

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



Программа дисциплины
Основы вариационного исчисления Б1.Б.7

Направление подготовки: 15.03.03 - Прикладная механика

Профиль подготовки: Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. , Насибуллин Р.Г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Авхадиев Ф. Г.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 8172816

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Агачев Ю.Р. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , Juriy.Agachev@kpfu.ru ; старший преподаватель, к.н. Насибуллин Р.Г. Кафедра теории функций и приближений отделение математики , rnasibul@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Теория оптимизации" являются: изучение основных классов экстремальных задач в конечномерных и бесконечномерных пространствах, исследование необходимых и достаточных условий оптимальности в этих задачах, умение использования принципа Лагранжа и численных методов при решении различных прикладных задач, сводящихся к экстремальным задачам. Курс обязательно должен сопровождаться лабораторными (практическими) занятиями, где рассматриваются вопросы по применению теории и построению численных методов решения конкретных экстремальных задач. В результате выпускник должен понимать основные идеи, лежащие в основе теоретического исследования экстремальных задач и численных методов их решения, роль этих методов в современной математике и других науках, их практическое применение и возможности, обладать теоретическими знаниями основных критериев оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, приобрести навыки применения критериев оптимальности и численных методов для различных классов экстремальных задач, умения довести их до числа.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 15.03.03 Прикладная механика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть цикла профессиональных дисциплин. Для изучения и освоения дисциплины нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, функционального анализа, линейной алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений математической физики, численных методов. Знания и умения, приобретенные студентами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при изучении курсов математического моделирования, при выполнении курсовых и дипломных работ, связанных с математическим моделированием, решением конкретных задач из механики, физики и т.п.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	способность и готовность использовать в профессиональной деятельности фундаментальную подготовку по основам профессиональных знаний
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность к определению общих форм, закономерностей, инструментальных средств отдельной предметной области;
ПК-10 (профессиональные компетенции)	понимание корректности постановок задач;
ПК-12 (профессиональные компетенции)	глубокое понимание сути точности фундаментального знания;

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умение ориентироваться в постановках задач;
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знание корректности постановок задач;
ПК-20 (профессиональные компетенции)	владение методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных и инженерно-технических задач;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные критерии оптимальности для задач линейного и нелинейного программирования, классического вариационного исчисления и оптимального управления, основные численные методы и алгоритмы решения указанных задач.

2. должен уметь:

применять критерии оптимальности, разрабатывать численные методы и алгоритмы с доведением их до числа.

3. должен владеть:

методами и технологиями применения критериев оптимальности и разработки численных методов для указанных задач.

применять критерии оптимальности и численные методы для решения различных классов экстремальных задач

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в теорию экстремальных задач. Безусловная						

гладкая оптимизация

3	1	1	1	0		
---	---	---	---	---	--	--

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	3	2	1	1	0	
3.	Тема 3. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	3	3	1	2	0	
4.	Тема 4. Выпуклое программирование	3	4-5	2	2	0	
5.	Тема 5. Нелинейное программирование	3	6-7	2	2	0	
6.	Тема 6. Численные методы решения задач математического программирования	3	8-9	2	2	0	
7.	Тема 7. Линейное программирование	3	10-11	2	2	0	
8.	Тема 8. Классическое вариационное исчисление. Основные понятия и приложения.	3	12	1	1	0	
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления	3	13-14	2	2	0	
10.	Тема 10. Оптимальное управление	3	15-16	2	2	0	
11.	Тема 11. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	3	17-18	2	1	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Итого			18	18	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в теорию экстремальных задач. Безусловная гладкая оптимизация

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Задачи и цели курса. Общая постановка задачи. Целевая функция. Допустимое множество. Локальное и глобальное оптимальные решения. Прикладные аспекты. Необходимое условие локального экстремума гладкой функции. Необходимое и достаточное условия локального минимума второго порядка. Теорема Вейерштрасса и ее следствия.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Решение задач с помощью необходимых и достаточных условий оптимальности. Нахождение критических точек. Исследование их на точки локального и глобального минимума (максимума)

Тема 2. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Унимодальная функция. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной без использования производной: равномерный поиск, метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фибоначи. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной с использованием производной: метод деления отрезка пополам, метод Ньютона.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Решения экстремальных задач для функций одной переменной без использования производной: равномерный поиск, метод дихотомии, метод золотого сечения, метод Фибоначи. Решения экстремальных задач для функций одной переменной с использованием производной: метод деления отрезка пополам, метод Ньютона.

Тема 3. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Итеративные методы. Направление спуска. Выбор параметра. Критерии останова. Приближенные методы решения экстремальных задач для функций нескольких переменных с использованием производной: градиентные методы, методы наискорейшего спуска, Ньютона, Ньютона-Рафсона, Флетчера-Ривса, методы, использующие сопряженные направления. Численные методы решения экстремальных задач для функций нескольких переменных без использования производной: Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решения экстремальных задач для функций нескольких переменных с использованием производной: градиентные методы, методы наискорейшего спуска, Ньютона, Ньютона-Рафсона, Флетчера-Ривса, методы, использующие сопряженные направления. Решения экстремальных задач для функций нескольких переменных без использования производной: Методы циклического покоординатного спуска, Хука-Дживса.

Тема 4. Выпуклое программирование

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Элементы выпуклого анализа. Выпуклые множества. Выпуклые функции. Гиперплоскость. Опорная и разделяющая гиперплоскости. Теоремы отделимости. Субградиент функции и его геометрический смысл. Необходимые и достаточные условия существования субградиента в точке. Постановка задачи выпуклого программирования. Условия совпадения локального минимума с глобальным. Необходимые и достаточные условия оптимального решения в терминах градиента и субградиента функции.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач выпуклого программирования с помощью критериев оптимальности

Тема 5. Нелинейное программирование

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задачи с ограничениями равенствами и неравенствами. Постановка задачи. Геометрическая интерпретация. Необходимые условия оптимальности в терминах градиентов функций (Теоремы Джона и Куна-Таккера). Необходимые и достаточные условия оптимальности второго порядка. Метод множителей Лагранжа. Двойственная задача. Седловая точка. Теоремы двойственности для задач математического программирования.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Правило множителей Лагранжа. Нахождение допустимых критических точек в задачах математического программирования. Исследование их на точки локального и глобального экстремума

Тема 6. Численные методы решения задач математического программирования

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метод штрафных функций. Метод барьерных функций. Методы проектирования на область. Метод возможных направлений.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение задач методом штрафных функций, методом барьерных функций, методом проектирования на область, методом возможных направлений.

Тема 7. Линейное программирование

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Постановка задачи линейного программирования. Геометрическая интерпретация. Различные формы записи ЛП, переход от одной к другим. Примеры задач ЛП: задача о рационе, производственная задача, транспортная задача. Двойственные задачи Теоремы двойственности. Симплекс -метод.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Симплекс-метод решения канонической задачи. Метод искусственного базиса и двойственный симплекс-метод. Применение к решению общей задачи линейного программирования

Тема 8. Классическое вариационное исчисление. Основные понятия и приложения.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Постановка задачи ВИ. Приложения. Слабый и сильный экстремум. Интегральные и дискретные функционалы. Вариация функционала. Лемма Дюбуа-Реймона.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Исследование связи двух постановок. Исследование критических "точек" на точки слабого и сильного экстремумов

Тема 9. Задачи вариационного исчисления

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Простейшая задача ВИ. Необходимое условие слабого локального экстремума: уравнение Эйлера. Инвариантность уравнения Эйлера. Условия Вейерштрасса, Лежандра и Якоби. Необходимые условия слабого минимума второго порядка. Достаточные условия сильного локального минимума. Элементы теории поля экстремалей. Векторный случай. Задача Больца. Постановка задачи. Необходимое условие слабого локального экстремума: уравнение Эйлера и условия трансверсальности. Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимое условие слабого локального экстремума. Задача с подвижными концами. Постановка задачи. Необходимое условие слабого локального экстремума. Задача со старшими производными. Постановка задачи. Необходимое условие слабого локального экстремума: уравнение Эйлера-Пуассона. Задача Лагранжа. Постановка задачи. Необходимое условие слабого локального экстремума.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение простейшей задачи вариационного исчисления с использованием необходимых условий слабого локального экстремума. Исследование полученных "точек" с помощью необходимых и достаточных условий второго порядка.

Тема 10. Оптимальное управление

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задача оптимального управления в понтрягинской форме. Фазовая траектория. Управление. Принцип максимума Понтрягина. Принцип максимума для простейшей задачи оптимального управления. Задача о быстродействии. Задачи оптимального управления в ляпуновской форме. Задачи оптимального управления, линейные по фазовым траекториям. Уравнения Гамильтона.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Решение конкретных простейших задач оптимального управления на основе принципа Понтрягина

Тема 11. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Прямые методы решения задач ВИ. Минимизирующая последовательность. Метод Эйлера. Метод Рунге.

практическое занятие (1 часа(ов)):

Построение минимизирующей последовательности методами Эйлера и Рунге.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение в теорию экстремальных задач. Безусловная гладкая оптимизация	3	1	Домашнее задание.	3	Проверка домашнего задания
2.	Тема 2. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной	3	2	Индивидуальное задание.	3	Отчет либо презентация
3.	Тема 3. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных	3	3	Индивидуальное задание либо задание на команду 3-4 чел. Требуется найти минимум заданной функции оп	3	Отчет либо презентация.
4.	Тема 4. Выпуклое программирование	3	4-5	Домашнее задание.	3	Проверка домашнего задания
5.	Тема 5. Нелинейное программирование	3	6-7	Домашнее задание.	3	Проверка домашнего задания
6.	Тема 6. Численные методы решения задач математического программирования	3	8-9	Индивидуальное задание.	3	Отчет

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Линейное программирование	3	10-11	Индивидуальное задание. Решить задачу ЛП симплекс-методом с использованием метода искусственного баз	4	Отчет Отчет
8.	Тема 8. Классическое вариационное исчисление. Основные понятия и приложения.	3	12	Домашнее задание.	3	Проверка домашнего задания
9.	Тема 9. Задачи вариационного исчисления	3	13-14	Индивидуальное задание.	3	Отчет
10.	Тема 10. Оптимальное управление	3	15-16	Домашнее задание.	4	Проверка домашнего задания
11.	Тема 11. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления	3	17-18	Индивидуальное задание.	4	Отчет
	Итого				36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Сочетание традиционных образовательных технологий в форме лекций и лабораторных занятий, самостоятельных работ и проведение контрольных мероприятий (зачетов, промежуточного тестирования), а также активных и интерактивных форм занятий.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в теорию экстремальных задач. Безусловная гладкая оптимизация

Проверка домашнего задания , примерные вопросы:

Проверка домашнего задания.

Тема 2. Численные методы решения экстремальных задач для функций одной переменной

Отчет либо презентация, примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание.

Тема 3. Численные методы решения задач безусловной оптимизации для функций многих переменных

Отчет либо презентация. , примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание. Найти минимум заданной функции многих переменных определенным численным методом. Варьируются функции и методы.

Тема 4. Выпуклое программирование

Проверка домашнего задания , примерные вопросы:

Проверка домашнего задания.

Тема 5. Нелинейное программирование

Проверка домашнего задания , примерные вопросы:

Проверка домашнего задания.

Тема 6. Численные методы решения задач математического программирования

Отчет , примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание.

Тема 7. Линейное программирование

Отчет Отчет , примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание. Решить задачу линейного программирования симплекс-методом с использованием метода искусственного базиса. Построить двойственную задачу и найти ее решение. Варьируются задачи.

Тема 8. Классическое вариационное исчисление. Основные понятия и приложения.

Проверка домашнего задания , примерные вопросы:

Проверка домашнего задания.

Тема 9. Задачи вариационного исчисления

Отчет , примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание.

Тема 10. Оптимальное управление

Проверка домашнего задания , примерные вопросы:

Проверка домашнего задания.

Тема 11. Численные методы решения задач вариационного исчисления и оптимального управления

Отчет , примерные вопросы:

Контрольная работа. Индивидуальное задание.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Контроль качества подготовки осуществляется путем проверки теоретических знаний и практических навыков путем:

- 1) промежуточных контрольных работ
- 2) зачетов в конце каждого семестра
- 3) проверки и приема текущих семестровых заданий.

Вопросы к зачету 1 семестр:

1. Постановка задачи безусловной оптимизации.
2. Необходимые и достаточные условия локального экстремума безусловной оптимизации.
3. Численные методы решения задачи безусловной оптимизации.
4. Постановка гладкой задачи с ограничениями равенствами и неравенствами .
5. Необходимые и достаточные условия локального экстремума нелинейного программирования. Принцип Лагранжа. Элементы теории двойственности. Седловая точка.
6. Численные методы нелинейного программирования.
7. Выпуклое программирование. Локальный и глобальный минимум.
8. Линейное программирование. Постановка задачи. Двойственные задачи. Примеры задач ЛП.

9. Симплекс-метод. Метод искусственного базиса.

Вопросы к зачету 2 семестр:

1. Простейшая задача вариационного исчисления. Постановка задачи. Слабый и сильный экстремум. Локальный и глобальный экстремум. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
2. Задача Больца. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
3. Изопериметрическая задача. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
4. Задача со старшими производными. Постановка задачи. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
5. Задача Лагранжа в понтрягинской форме.
6. Задачи оптимального управления.
7. Численные методы решения задач ВИ.

7.1. Основная литература:

Кашина, Ольга Андреевна.

Методы оптимизации : учебное пособие / О. А. Кашина, А. И. Кораблев ; Казан. гос. ун-т, Фак. вычисл. математики и кибернетики .- Казань : Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008 .- ; 21.

Ч. 1: Элементы теории экстремальных задач .- 2008 .- 83 с.

Алексеев В.М., Галеев Э.М., Тихомиров В.М. Сборник задач по оптимизации. Теория. Примеры. Задачи: Учеб.пособие. - 2-е изд., перераб. и доп. - М.: Физматлит, 2011. - 256 с.; ISBN 978-5-9221-0590-3 // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2097

Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. Курс методов оптимизации: Учеб.пособие. - 2-е изд. - М.: Физматлит, 2011. - 384 с.; ISBN 978-5-9221-0559-0 // http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2330

7.2. Дополнительная литература:

Кашина, Ольга Андреевна.

Методы оптимизации : учебное пособие / О. А. Кашина, А. И. Кораблев ; Казан. гос. ун-т, Фак. вычисл. математики и кибернетики .- Казань : Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008 .- ; 21.

Ч. 2: Численные методы решения экстремальных задач .- Казань : [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2011 .- 143 с.

Акулич, Иван Людвигович. Математическое программирование в примерах и задачах : учебное пособие / И. Л. Акулич .- Изд. 2-е, испр. - Санкт-Петербург [и др.] : Лань, 2009 .- 347 с

Аттетков А. В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 270 с.

<http://znanium.com/bookread.php?book=350985>

7.3. Интернет-ресурсы:

Scopus.com теория оптимизации -

<http://www.scopus.com/results/results.url?sort=plf-f&src=s&st1=optimization+theory&sid=9D313BD1AAC1>

Журнал Известия ВУЗов Математика - http://old.kpfu.ru/journals/izv_vuz/

Международное сообщество математиков mathoverflow.net - mathoverflow.net

Общероссийский математический портал - <http://www.mathnet.ru/>

Теория оптимизации в задачах и упражнениях -

http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=3799

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Основы вариационного исчисления" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебные аудитории для проведения лекционных и семинарных занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 15.03.03 "Прикладная механика" и профилю подготовки Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры .

Автор(ы):

Агачев Ю.Р. _____

Насибуллин Р.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Ожегова А.В. _____

"__" _____ 201__ г.