

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Метод конечных элементов Б1.В.ДВ.12**

Направление подготовки: 09.03.02 - Информационные системы и технологии

Профиль подготовки: Информационные системы в образовании

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Хайруллина Л.Э.

**Рецензент(ы):**

Галимянов А.Ф.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Галимянов А. Ф.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 981619

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Хайруллина Л.Э. Кафедра информационных систем отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Liliya.Hajrullina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Методы конечных элементов" знакомит студентов с основными принципами и методами, применяемыми в конечно-элементных расчетах. В результате изучения этой дисциплины приобретаются знания об особенностях метода конечных элементов как численного метода решения уравнений в частных производных; приобретаются умения в разработке математических моделей, описывающих поведение полей различной физической природы (тепловых, электрических, магнитных и т.д.).

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.12 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 09.03.02 Информационные системы и технологии и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Метод конечных элементов" относится к дисциплинам по выбору студента профессионального цикла.

Для изучения данной дисциплины студент должен получить необходимые знания, умения и компетенции, которые формируются в результате изучения перечисленных ниже дисциплин: "Компьютерная графика", "Дифференциальные уравнения", "Уравнения математической физики", "Численные методы", "Методы оптимизации".

Знания и умения, полученные в результате освоения данной дисциплины, могут быть использованы в научно-исследовательской работе, при прохождении "Научно-исследовательской практики", а также при подготовке студентом магистерской диссертации.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-5 (общекультурные компетенции)	умение применять методы и средства познания, обучения и самоконтроля для интеллектуального развития, повышения культурного уровня, профессиональной компетенции, сохранения своего здоровья, нравственного и физического самосовершенствования
ОК-6 (общекультурные компетенции)	владение широкой общей подготовкой (базовыми знаниями) для решения практических задач в области информационных систем и технологий
ОК-7 (общекультурные компетенции)	умение критически оценивать свои достоинства и недостатки, наметить пути и выбрать средства развития достоинств и устранения недостатков
ПК-16 (профессиональные компетенции)	готовность участвовать в работах по доводке и освоению информационных технологий в ходе внедрения и эксплуатации информационных систем
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способность проводить выбор исходных данных для проектирования

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность проводить расчет обеспечения условий безопасной жизнедеятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- особенности метода конечных элементов как численного метода решения уравнений в частных производных;

2. должен уметь:

- получать математические модели, описывающие поведение полей различной физической природы.

3. должен владеть:

- навыками моделирования полей различной физической природы с применением специального программного обеспечения;

- навыками разработки собственных программ для анализа построенных математических моделей на основе метода конечных элементов.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применения метода конечных элементов при решении различных задач

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Общий алгоритм работы МКЭ	7	1-2	4	0	4	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практи- ческие занятия	Лабора- торные работы	
2.	Тема 2. Алгоритмы проекционного метода	7	3-4	4	0	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Метод Ритца	7	5-6	4	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Естественные и главные краевые условия	7	7-8	4	0	4	Контрольная работа
5.	Тема 5. Метод наименьших квадратов	7	9-10	4	0	4	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Обобщенный метод моментов	7	11-12	4	0	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Проекционный метод в Гильбертовом пространстве	7	13-14	4	0	4	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Метод Галеркина-Петрова	7	15-16	4	0	4	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Проблемы выбора базисных функций	7	17-18	4	0	4	Контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			36	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Общий алгоритм работы МКЭ

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Метод конечных элементов и области его применения. Общий алгоритм работы МКЭ

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 1

##### Тема 2. Алгоритмы проекционного метода

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Выделение конечных элементов

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 2

##### Тема 3. Метод Ритца

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Построение аппроксимирующей функции элемента

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 3

**Тема 4. Естественные и главные краевые условия**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Способы нахождения вектора узловых значений функции

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 4

**Тема 5. Метод наименьших квадратов**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Основы теории теплопередачи

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 5

**Тема 6. Обобщенный метод моментов**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Примеры применения МКЭ при решении задач теплопередачи Примеры применения МКЭ при решении задач упругости

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 6

**Тема 7. Проекционный метод в Гильбертовом пространстве**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Примеры применения МКЭ при решении задач электростатики Примеры применения МКЭ при решении задач магнитостатики

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 7

**Тема 8. Метод Галеркина-Петрова**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Общая архитектура пакетов программ, реализующих МКЭ

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 8

**Тема 9. Проблемы выбора базисных функций**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Численные методы, используемые в МКЭ

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Лабораторная работа 9

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Общий алгоритм работы МКЭ	7	1-2	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание

№	Раздел дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Алгоритмы проекционного метода	7	3-4	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
3.	Тема 3. Метод Рунге	7	5-6	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
4.	Тема 4. Естественные и главные краевые условия	7	7-8	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
5.	Тема 5. Метод наименьших квадратов	7	9-10	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
6.	Тема 6. Обобщенный метод моментов	7	11-12	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
7.	Тема 7. Проекционный метод в Гильбертовом пространстве	7	13-14	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
8.	Тема 8. Метод Галеркина-Петрова	7	15-16	подготовка домашнего задания	12	домашнее задание
9.	Тема 9. Проблемы выбора базисных функций	7	17-18	подготовка к контрольной работе	12	контрольная работа
	Итого				108	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Изучение дисциплины предполагает использование традиционных способов коллективного обучения - лекций, лабораторных занятий, индивидуальных заданий с последующей отчетностью. Применяемые информационные технологии: лекции в форме презентаций, обучающие и тестирующие программы, электронные учебники.

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Общий алгоритм работы МКЭ

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Что такое проекционно-сеточные алгоритмы? 2. Какие функции называются финитными? 3. Какими качествами обладает проекционно-сеточный алгоритм? 4. В каком случае возникает потребность в приближенном решении задач?

#### Тема 2. Алгоритмы проекционного метода

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Гильбертово пространство 2. Что такое базис?

### **Тема 3. Метод Рунге**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Классический метод Рунге 2. Что такое энергетическое пространство? 3. Приведите необходимое и достаточное условие того чтобы некоторый элемент  $u_0$  сообщал минимальное значение функционалу энергии

### **Тема 4. Естественные и главные краевые условия**

контрольная работа , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Какое краевое называется естественным? 2. Используя какие средства, можно найти необходимые условия реализации минимума  $F(u)$  функцией  $u_0$ ? 3. Как определяется первая вариация функционала? 4. Формулы Грина

### **Тема 5. Метод наименьших квадратов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Какое неравенство является необходимым и достаточным условием линейной независимости системы  $y_i = Ax_i$ ? 2. Какая функция является приближенным решением задачи (4.1) по методу наименьших квадратов? 3. Опишите преимущества и недостатки метода наименьших квадратов

### **Тема 6. Обобщенный метод моментов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля. 1. Как реализуется обобщенный метод моментов? 2. Что такое обобщенное решение? 3. Сформулируйте теорему о сходимости приближенных обобщенных решений к точному.

### **Тема 7. Проекционный метод в Гильбертовом пространстве**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля. 1. Что такое проекционный оператор? 2. Приведите формулировки теорем 1 и 2.

### **Тема 8. Метод Галеркина-Петрова**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Какой алгоритм называют методом Галеркина ? Петрова? 2. Опишите метод разделения области 3. Запишите общий вид приближенного решения .

### **Тема 9. Проблемы выбора базисных функций**

контрольная работа , примерные вопросы:

Вопросы для самоконтроля: 1. Опишите проблему минимизации ошибки аппроксимации при заданном числе базисных функций. 2. Что такое малый числовой параметр?

### **Итоговая форма контроля**

зачет (в 7 семестре)

Примерные вопросы к итоговой форме контроля

Вопросы к зачету по дисциплине "Метод конечных элементов"

1. МКЭ. История создания. Области применения. Понятие конечного элемента.
2. Четыре этапа алгоритма работы МКЭ: выделение конечного элемента (КЭ), по-строение аппроксимирующей функции элемента, объединение КЭ в ансамбль, нахождение узловых значений функции
3. Выделение КЭ: разбиение области на КЭ, нумерация узлов КЭ, информация о способе разбиения области на КЭ
4. Типы КЭ: одномерные, двумерные, трехмерные. Виды аппроксимирующей функции: линейные, квадратичные, кубические и др.
5. Представление аппроксимирующей функции в виде скалярного произведения вектора функций формы и вектора узловых значений функции.

6. Функции формы КЭ и их свойства
7. Применение метода минимизации функционала и метода Галеркина при нахождении вектора узловых значений функции
8. Применение МКЭ для нахождения стационарного и нестационарного температурных полей одномерного стержня. Вид функционала для минимизации в стационарном и нестационарном случае
9. Применение МКЭ для нахождения напряженно-деформированного состояния стержня при кручении. Вид функционала для минимизации
10. Применение МКЭ при решении задачи о распределении электрического потенциала в пространстве между проводниками коаксиальной линии передач
11. Применение МКЭ при решении задачи о распределении скалярного магнитного потенциала
12. Современный рынок программных продуктов на основе МКЭ
13. Численные методы решения систем линейных и нелинейных уравнений.
14. Численные методы вычисления определенных интегралов.
15. Численные методы решения систем линейных дифференциальных уравнений
16. Плоские стационарные задачи теплопроводности в линейной и нелинейной постановках.
17. Типы связи между задачами.
18. Учет джоулевых потерь в тепловых задачах.
19. Учет распределения температур в задачах упругости.
20. Учет магнитных сил в задачах упругости.
21. Учет электростатических сил в задачах упругости

### 7.1. Основная литература:

1. Даутов Р.З., Карчевский М.М. Введение в теорию метода конечных элементов: [Учебное пособие]. - Казань: Казанский университет, 2011- 240 с.

Режим доступа:

[http://kpfu.ru/publication?p\\_id=47325](http://kpfu.ru/publication?p_id=47325)

2. Математический анализ: Учебное пособие / В.Г. Шершнева. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 288 с.

Режим доступа:

<http://znanium.com/bookread.php?book=342089>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Даутов, Р.З. Программная реализация метода конечных элементов в MATLAB [Электронный ресурс] : учебное пособие / Р.З. Даутов. ? Электрон. дан. ? Казань : КФУ, 2014. ? 106 с. ?

Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/72805>

2. Самогин Ю.Н., Метод конечных элементов в задачах сопротивления материалов [Электронный ресурс] / Под ред. В. П. Чиркова. - М. : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 200 с. - ISBN

978-5-9221-1380-9 - Режим доступа: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922113809.html>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Алгоритмическое обеспечение МКЭ - <http://cnit.ssau.ru/TechFEM/AlgorithmFEM.htm>

Базисные функции для конечных элементов - <http://www.exponenta.ru/soft/Mathemat/pinega/a1/a1.asp>

Введение в МКЭ - <http://www.cneat.ru/lex3.html>

Метод конечных элементов - [http://www3.msiu.ru/~belova/comppmod/fem1\\_2d.pdf](http://www3.msiu.ru/~belova/comppmod/fem1_2d.pdf)

Метод конечных элементов для уравнений с частными производными -  
<http://bookfi.org/book/533040>

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Метод конечных элементов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Аудитория для проведения лекционных занятий, имеющая необходимое количество посадочных мест и оснащенная оборудованием для проведения презентаций (ноутбук, проектор);

Аудитория с персональными компьютерами для проведения лабораторных занятий, имеющая необходимое количество рабочих мест, оборудованная персональными компьютерами, оснащенных необходимым системным и прикладным программным обеспечением.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 09.03.02 "Информационные системы и технологии" и профилю подготовки Информационные системы в образовании .

Автор(ы):

Хайруллина Л.Э. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Галимянов А.Ф. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.