ренциальные уравнения, дифференциальная геометрия и топология. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: прикладная механика, основы механики сплошной среды, математические модели в МСС, физико-механический практикум и вычис-лительный эксперимент, а также специальные курсы по профилю подготовки.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью владеть основными методами, способами и средствами получения, хранения, переработки информации, работать с компьютером как средством управления информацией
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способностью применять процессный подход в практической деятельности, сочетать теорию и практику

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

фундаментальные понятия дисциплины, быть знакомыми с современным состоянием дисциплины.

2. должен уметь:

формулировать и доказывать основные классические и современные результаты дисциплины.

3. должен владеть:

навыками решения классических и современных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

решать классические и современные задачи.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Кинематика точки Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в криволинейной системе координат ? формула Лагранжа. Движение точки по окружности и по кривой. Естественный трехгранник. Проекция скорости и ускорения на оси естественного трёхгранника. (*) Формулы Френе. Выражение кривизны и кручения пространственной кривой через скорость и ускорение.	2	1	3	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Кинематика твердого тела Твёрдое тело. Способы описания движения - сопутствующий трехгранник и углы Эйлера. (*) Теорема Шалля о конечных движениях твердого тела. Мгновенная угловая скорость при движении твердого тела. Формулы Пуассона. Формула Эйлера для распределения скоростей в твердом теле. Формула Ривальса для распределения ускорений в твердом теле. Распределение скоростей и ускорений при поступательном движении твердого тела и при вращении вокруг неподвижной оси. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения, подвижный и неподвижный аксоиды. Мгновенная ось винта и аксоиды при общем движении твердого тела. Качение без проскальзывания. Плоско-параллельное движение. Мгновенный центр скоростей и подвижная и неподвижная центроиды. Качение без проскальзывания.	2	2-3	2	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Относительное движение Сложное движение точки. Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей в относительном движении. Связь абсолютной и относительной производных вектора. Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорение точки. Теорема о сложении ускорений в относительном движении. Ускорение точки в системе координат, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Сложное движение твёрдого тела. Сложение угловых скоростей в относительном движении твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.	2	4-5	3	0	3	
4.	Тема 4. Ньютонова механика Ньютонова механика. Принцип детерминизма. Принцип относительности Галилея и (*) следствия из него. Вывод формулы для гравитационной силы из законов Кеплера. Закон всемирного тяготения. Третий закон Ньютона, внутренние и внешние силы.	2	6	2	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	<p>Тема 5. Динамика материальной точки на прямой Движение точки по прямой под действием силы, зависящей только от положения. Потенциальность сил. Понятие о первых интегралах движения. Закон сохранения энергии. Фазовый портрет. Области возможности движения. Период колебаний в потенциальной яме. Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Малые колебания. (*) Асимптотика периода колебаний в окрестности точки невырожденного минимума потенциальной энергии. Линейный осциллятор. Влияние сил вязкого трения и внешнего возбуждения. Фазовые портреты для гармонического осциллятора с вязким трением в невырожденных случаях. Явление частотного резонанса.</p>	2	7-9	3	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Динамика свободной материальной точки. Уравнения движения материальной точки. Прямая и обратная задачи динамики. Уравнения движения в проекции на естественные оси. Работа силы на перемещении. Потенциальные силы. Силовая функция и потенциальная энергия. Аддитивность потенциала. Силовые функции ньютоновского тяготения, электростатического взаимодействия, упругой силы. Сухое трение ? закон Кулона. Импульс точки, кинетический момент и кинетическая энергия. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки в инерциальной системе отсчёта. Законы сохранения импульса, кинетического момента и полной механической энергии.	2	10-12	3	0	3	



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	<p>Тема 7. Динамика несвободной материальной точки Геометрические (голономные) связи. Движение точки по поверхности и кривой. Конфигурационное многообразие, касательное пространство. Принцип освобождения от связей. Заданные силы и реакции связей. Нормальная реакция, касательная реакция (сила трения). Реакция идеальной связи. Виртуальные перемещения. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода, определение реакций. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки при наличии идеальных связей. Интегралы импульса, кинетического момента и энергии. Определение реакции как функции от положения точки на кривой в консервативном случае. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Период малых колебаний. Сферический маятник. Первые интегралы. Редукция к одному</p>	2	13-15	2	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	<p>Тема 8. Динамика материальной точки в неинерциальной системе координат Движение точки по отношению к неинерциальной системе отсчёта. Переносная и кориолисова силы инерции. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальность переносных сил инерции. Обобщённый интеграл энергии. Уравнения движения материальной точки в системе равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. (*) Математический маятник во вращающейся системе координат. Уравнения движения. Перестройка фазового портрета. Равновесие материальной точки на Земле, вес. Падение материальной точки на Землю с учётом вращения Земли. (*) Маятник Фуко.</p>	2	16-18	2	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	<p>Тема 9. Динамика системы свободных точек Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент, кинетическая энергия. Оси Кёнига. Формулы Кёнига. Внешние и внутренние силы. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии в абсолютном движении и относительно осей Кёнига. Законы сохранения. Задача двух тел и ее сведение к задаче Кеплера. Задача n тел. Ее первые интегралы. (*) Устойчивость по Якоби. Теорема Якоби о необходимом условии устойчивости. (*) Ограниченная плоская круговая задача трех тел. Уравнения движения. Относительные положения равновесия. Коллинеарные точки либрации Эйлера. Треугольные точки либрации Лагранжа.</p>	2	1-2	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. (*) Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле.	2	3	2	0	0	Контрольная работа
11.	Тема 11. Аналитическая статика Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия для систем с потенциальными силами. Принцип Торричелли. Основные теоремы статики. Условия равновесия твердого тела.	2	4	1	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями Теорема об изменении импульса для систем со связями. Движение центра масс. Закон сохранения импульса. Теорема об изменении кинетического момента для систем со связями. Закон сохранения кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии для систем со связями. Работа сил. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии. Теоремы Кенига об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы для систем со связями.	2	5-6	2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	<p>Тема 13. Динамика твёрдого тела Оператор инерции твердого тела с неподвижной точкой, его изменение при переходе к другой системе координат. Тензор инерции и его свойства. Главные оси инерции. Эллипсоид инерции. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела с неподвижной точкой. Момент инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Уравнения движения свободного твёрдого тела. Понятие эквивалентности систем сил, действующих на твёрдое тело. Приведение сил тяжести к центру масс тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Балансировка. Физический маятник. Приведённая длина и центр качания. Теорема Гюйгенса. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Уравнения Эйлера-Пуассона и их первые интегралы.</p>	2	7-11	1	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
14.	Тема 14. Уравнения Лагранжа 2-го рода Принцип Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно старших производных. Обобщенные силы. Случай потенциальных сил, лагранжиан. Первые интегралы уравнений Лагранжа: обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби), циклические координаты и циклические интегралы. Понижение порядка по Раусу.	2	12-13	1	0	0	
15.	Тема 15. Неголономная механика Принцип наименьшего принуждения Гауса. Уравнения движения неголономных систем в форме Аппеля. Уравнения Рауса с неопределенными множителями. Задача о коньке. (*) Задача о шаре в цилиндре.	2	14-15	1	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. (*) Теория удара Ударный импульс. Основные уравнения и теоремы. Удар в системе с идеальными голономными связями. Удар твердого тела о поверхность. Удар двух тел. Теорема Карно. Удар по телу, вращающемуся вокруг оси. Центр удара. Удар при наложении идеальных голономных связей.	2	16-17	1	0	0	



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
17.	<p>Тема 17. Устойчивость положений равновесия. Малые колебания Положения равновесия натуральных лагранжевых систем. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Теорема Лагранжа-Дирихле. Обобщение теоремы Лагранжа-Дирихле для систем с гироскопическими силами. Линеаризация уравнений Лагранжа около положения равновесия. Уравнения малых колебаний. (*)</p> <p>Поведение собственных частот при изменении жесткостных или инерционных характеристик. (*)</p> <p>Поведение собственных частот при наложении связи. Четность характеристического полинома линеаризованных уравнений. Парность корней характеристического уравнения. Формулировка теоремы Ляпунова о неустойчивости по первому приближению. (*)</p> <p>Степень неустойчивости. Теорема о гироскопической стабилизации. Диссипативные силы. Влияние диссипативных сил на устойчивость положения</p>						

равновесия.

2

1-5

1

0

3

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
18.	Тема 18. Симметрии. Вариационные принципы. (*) Поле симметрий. Теорема Нётер о первых интегралах. Вариационные принципы. Функционал действия и его вариация. Принцип Гамильтона. Принцип Мопертюи-Якоби. Метрика Якоби. Вариация по Гамильтону и по Мопертюи-Якоби.	2	6-7	1	0	3	
19.	Тема 19. *) Инвариантная мера. Инвариантная мера. Мера с гладкой плотностью. Плотность при замене координат. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Построение инвариантной меры на многообразии уровней первых интегралов. Интегрируемость в квадратурах. Теорема Якоби о последнем множителе. Теорема Колмогорова о динамике систем с инвариантной мерой на двумерных торах. Инвариантная мера уравнений Эйлера-Пуассона и интегрируемость в квадратурах. Теорема Пуанкаре о возвращении.	2	8-9	1	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
20.	<p>Тема 20. Гамильтонова механика (*) Преобразование Лежандра, и его свойства. Канонические переменные. Вывод уравнений Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии; циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона; инвариантная мера уравнений Гамильтона (теорема Лиувилля о сохранении фазового объема). (*) Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Принцип Гамильтона в фазовом пространстве. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Интегральный инвариант Пуанкаре. (*) Инвариантность канонической 2-формы при сдвиге по траекториям. Канонические преобразования. Производящая функция. Производящая функция тождественного преобразования. Невырожденность преобразований (разрешимость). (*) Понижение порядка по Уиттекеру. Автономизация системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Его полный интеграл.</p>	2	10-14	1	0	3	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
21.	Тема 21. (*) Гамильтонова механика ? геометрический аспект Симплектическое многообразие. Формулировка теоремы Дарбу о канонических координатах. Гамильтоново векторное поле. Скобка Пуассона и ее свойства. Тождество Якоби. Алгебры Ли - примеры. Связь коммутатора функций и гамильтоновых векторных полей. Теорема Пуассона о первых интегралах. Теорема Лиувилля о вполне интегрируемых системах (формулировка). Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для систем с одной степенью свободы. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.	2	15-18	1	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	Экзамен
	Итого			36	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Кинематика точки Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в криволинейной системе координат ? формула Лагранжа. Движение точки по окружности и по кривой. Естественный трехгранник. Проекции скорости и ускорения на оси естественного трёхгранника. (\*) Формулы Френе. Выражение кривизны и кручения пространственной кривой через скорость и ускорение.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Основы кинематики. Системы отсчета. Время. Задачи кинематики. Способы задания движения точки. Связь векторной и естественной форм задания движения. Скорость и ускорение точки при векторной и координатной формах задания движения. Кривизна кривой. Круг кривизны. Дифференцирование вектора по скалярному аргументу. Формулы Пуассона. Скорость и ускорение точки при естественном способе задания движения. Определение траектории точки. Годограф вектора скорости и вектора ускорения. Скорость и ускорение точки в полярной системе координат. Секторная скорость и секторное ускорение.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач кинематики точки. Определение траектории точки при известном законе движения. Связь естественной и координатной форм задания закона движения. Определение скоростей и ускорений точки. Кинематика точки, брошенной под углом к горизонту. Решение задач кинематики в полярной системе координат.

**Тема 2. Кинематика твердого тела** Твердое тело. Способы описания движения - сопутствующий трехгранник и углы Эйлера. (\*) Теорема Шаля о конечных движениях твердого тела. Мгновенная угловая скорость при движении твердого тела. Формулы Пуассона. Формула Эйлера для распределения скоростей в твердом теле. Формула Ривальса для распределения ускорений в твердом теле. Распределение скоростей и ускорений при поступательном движении твердого тела и при вращении вокруг неподвижной оси. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения, подвижный и неподвижный аксоиды. Мгновенная ось винта и аксоиды при общем движении твердого тела. Качение без проскальзывания. Плоско-параллельное движение. Мгновенный центр скоростей и подвижная и неподвижная центроиды. Качение без проскальзывания.

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Виды движений твердого тела. Поступательное движение твердого тела. Специфика поступательного движения. Примеры. Паровозный спарник. Вращение твердого тела вокруг неподвижной оси. Скорость точки вращающегося тела. Скалярная и векторная формулы Эйлера. Ускорение точки вращающегося тела. Тангенциальное и осеостремительная компоненты ускорения. Плоскопараллельное движение твердого тела. Геометрическая картина плоскопараллельного движения. Примеры плоскопараллельного движения тела. Оси Кенига. Центр конечного вращения. Подвижная и неподвижная центроиды. Определение скоростей точек плоской фигуры. Теорема о сложении скоростей. Теорема о проекциях. Теорема о мгновенном центре скоростей. Распределение скоростей точек катящегося колеса. Суммирующий смеханизм. Ускорение точки плоской фигуры. Мгновенный центр ускорений. Способы определения мгновенного центра ускорений. Сферическое движение тела. Углы Эйлера. Кинематические уравнения Эйлера. Собственное вращение, прецессия и нутация. Определение углового ускорения тела при сферическом движении. Подвижный и неподвижный аксоиды. Примеры сферического движения тела.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач кинематики твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек вращающегося тела. Запись уравнений плоскопараллельного движения. Определение скоростей и ускорений точек тела при плоскопараллельном движении. Кинематический анализ движения кривошипно-шатунного механизма. Исследование сферического движения твердого тела. Определение скоростей и ускорений точек тела при сферическом движении.

**Тема 3. Относительное движение** Сложное движение точки. Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей в относительном движении. Связь абсолютной и относительной производных вектора. Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорение точки. Теорема о сложении ускорений в относительном движении. Ускорение точки в системе координат, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Сложное движение твёрдого тела. Сложение угловых скоростей в относительном движении твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Сложное движение точки. Относительное, переносное и абсолютное движение точки. Примеры. Теорема Бура о локальной производной. Теорема о сложении скоростей при сложном движении точки. Примеры. Теорема Кориолиса. Примеры. Определение ускорения Кориолиса. Примеры проявления действия ускорения Кориолиса в природе. Закон Бэра. Сложное движение твердого тела. Сложение поступательных движений твердого тела. Сложение вращательных движений твердого тела. Пара вращений. Винтовое движение твердого тела. Теорема Шаля.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач, посвященных сложному движению точки. Определение скоростей при сложном движении точки. Определение ускорений при сложном движении точки. Решение задач кинематики сложного движения тела Формула Виллиса.

**Тема 4. Ньютонова механика Ньютонова механика. Принцип детерминизма. Принцип относительности Галилея и (\*) следствия из него. Вывод формулы для гравитационной силы из законов Кеплера. Закон всемирного тяготения. Третий закон Ньютона, внутренние и внешние силы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Классическая динамика Ньютона. Законы Ньютона. Первая и вторая задачи динамики. Дифференциальные уравнения движения и их интегрирование. решение второй задачи динамики в декартовой и естественной системах координат. Пример: динамика точки, брошенной под углом к горизонту. Движение планет. Законы Кеплера. Закон всемирного тяготения.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение первой и второй задач динамики. Примеры интегрирования дифференциальных уравнений движения. Нахождение констант интегрирования.

**Тема 5. Динамика материальной точки на прямой Движение точки по прямой под действием силы, зависящей только от положения. Потенциальность сил. Понятие о первых интегралах движения. Закон сохранения энергии. Фазовый портрет. Области возможности движения. Период колебаний в потенциальной яме. Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Малые колебания. (\*) Асимптотика периода колебаний в окрестности точки невырожденного минимума потенциальной энергии. Линейный осциллятор. Влияние сил вязкого трения и внешнего возбуждения. Фазовые портреты для гармонического осциллятора с вязким трением в невырожденных случаях. Явление частотного резонанса.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Прямолинейное движение точки. Частные случаи интегрирования дифференциального уравнения движения при различных видах сил. Зависимость сил от скорости и положения. Первые интегралы. Свободные колебания точки под действием упругой возвращающей силы. Частота и период колебаний. Влияние постоянной силы. Затухающие колебания при наличии силы вязкого трения. Затухающие колебания при наличии силы сухого трения. Декремент колебаний. Вынужденные колебания. Явление резонанса.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение первой и второй задач динамики при прямолинейном движении. Интегрирование дифференциального уравнения движения при различных видах сил. Решение задач о колебательном движении точки.

**Тема 6. Динамика свободной материальной точки Уравнения движения материальной точки. Прямая и обратная задачи динамики. Уравнения движения в проекции на естественные оси. Работа силы на перемещении. Потенциальные силы. Силовая функция и потенциальная энергия. Аддитивность потенциала. Силовые функции ньютоновского тяготения, электростатического взаимодействия, упругой силы. Сухое трение ? закон Кулона. Импульс точки, кинетический момент и кинетическая энергия. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки в инерциальной системе отсчёта. Законы сохранения импульса, кинетического момента и полной механической энергии.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**



Движение свободной материальной точки. Решение второй задачи динамики в декартовой системе координат. Динамические характеристики. Количество движения, импульс силы, момент количества движения, кинетическая энергия, работа силы, мощность. Общие теоремы динамики точки. Теорема об изменении количества движения и следствия из нее. теорема об изменении момента количества движения и следствия из нее. Формулы Бинэ. Теорема об изменении кинетической энергии. Определение работы силы на перемещении. Потенциальные силы. Условия потенциальности сил. Потенциальное силовое поле. Потенциальная энергия. Интеграл энергии.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач на общие теоремы динамики точки.

**Тема 7. Динамика несвободной материальной точки Геометрические (голономные) связи. Движение точки по поверхности и кривой. Конфигурационное многообразие, касательное пространство. Принцип освобождения от связей. Заданные силы и реакции связей. Нормальная реакция, касательная реакция (сила трения). Реакция идеальной связи. Виртуальные перемещения. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода, определение реакций. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки при наличии идеальных связей. Интегралы импульса, кинетического момента и энергии. Определение реакции как функции от положения точки на кривой в консервативном случае. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Период малых колебаний. Сферический маятник. Первые интегралы. Редукция к одномерному случаю. Стационарные движения. (\*) Неудерживающие с**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Динамика несвободной материальной точки Геометрические (голономные) связи. Движение точки по поверхности и кривой. Конфигурационное многообразие, касательное пространство. Принцип освобождения от связей. Заданные силы и реакции связей. Нормальная реакция, касательная реакция (сила трения). Реакция идеальной связи. Виртуальные перемещения. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода, определение реакций. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки при наличии идеальных связей. Интегралы импульса, кинетического момента и энергии. Определение реакции как функции от положения точки на кривой в консервативном случае. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Период малых колебаний. Сферический маятник. Первые интегралы. Редукция к одномерному случаю. Стационарные движения.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач динамики несвободной материальной точки. Движение точки по внутренней поверхности конуса. Движение точки по сферической поверхности.

**Тема 8. Динамика материальной точки в неинерциальной системе координат Движение точки по отношению к неинерциальной системе отсчёта. Переносная и кориолисова силы инерции. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальность переносных сил инерции. Обобщённый интеграл энергии. Уравнения движения материальной точки в системе равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. (\*) Математический маятник во вращающейся системе координат. Уравнения движения. Перестройка фазового портрета. Равновесие материальной точки на Земле, вес. Падение материальной точки на Землю с учётом вращения Земли. (\*) Маятник Фуко.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Динамика материальной точки в неинерциальной системе координат Движение точки по отношению к неинерциальной системе отсчёта. Переносная и кориолисова силы инерции. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальность переносных сил инерции. Обобщённый интеграл энергии. Уравнения движения материальной точки в системе равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Математический маятник во вращающейся системе координат. Уравнения движения. Перестройка фазового портрета. Равновесие материальной точки на Земле, вес. Падение материальной точки на Землю с учётом вращения Земли. Маятник Фуко.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**



Решение задач динамики точки в неинерциальной системе отсчета. Динамика точки вблизи земной поверхности.

**Тема 9. Динамика системы свободных точек Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент, кинетическая энергия. Оси Кёнига. Формулы Кёнига. Внешние и внутренние силы. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии в абсолютном движении и относительно осей Кёнига. Законы сохранения. Задача двух тел и ее сведение к Задаче Кеплера. Задача  $n$  тел. Ее первые интегралы. (\*) Устойчивость по Якоби. Теорема Якоби о необходимом условии устойчивости. (\*) Ограниченная плоская круговая задача трех тел. Уравнения движения. Относительные положения равновесия. Коллинеарные точки либрации Эйлера. Треугольные точки либрации Лагранжа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Динамика системы свободных точек. Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент, кинетическая энергия. Оси Кёнига. Формулы Кёнига. Внешние и внутренние силы. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии в абсолютном движении и относительно осей Кёнига. Законы сохранения. Задача двух тел и ее сведение к Задаче Кеплера. Задача  $n$  тел. Ее первые интегралы. Устойчивость по Якоби. Теорема Якоби о необходимом условии устойчивости. Ограниченная плоская круговая задача трех тел. Уравнения движения. Относительные положения равновесия. Коллинеарные точки либрации Эйлера. Треугольные точки либрации Лагранжа.

**Тема 10. Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. (\*) Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле.

**Тема 11. Аналитическая статика Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия для систем с потенциальными силами. Принцип Торричелли. Основные теоремы статики. Условия равновесия твердого тела.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Аналитическая статика. Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия для систем с потенциальными силами. Принцип Торричелли. Основные теоремы статики. Условия равновесия твердого тела.

**Тема 12. Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями Теорема об изменении импульса для систем со связями. Движение центра масс. Закон сохранения импульса. Теорема об изменении кинетического момента для систем со связями. Закон сохранения кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии для систем со связями. Работа сил. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии. Теоремы Кенига об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы для систем со связями.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями. Теорема об изменении импульса для систем со связями. Движение центра масс. Закон сохранения импульса. Теорема об изменении кинетического момента для систем со связями. Закон сохранения кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии для систем со связями. Работа сил. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии. Теоремы Кенига об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы для систем со связями.

**Тема 13. Динамика твёрдого тела** Оператор инерции твердого тела с неподвижной точкой, его изменение при переходе к другой системе координат. Тензор инерции и его свойства. Главные оси инерции. Эллипсоид инерции. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела с неподвижной точкой. Момент инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Уравнения движения свободного твёрдого тела. Понятие эквивалентности систем сил, действующих на твёрдое тело. Приведение сил тяжести к центру масс тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Балансировка. Физический маятник. Приведённая длина и центр качания. Теорема Гюйгенса. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Уравнения Эйлера-Пуассона и их первые интегралы.

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Динамика твёрдого тела. Оператор инерции твердого тела с неподвижной точкой, его изменение при переходе к другой системе координат. Тензор инерции и его свойства. Главные оси инерции. Эллипсоид инерции. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела с неподвижной точкой. Момент инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Уравнения движения свободного твёрдого тела. Понятие эквивалентности систем сил, действующих на твёрдое тело. Приведение сил тяжести к центру масс тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Балансировка. Физический маятник. Приведённая длина и центр качания. Теорема Гюйгенса. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Уравнения Эйлера-Пуассона и их первые интегралы.

**Тема 14. Уравнения Лагранжа 2-го рода** Принцип Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно старших производных. Обобщенные силы. Случай потенциальных сил, лагранжиан. Первые интегралы уравнений Лагранжа: обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби), циклические координаты и циклические интегралы. Понижение порядка по Раусу.

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Уравнения Лагранжа 2-го рода. Принцип Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно старших производных. Обобщенные силы. Случай потенциальных сил, лагранжиан. Первые интегралы уравнений Лагранжа: обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби), циклические координаты и циклические интегралы. Понижение порядка по Раусу.

**Тема 15. Неголономная механика** Принцип наименьшего принуждения Гауса. Уравнения движения неголономных систем в форме Аппеля. Уравнения Рауса с неопределенными множителями. Задача о коньке. (\*) Задача о шаре в цилиндре.

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Неголономная механика. Принцип наименьшего принуждения Гауса. Уравнения движения неголономных систем в форме Аппеля. Уравнения Рауса с неопределенными множителями. Задача о коньке. Задача о шаре в цилиндре.

**Тема 16. (\*) Теория удара** Ударный импульс. Основные уравнения и теоремы. Удар в системе с идеальными голономными связями. Удар твердого тела о поверхность. Удар двух тел. Теорема Карно. Удар по телу, вращающемуся вокруг оси. Центр удара. Удар при наложении идеальных голономных связей.

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Теория удара. Ударный импульс. Основные уравнения и теоремы. Удар в системе с идеальными голономными связями. Удар твердого тела о поверхность. Удар двух тел. Теорема Карно. Удар по телу, вращающемуся вокруг оси. Центр удара. Удар при наложении идеальных голономных связей.

**Тема 17. Устойчивость положений равновесия. Малые колебания Положения равновесия натуральных лагранжевых систем. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Теорема Лагранжа-Дирихле. Обобщение теоремы Лагранжа-Дирихле для систем с гироскопическими силами. Линеаризация уравнений Лагранжа около положения равновесия. Уравнения малых колебаний. (\*) Поведение собственных частот при изменении жесткостных или инерционных характеристик. (\*) Поведение собственных частот при наложении связи. Четность характеристического полинома линеаризованных уравнений. Парность корней характеристического уравнения. Формулировка теоремы Ляпунова о неустойчивости по первому приближению. (\*) Степень неустойчивости. Теорема о гироскопической стабилизации. Диссипативные силы. Влияние диссипативных сил на устойчивость положения равновесия. Диссипативность сил Релея.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Устойчивость положений равновесия. Малые колебания Положения равновесия натуральных лагранжевых систем. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Теорема Лагранжа-Дирихле. Обобщение теоремы Лагранжа-Дирихле для систем с гироскопическими силами. Линеаризация уравнений Лагранжа около положения равновесия. Уравнения малых колебаний. (\*) Поведение собственных частот при изменении жесткостных или инерционных характеристик. (\*) Поведение собственных частот при наложении связи. Четность характеристического полинома линеаризованных уравнений. Парность корней характеристического уравнения. Формулировка теоремы Ляпунова о неустойчивости по первому приближению. Степень неустойчивости. Теорема о гироскопической стабилизации. Диссипативные силы. Влияние диссипативных сил на устойчивость положения равновесия. Диссипативность сил Релея.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач о малых колебаниях механической системы. Колебания с одной и с двумя степенями свободы.

**Тема 18. Симметрии. Вариационные принципы. (\*) Поле симметрий. Теорема Нётер о первых интегралах. Вариационные принципы. Функционал действия и его вариация. Принцип Гамильтона. Принцип Мопертюи-Якоби. Метрика Якоби. Вариация по Гамильтону и по Мопертюи-Якоби.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Симметрии. Вариационные принципы. Поле симметрий. Теорема Нётер о первых интегралах. Вариационные принципы. Функционал действия и его вариация. Принцип Гамильтона. Принцип Мопертюи-Якоби. Метрика Якоби. Вариация по Гамильтону и по Мопертюи-Якоби.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач с использованием вариационных принципов механики.

**Тема 19. \*) Инвариантная мера Инвариантная мера. Мера с гладкой плотностью. Плотность при замене координат. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Построение инвариантной меры на многообразии уровней первых интегралов. Интегрируемость в квадратурах. Теорема Якоби о последнем множителе. Теорема Колмогорова о динамике систем с инвариантной мерой на двумерных торах. Инвариантная мера уравнений Эйлера-Пуассона и интегрируемость в квадратурах. Теорема Пуанкаре о возвращении.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Инвариантная мера. Мера с гладкой плотностью. Плотность при замене координат. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Построение инвариантной меры на многообразии уровней первых интегралов. Интегрируемость в квадратурах. Теорема Якоби о последнем множителе. Теорема Колмогорова о динамике систем с инвариантной мерой на двумерных торах. Инвариантная мера уравнений Эйлера-Пуассона и интегрируемость в квадратурах. Теорема Пуанкаре о возвращении.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач.

**Тема 20. Гамильтонова механика (\*) Преобразование Лежандра, и его свойства. Канонические переменные. Вывод уравнений Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии; циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона; инвариантная мера уравнений Гамильтона (теорема Лиувилля о сохранении фазового объема). (\*) Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Принцип Гамильтона в фазовом пространстве. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Интегральный инвариант Пуанкаре. (\*) Инвариантность канонической 2-формы при сдвиге по траекториям. Канонические преобразования. Производящая функция. Производящая функция тождественного преобразования. Невырожденность преобразований (разрешимость). (\*) Понижение порядка по Уиттекеру. Автономизация системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Его полный интеграл. Разрешимость в квадратурах.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Гамильтонова механика. Преобразование Лежандра, и его свойства. Канонические переменные. Вывод уравнений Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии; циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона; инвариантная мера уравнений Гамильтона (теорема Лиувилля о сохранении фазового объема). Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Принцип Гамильтона в фазовом пространстве. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Интегральный инвариант Пуанкаре. Инвариантность канонической 2-формы при сдвиге по траекториям. Канонические преобразования. Производящая функция. Производящая функция тождественного преобразования. Невырожденность преобразований (разрешимость). Понижение порядка по Уиттекеру. Автономизация системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Его полный интеграл. Разрешимость в квадратурах.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Решение задач.

**Тема 21. (\*) Гамильтонова механика ? геометрический аспект Симплектическое многообразие. Формулировка теоремы Дарбу о канонических координатах. Гамильтоново векторное поле. Скобка Пуассона и ее свойства. Тождество Якоби. Алгебры Ли - примеры. Связь коммутатора функций и гамильтоновых векторных полей. Теорема Пуассона о первых интегралах. Теорема Лиувилля о вполне интегрируемых системах (формулировка). Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для систем с одной степенью свободы. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

1. Кинематика точки. Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в криволинейной системе координат. Формула Лагранжа. Движение точки по окружности и по кривой. Естественный трехгранник. Проекции скорости и ускорения на оси естественного трёхгранника. Формулы Френе. Выражение кривизны и кручения пространственной кривой через скорость и ускорение. 10. Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле. 20. Гамильтонова механика. Преобразование Лежандра, и его свойства. Канонические переменные. Вывод уравнений Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии; циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона; инвариантная мера уравнений Гамильтона (теорема Лиувилля о сохранении фазового объема). Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Принцип Гамильтона в фазовом пространстве. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Интегральный инвариант Пуанкаре. Инвариантность канонической 2-формы при сдвиге по траекториям. Канонические преобразования. Производящая функция. Производящая функция тождественного преобразования. Невырожденность преобразований (разрешимость). Понижение порядка по Уиттекеру. Автономизация системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Его полный интеграл. Разрешимость в квадратурах.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Кинематика точки Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в криволинейной системе координат ? формула Лагранжа. Движение точки по окружности и по кривой. Естественный трехгранник. Проекция скорости и ускорения на оси естественного трёхгранника. (*) Формулы Френе. Выражение кривизны и кручения пространственной кривой через скорость и ускорение.	2	1	домашняя работа	10	проверка домашней работы



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Кинематика твердого тела Твёрдое тело. Способы описания движения - сопутствующий трехгранник и углы Эйлера. (*) Теорема Шаля о конечных движениях твердого тела. Мгновенная угловая скорость при движении твердого тела. Формулы Пуассона. Формула Эйлера для распределения скоростей в твердом теле. Формула Ривальса для распределения ускорений в твердом теле. Распределение скоростей и ускорений при поступательном движении твердого тела и при вращении вокруг неподвижной оси. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения, подвижный и неподвижный аксоиды. Мгновенная ось винта и аксоиды при общем движении твердого тела. Качение без проскальзывания. Плоско-параллельное движение. Мгновенный центр скоростей и подвижная и неподвижная центроиды. Качение без проскальзывания.	2	2-3	домашняя работа	10	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Относительное движение Сложное движение точки. Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей в относительном движении. Связь абсолютной и относительной производных вектора. Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорение точки. Теорема о сложении ускорений в относительном движении. Ускорение точки в системе координат, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Сложное движение твёрдого тела. Сложение угловых скоростей в относительном движении твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.	2	4-5	домашняя работа	10	проверка домашней работы
4.	Тема 4. Ньютонова механика Ньютонова механика. Принцип детерминизма. Принцип относительности Галилея и (*) следствия из него. Вывод формулы для гравитационной силы из законов Кеплера. Закон всемирного тяготения. Третий закон Ньютона, внутренние и внешние силы.	2	6	домашняя работа	10	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	<p>Тема 5. Динамика материальной точки на прямой Движение точки по прямой под действием силы, зависящей только от положения. Потенциальность сил. Понятие о первых интегралах движения. Закон сохранения энергии. Фазовый портрет. Области возможности движения. Период колебаний в потенциальной яме. Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Малые колебания. (*) Асимптотика периода колебаний в окрестности точки невырожденного минимума потенциальной энергии. Линейный осциллятор. Влияние сил вязкого трения и внешнего возбуждения. Фазовые портреты для гармонического осциллятора с вязким трением в невырожденных случаях. Явление частотного резонанса.</p>	2	7-9	домашняя работа	10	проверка домашней работы



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	<p>Тема 6. Динамика свободной материальной точки Уравнения движения материальной точки. Прямая и обратная задачи динамики. Уравнения движения в проекции на естественные оси. Работа силы на перемещении. Потенциальные силы. Силовая функция и потенциальная энергия. Аддитивность потенциала. Силовые функции ньютоновского тяготения, электростатического взаимодействия, упругой силы. Сухое трение ? закон Кулона. Импульс точки, кинетический момент и кинетическая энергия. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки в инерциальной системе отсчёта. Законы сохранения импульса, кинетического момента и полной механической энергии.</p>	2	10-12	домашняя работа	5	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	<p>Тема 7. Динамика несвободной материальной точки                      Геометрические (голономные) связи.                      Движение точки по поверхности и кривой.                      Конфигурационное многообразие, касательное пространство.                      Принцип освобождения от связей. Заданные силы и реакции связей. Нормальная реакция, касательная реакция (сила трения).                      Реакция идеальной связи. Виртуальные перемещения.                      Принцип Даламбера-Лагранжа.                      Уравнения Лагранжа первого рода, определение реакций.                      Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки при наличии идеальных связей.                      Интегралы импульса, кинетического момента и энергии.                      Определение реакции как функции от положения точки на кривой в консервативном случае.                      Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Период малых колебаний.                      Сферический маятник.                      Первые интегралы.                      Редукция к одномерному случаю.                      Стационарные движения. (*)                      Неудерживающие с</p>	2	13-15	домашняя работа	5	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	<p>Тема 8. Динамика материальной точки в неинерциальной системе координат                      Движение точки по отношению к неинерциальной системе отсчёта.                      Переносная и кориолисова силы инерции. Теорема об изменении кинетической энергии.                      Потенциальность переносных сил инерции. Обобщённый интеграл энергии.                      Уравнения движения материальной точки в системе равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. (*)                      Математический маятник во вращающейся системе координат. Уравнения движения.                      Перестройка фазового портрета. Равновесие материальной точки на Земле, вес. Падение материальной точки на Землю с учётом вращения Земли. (*)                      Маятник Фуко.</p>	2	16-18	домашняя работа	5	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	<p>Тема 9. Динамика системы свободных точек Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент, кинетическая энергия. Оси Кёнига. Формулы Кёнига. Внешние и внутренние силы. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии в абсолютном движении и относительно осей Кёнига. Законы сохранения. Задача двух тел и ее сведение к задаче Кеплера. Задача n тел. Ее первые интегралы. (*) Устойчивость по Якоби. Теорема Якоби о необходимом условии устойчивости. (*) Ограниченная плоская круговая задача трех тел. Уравнения движения. Относительные положения равновесия. Коллинеарные точки либрации Эйлера. Треугольные точки либрации Лагранжа.</p>	2	1-2	домашняя работа	5	проверка домашней работы

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. (*) Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле.	2	3	подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
	Итого				72	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курсы лекций и семинарских занятий, организованные по стандартной технологии.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Кинематика точки Закон движения, траектория, скорость и ускорение точки. Скорость и ускорение точки в криволинейной системе координат ? формула Лагранжа. Движение точки по окружности и по кривой. Естественный трехгранник. Проекция скорости и ускорения на оси естественного трёхгранника. (\*) Формулы Френе. Выражение кривизны и кручения пространственной кривой через скорость и ускорение.**

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 2. Кинематика твердого тела** Твердое тело. Способы описания движения - сопутствующий трехгранник и углы Эйлера. (\*) Теорема Шаля о конечных движениях твердого тела. Мгновенная угловая скорость при движении твердого тела. Формулы Пуассона. Формула Эйлера для распределения скоростей в твердом теле. Формула Ривальса для распределения ускорений в твердом теле. Распределение скоростей и ускорений при поступательном движении твердого тела и при вращении вокруг неподвижной оси. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Мгновенная ось вращения, подвижный и неподвижный аксоиды. Мгновенная ось винта и аксоиды при общем движении твердого тела. Качение без проскальзывания. Плоско-параллельное движение. Мгновенный центр скоростей и подвижная и неподвижная центроиды. Качение без проскальзывания.

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 3. Относительное движение** Сложное движение точки. Абсолютная, относительная, переносная скорости точки. Теорема о сложении скоростей в относительном движении. Связь абсолютной и относительной производных вектора. Абсолютное, относительное, переносное, кориолисово ускорение точки. Теорема о сложении ускорений в относительном движении. Ускорение точки в системе координат, равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. Сложное движение твёрдого тела. Сложение угловых скоростей в относительном движении твердого тела. Кинематические формулы Эйлера.

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 4. Ньютонова механика** Ньютонова механика. Принцип детерминизма. Принцип относительности Галилея и (\*) следствия из него. Вывод формулы для гравитационной силы из законов Кеплера. Закон всемирного тяготения. Третий закон Ньютона, внутренние и внешние силы.

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 5. Динамика материальной точки на прямой** Движение точки по прямой под действием силы, зависящей только от положения. Потенциальность сил. Понятие о первых интегралах движения. Закон сохранения энергии. Фазовый портрет. Области возможности движения. Период колебаний в потенциальной яме. Линеаризация уравнений движения в окрестности положения равновесия. Малые колебания. (\*) Асимптотика периода колебаний в окрестности точки невырожденного минимума потенциальной энергии. Линейный осциллятор. Влияние сил вязкого трения и внешнего возбуждения. Фазовые портреты для гармонического осциллятора с вязким трением в невырожденных случаях. Явление частотного резонанса.

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 6. Динамика свободной материальной точки** Уравнения движения материальной точки. Прямая и обратная задачи динамики. Уравнения движения в проекции на естественные оси. Работа силы на перемещении. Потенциальные силы. Силовая функция и потенциальная энергия. Аддитивность потенциала. Силовые функции ньютоновского тяготения, электростатического взаимодействия, упругой силы. Сухое трение ? закон Кулона. Импульс точки, кинетический момент и кинетическая энергия. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки в инерциальной системе отсчёта. Законы сохранения импульса, кинетического момента и полной механической энергии.

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 7. Динамика несвободной материальной точки Геометрические (голономные) связи. Движение точки по поверхности и кривой. Конфигурационное многообразие, касательное пространство. Принцип освобождения от связей. Заданные силы и реакции связей. Нормальная реакция, касательная реакция (сила трения). Реакция идеальной связи. Виртуальные перемещения. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа первого рода, определение реакций. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии точки при наличии идеальных связей. Интегралы импульса, кинетического момента и энергии. Определение реакции как функции от положения точки на кривой в консервативном случае. Математический маятник. Уравнение движения. Фазовый портрет. Период малых колебаний. Сферический маятник. Первые интегралы. Редукция к одномерному случаю. Стационарные движения. (\*) Неудерживающие с**

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 8. Динамика материальной точки в неинерциальной системе координат Движение точки по отношению к неинерциальной системе отсчёта. Переносная и кориолисова силы инерции. Теорема об изменении кинетической энергии. Потенциальность переносных сил инерции. Обобщённый интеграл энергии. Уравнения движения материальной точки в системе равномерно вращающейся вокруг неподвижной оси. (\*) Математический маятник во вращающейся системе координат. Уравнения движения. Перестройка фазового портрета. Равновесие материальной точки на Земле, вес. Падение материальной точки на Землю с учётом вращения Земли. (\*) Маятник Фуко.**

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 9. Динамика системы свободных точек Основные понятия динамики системы материальных точек: центр масс, импульс, кинетический момент, кинетическая энергия. Оси Кёнига. Формулы Кёнига. Внешние и внутренние силы. Теоремы об изменении импульса, кинетического момента и кинетической энергии в абсолютном движении и относительно осей Кёнига. Законы сохранения. Задача двух тел и ее сведение к Задаче Кеплера. Задача n тел. Ее первые интегралы. (\*) Устойчивость по Якоби. Теорема Якоби о необходимом условии устойчивости. (\*) Ограниченная плоская круговая задача трех тел. Уравнения движения. Относительные положения равновесия. Коллинеарные точки либрации Эйлера. Треугольные точки либрации Лагранжа.**

проверка домашней работы , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 10. Учение о связях Учение о связях. Голономные (геометрические) связи, конфигурационное пространство, обобщенные координаты, число степеней свободы системы. Неголономные (неинтегрируемые) связи. Стационарные связи. Виртуальные и действительные перемещения. (\*) Неголономность конька Чаплыгина. Аксиома освобождения от связей. Реакции связей. Элементарная работа. Идеальные связи. Принцип Даламбера-Лагранжа. Уравнения Лагранжа 1-го рода (уравнения Лагранжа с множителями). Идеальность связей, в твердом теле.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка корректности решения домашнего задания, разбор не решенных и сложных задач. Анализ полученных результатов при решении домашнего задания.

**Тема 11. Аналитическая статика Принцип виртуальных перемещений. Условия равновесия для систем с потенциальными силами. Принцип Торричелли. Основные теоремы статики. Условия равновесия твердого тела.**



**Тема 12. Общие теоремы динамики для систем с идеальными связями Теорема об изменении импульса для систем со связями. Движение центра масс. Закон сохранения импульса. Теорема об изменении кинетического момента для систем со связями. Закон сохранения кинетического момента. Теорема об изменении кинетической энергии для систем со связями. Работа сил. Потенциальные силы. Закон сохранения энергии. Теоремы Кенига об изменении кинетического момента и кинетической энергии системы для систем со связями.**

**Тема 13. Динамика твёрдого тела Оператор инерции твердого тела с неподвижной точкой, его изменение при переходе к другой системе координат. Тензор инерции и его свойства. Главные оси инерции. Эллипсоид инерции. Вычисление кинетического момента и кинетической энергии твердого тела с неподвижной точкой. Момент инерции относительно оси. Теорема Гюйгенса-Штейнера. Уравнения движения свободного твёрдого тела. Понятие эквивалентности систем сил, действующих на твёрдое тело. Приведение сил тяжести к центру масс тела. Вращение твёрдого тела вокруг неподвижной оси. Балансировка. Физический маятник. Приведённая длина и центр качания. Теорема Гюйгенса. Твёрдое тело с неподвижной точкой. Уравнения Эйлера-Пуассона и их первые интегралы.**

**Тема 14. Уравнения Лагранжа 2-го рода Принцип Даламбера-Лагранжа в обобщенных координатах. Уравнения Лагранжа второго рода. Разрешимость уравнений Лагранжа относительно старших производных. Обобщенные силы. Случай потенциальных сил, лагранжиан. Первые интегралы уравнений Лагранжа: обобщенный интеграл энергии (интеграл Якоби), циклические координаты и циклические интегралы. Понижение порядка по Раусу.**

**Тема 15. Неголономная механика Принцип наименьшего принуждения Гауса. Уравнения движения неголономных систем в форме Аппеля. Уравнения Рауса с неопределенными множителями. Задача о коньке. (\*) Задача о шаре в цилиндре.**

**Тема 16. (\*) Теория удара Ударный импульс. Основные уравнения и теоремы. Удар в системе с идеальными голономными связями. Удар твердого тела о поверхность. Удар двух тел. Теорема Карно. Удар по телу, вращающемуся вокруг оси. Центр удара. Удар при наложении идеальных голономных связей.**

**Тема 17. Устойчивость положений равновесия. Малые колебания Положения равновесия натуральных лагранжевых систем. Устойчивость положения равновесия по Ляпунову. Теорема Лагранжа-Дирихле. Обобщение теоремы Лагранжа-Дирихле для систем с гироскопическими силами. Линеаризация уравнений Лагранжа около положения равновесия. Уравнения малых колебаний. (\*) Поведение собственных частот при изменении жесткостных или инерционных характеристик. (\*) Поведение собственных частот при наложении связи. Четность характеристического полинома линеаризованных уравнений. Парность корней характеристического уравнения. Формулировка теоремы Ляпунова о неустойчивости по первому приближению. (\*) Степень неустойчивости. Теорема о гироскопической стабилизации. Диссипативные силы. Влияние диссипативных сил на устойчивость положения равновесия. Диссипативность сил Релея.**

**Тема 18. Симметрии. Вариационные принципы. (\*) Поле симметрий. Теорема Нётер о первых интегралах. Вариационные принципы. Функционал действия и его вариация. Принцип Гамильтона. Принцип Мопертюи-Якоби. Метрика Якоби. Вариация по Гамильтону и по Мопертюи-Якоби.**

**Тема 19. \*) Инвариантная мера Инвариантная мера. Мера с гладкой плотностью. Плотность при замене координат. Теорема Лиувилля об инвариантной мере. Построение инвариантной меры на многообразии уровней первых интегралов. Интегрируемость в квадратурах. Теорема Якоби о последнем множителе. Теорема Колмогорова о динамике систем с инвариантной мерой на двумерных торах. Инвариантная мера уравнений Эйлера-Пуассона и интегрируемость в квадратурах. Теорема Пуанкаре о возвращении.**



**Тема 20. Гамильтонова механика (\*) Преобразование Лежандра, и его свойства. Канонические переменные. Вывод уравнений Гамильтона. Свойства уравнений Гамильтона: интеграл энергии; циклические интегралы и понижение порядка в уравнениях Гамильтона; инвариантная мера уравнений Гамильтона (теорема Лиувилля о сохранении фазового объема). (\*) Лемма об аннуляторе канонической 2-формы. Принцип Гамильтона в фазовом пространстве. Интегральный инвариант Пуанкаре-Картана. Интегральный инвариант Пуанкаре. (\*) Инвариантность канонической 2-формы при сдвиге по траекториям. Канонические преобразования. Производящая функция. Производящая функция тождественного преобразования. невырожденность преобразований (разрешимость). (\*) Понижение порядка по Уиттекеру. Автономизация системы. Уравнение Гамильтона-Якоби. Его полный интеграл. Разрешимость в квадратурах.**

**Тема 21. (\*) Гамильтонова механика ? геометрический аспект Симплектическое многообразие. Формулировка теоремы Дарбу о канонических координатах. Гамильтоново векторное поле. Скобка Пуассона и ее свойства. Тождество Якоби. Алгебры Ли - примеры. Связь коммутатора функций и гамильтоновых векторных полей. Теорема Пуассона о первых интегралах. Теорема Лиувилля о вполне интегрируемых системах (формулировка). Переменные действие-угол. Переменные действие-угол для систем с одной степенью свободы. Переменные действие-угол для гармонического осциллятора.**

### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 2 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

Экзамены и коллоквиум в соответствии с приведенной выше программой; контрольные работы, формируемые на основе задачников:

Мещерский И.В. Сборник задач по теоретической механике.

Бухгольц Н.Н., Воронков И.М., Минаков А.П. Сборник задач по теоретической механике.

Пятницкий Е.С. Трухан Н.М. Ханукаев Ю.И. Сборник задач по аналитической механике.

Якимова К.Е. (ред.) Задачи по теоретической механике.

Сальникова Т.В., Якимова К.Е. Задачник по аналитической механике.

Указанные задачки используется также для самостоятельной работы студентов.

### **7.1. Основная литература:**

Теоретическая механика: Учебник / В.Л. Цивильский. - 4-е изд., перераб. и доп. - М.: КУРС: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 368 с.: 60x90 1/16. (переплет) ISBN 978-5-905554-48-3  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=443436>

Теоретическая механика: Учебное пособие/Г.П.Бурчак, Л.В.Винник - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 271 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат) (Переплёт) ISBN 978-5-16-009648-3  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=451783>

Теоретическая механика. Часть 1. Статика, кинематика/Крамаренко Н.В. - Новосиб.: НГТУ, 2012. - 83 с.: ISBN 978-5-7782-2159-8 - Режим доступа:  
<http://znanium.com/catalog/product/548072>

Теоретическая механика. Часть 2. Статика / Родионов А.И., Ким В.Ф. - Новосиб.: НГТУ, 2011. - 92 с.: ISBN 978-5-7782-1644-0 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/556824>

Теоретическая механика. Часть 3. Динамика/Родионов А.И., Ким В.Ф. - Новосиб.: НГТУ, 2010. - 240 с.: ISBN 978-5-7782-1483-5 - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/546284>

### **7.2. Дополнительная литература:**

Теоретическая механика. Часть 2. Динамика, аналитическая механика/Крамаренко Н.В. - Новосиб.: НГТУ, 2013. - 120 с.: ISBN 978-5-7782-2321-9 - Режим доступа:

<http://znanium.com/catalog/product/549346>

Теоретическая механика. Кинематика. Практикум: Уч. пос. / В.А. Акимов, О.Н. Скляр, А.А. Федута; Под общ. ред. проф. А.В. Чигарева. - М.: ИНФРА-М; Мн.: Нов. знание, 2012. - 635 с.: 60x90 1/16. - (Выш. образ.). (п) ISBN 978-5-16-005064-5  
<http://znanium.com/bookread2.php?book=235510>

Макаренко, И. В. Теоретическая механика. Статика, кинематика, динамика [Электронный ресурс] : Методические рекомендации и задания для выполнения расчетно-графических работ / И. В. Макаренко. - М. : МГАВТ, 2009. - 15 с. - Режим доступа: <http://znanium.com/> - Режим доступа: <http://znanium.com/catalog/product/403988>

Теоретическая механика. Сборник задач: Учебное пособие / М.Н. Кирсанов. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 430 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование). (переплет) ISBN 978-5-16-010026-5 <http://znanium.com/bookread2.php?book=466627>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Электронная библиотека механико-математического факультета МГУ - <http://lib.mexmat.ru/>

Научно-образовательный центр при МИАН - <http://www.mi.ras.ru/>

ЭБС "Znanium.com" - <http://znanium.com>

ЭБС "ЮРАЙТ" - <https://www.biblio-online.ru>

Электронный каталог фирмы "Июкогава" - <http://www.yokogawa.ru>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теоретическая и прикладная механика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 21.03.01 "Нефтегазовое дело" и профилю подготовки не предусмотрено .

Автор(ы):

Саченков А.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.