#### МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное учреждение высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет" Институт вычислительной математики и информационных технологий



) I DLF/NAAN	<b>ЕРЖДАЮ</b>
--------------	---------------

Проректор по образовательной деятельности КФУ проф. Таюрский Д.А. "\_\_\_\_\_\_20\_\_\_\_г.

#### Программа дисциплины

Теория непрерывных мартингалов Б1.В.ДВ.2

Направление подготовки: <u>01.04.02 - Прикладная математика и информатика</u> Профиль подготовки: <u>Методы прикладной математической статистики</u> Квалификация выпускника: <u>магистр</u>

Форма обучения: <u>очное</u> Язык обучения: <u>русский</u> **Автор(ы):** <u>Халиуллин С.Г.</u> **Рецензент(ы):** <u>Володин И.Н.</u>

#### СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турі	илова Е.	A.		
Протокол заседания кафедры N			201г	
Учебно-методическая комиссия технологий:	Институ	та вычисл	пительной математики и инфор	мационных
Протокол заседания УМК No	от "	"	201г	

Казань 2016

#### Содержание

- 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы
- 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования
- 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
- 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
- 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине/ модулю
- 4.2 Содержание дисциплины
- 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
- 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
- 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения
- 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания
- 6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы
- 6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций
- 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
- 7.1 Основная литература
- 7.2 Дополнительная литература
- 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
- 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
- 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
- 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
- 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья



Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Халиуллин С.Г. (кафедра математической статистики, отделение прикладной математики и информатики), Samiq.Haliullin@kpfu.ru

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Выпускник, освоивший дисциплину, должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
OK-1	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
OK-2	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
OK-3	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-4	способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики
ПК-1	способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-2	способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач

Выпускник, освоивший дисциплину:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

Студенты должны демонстрировать знания в области гильбертовых пространств, знать основные результаты о пространстве случайных величин, интегрируемых с квадратом. Уметь применять теорию стохастических интегралов и случайных процессов в теории мартингалов и применять их в исследовании финансового рынка в непрерывном времени.

### 2. Место дисциплины в структуре основной профессиональной образовательной программы высшего образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.2 Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.04.02 "Прикладная математика и информатика (Методы прикладной математической статистики)" и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, в 2 семестре.

# 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы), 180 часа(ов).

Контактная работа - 28 часа(ов), в том числе лекции - 14 часа(ов), практические занятия - 14 часа(ов), лабораторные работы - 0 часа(ов), контроль самостоятельной работы - 0 часа(ов).

Самостоятельная работа - 116 часа (ов).

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен во 2 семестре.



## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине/ модулю

N	Раздел дисциплины/ модуля	Семестр		Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах) Практические Јабораторные занятия работы		Самостоятельная работа
1.	Тема 1. Гильбертово пространство случайных величин. Сходимость в среднем квадратическом.	2	2	2	0	20
2.	Тема 2. Ортогональные стохастические меры и стохастические интегралы.	2	4	4	0	30
3.	Тема 3. Винеровский процесс. Стохастический интеграл Ито. Понятие стохастического дифференциала. Формула Ито замены переменных в стохастическом дифференциале.	2	4	4	0	30
4.	Тема 4. Понятие о мартингалах с непрерывным временем.	2	2	2	0	16
5.	Тема 5. Применение теории мартингалов к задаче расчета опционов в непрерывном времени. Формула Блека-Шоулса.	2	2	2	0	20
	Итого		14	14	0	116

#### 4.2 Содержание дисциплины

### **Тема 1. Гильбертово пространство случайных величин. Сходимость в среднем квадратическом.**

Скалярное произведение в пространстве случайных величин с конечным вторым моментом. Полнота в среднем квадратическом. Структура гильбертова пространства.

#### Тема 2. Ортогональные стохастические меры и стохастические интегралы.

Понятие стохастических ортогональных мер. Процессы с независимыми приращениями. Стохастический интеграл для неслучайных и случайных функций.

### **Тема 3. Винеровский процесс. Стохастический интеграл Ито. Понятие стохастического дифференциала. Формула Ито замены переменных в стохастическом дифференциале.**

Понятие броуновского движения, его свойства. Непрерывность и нигде недифференцируемость траекторий винеровского процесса.

#### Тема 4. Понятие о мартингалах с непрерывным временем.

Мартингалы с непрерывным параметром. Свойства.

### **Тема 5.** Применение теории мартингалов к задаче расчета опционов в непрерывном времени. Формула Блека-Шоулса.

Вывод формулы Блека-Шоулса.

### 5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утверждён приказом Министерства образования и науки Российской Федерации N1367 от 19 декабря 2013 г.).

Письмо Министерства образования Российской Федерации N14-55-996ин/15 от 27.11.2002 "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Положение N 0.1.1.67-06/265/15 от 24 декабря 2015 г. "Об организации текущего и промежуточного контроля знаний обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет""

Положение N 0.1.1.67-06/241/15 от 14 декабря 2015 г. "О формировании фонда оценочных средств для проведения текущей, промежуточной и итоговой аттестации обучающихся федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет""

Положение N 0.1.1.56-06/54/11 от 26 октября 2011 г. "Об электронных образовательных ресурсах федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет""

Регламент N 0.1.1.67-06/66/16 от 30 марта 2016 г. "Разработки, регистрации, подготовки к использованию в учебном процессе и удаления электронных образовательных ресурсов в системе электронного обучения федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет""

Регламент N 0.1.1.67-06/11/16 от 25 января 2016 г. "О балльно-рейтинговой системе оценки знаний обучающихся в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"" Регламент N 0.1.1.67-06/91/13 от 21 июня 2013 г. "О порядке разработки и выпуска учебных изданий в федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет""

#### 6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

### 6.1 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения образовательной программы и форм контроля их освоения

Этап	Форма контроля	Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
Семе	естр 2		
	Текущий контроль		

Этап		Оцениваемые компетенции	Темы (разделы) дисциплины
1	контрольная работа	OK-3 , OK-1 , ΠK-1	3. Винеровский процесс. Стохастический интеграл Ито. Понятие стохастического дифференциала. Формула Ито замены переменных в стохастическом дифференциале. 5. Применение теории мартингалов к задаче расчета опционов в непрерывном времени. Формула Блека-Шоулса.
	Экзамен	OK-1, OK-2, OK-3, ОПК-4, ПК-1, ПК-2, OK-1, OK-2, OK-3, ОПК-4, ПК-1, ПК-2	

### 6.2 Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания

Этап	Форма	Критерии оценивания				
	контроля	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.	
Семестр 2						
Теку	ищий контрол	<u></u>				
1	KOUTDOUL U2G	Правильно выполнены все задания. Продемонстрирова высокий уровень владения материалом. Проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.	ошибки.	Продемонстрирова удовлетворительны уровень владения материалом.	материалом. Проявлены	

Этап	Форма	Критерии оценивания					
	контроля	Отлично	Хорошо	Удовл.	Неуд.		
	Экзамен	Обучающийся обнаружил всестороннее,	Обучающийся обнаружил полное знание учебно-программно материала, устешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.	Обучающийся обнаружил знание основного умебно-программно материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на	Обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программног материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить		

6.3 Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения образовательной программы Семестр 2

#### Текущий контроль

#### 1. Контрольная работа

Тема 3,5

Определение случайного процесса а ортогональными приращениями, их связь с ортогональными стохастическими мерами. Стохастический интеграл по винеровскому процессу. Непрерывные мартингалы. Формула Блека-Шоулса.

#### Экзамен

Вопросы к экзамену

- 1. Гильбертово пространство случайных величин.
- 2. Ортонормированные системы случайных величин в гильбертовом пространстве.
- 3. Ортогональная стохастическая мера и её свойства. Структурная функция ортогональной стохастической меры.
- 4. Связь ортогональных стохастических мер со случайными процессами с



#### независимыми приращениями.

- 5. Стохастический интеграл от неслучайных функций и его свойства.
- 6. Стохастический интеграл от случайных функций и его свойства.
- 7. Винеровский процесс и его свойства.
- 8. Стохастический интеграл Ито. Примеры вычисления.
- 9. Стохастический дифференциал. Формула Ито.
- 10. Мртингалы. Непрерывные мартингалы. Примеры.
- 11. Диффузионная модель финансового рынка.
- 12. Задачи инвестирования и хеджирования.
- 13. Опционы европейского типа. Рациональная стоимость. Формула Блэка-Шоулса.

# 6.4 Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

В КФУ действует балльно-рейтинговая система оценки знаний обучающихся. Суммарно по дисциплине (модулю) можно получить максимум 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов.

#### Для зачёта:

56 баллов и более - "зачтено".

55 баллов и менее - "не зачтено".

#### Для экзамена:

86 баллов и более - "отлично".

71-85 баллов - "хорошо".

56-70 баллов - "удовлетворительно".

55 баллов и менее - "неудовлетворительно".

Этап	Форма контроля	Процедура оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций	Количество баллов					
Сем	Семестр 2							
Теку	ищий контро	ль						
1	контрольная	Контрольная работа проводится в часы аудиторной работы. Обучающиеся получают задания для проверки усвоения пройденного материала. Работа выполняется в письменном виде и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.	50					
			Всего 50					
	Экзамен	Экзамен нацелен на комплексную проверку освоения дисциплины. Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, в которых содержатся вопросы (задания) по всем темам курса. Обучающемуся даётся время на подготовку. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.	50					

### 7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

#### 7.1 Основная литература:

- 1. Володин И.Н. Лекции по теории вероятностей и математической статистике [Текст: электронный ресурс]: [учебник] для студентов высших учебных заведений, обучающихся по специальности 010200 'Прикладная математика и информатика' и по направлению 510200 'Прикладная математика и информатика'. Казань: Казанский федеральный университет, 2013. URL: http://libweb.ksu.ru/ebooks/09 66%20 ds006.pdf
- 2. Теория вероятностей и математическая статистика: Учебник / Е.С. Кочетков, С.О. Смерчинская, В.В. Соколов. 2-е изд., испр. и перераб. М.: Форум: НИЦ ИНФРА-М, 2014. 240 с. URL: http://znanium.com/bookread.php?book=447828
- 3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. 480 с. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\_id=3184

#### 7.2. Дополнительная литература:

- 1. Ширяев А.Н., Эрлих И.Г., Яськов П.А. Вероятность в теоремах и задачах (с доказательствами и решениями). Книга 1. М.: МЦНМО, 2013. 648 с.
- ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/view/book/56417/
- 2. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. М.:Физматлит, 2005. 400 с. ЭБС 'Лань': http://e.lanbook.com/view/book/59319/

### 8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

непрерывный мартингал - http://info.alnam.ru/book\_ver.php?id=55 стохастический инеграл и дифференциал - http://stu.sernam.ru/book\_spr.php?id=44 стохастический интеграл - http://vestnik.osu.ru/2001\_2/19.pdf

стохастический интеграл по непрерывному мартингалу - http://repo.gsu.by/bitstream/123456789/1330/1/%D0%91%D0%B5%D0%B4%D1%8E%D0%BA%20%D0%

формула Блека-Шоулса -

http://synset.com/ru?title=%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0\_%D0%91%

#### 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

При подготовке к выполнению письменных работ обучающемуся рекомендуется повторить весь теоретический материал по соответствующим темам с выявлением ключевых теоретических аспектов и проблем, проработкой дополнительного материала по темам. Лучшему пониманию теоретического материала дисциплины будет способствовать разбор деталей определений, выявление взаимосвязей между определениями, утверждениями и свойствами объектов, изучаемых в дисциплине. Важным аспектом по освоению дисциплины является планомерное выполнение всех основных и дополнительных заданий преподавателя. Для подготовки к промежуточному контролю обучающемуся рекомендуется составить план процесса подготовки, включающей изучение, повторение, систематизацию, логическую обработку материала, анализ полученной информацией с выявлением возможных следствий и неявных свойств объектов, составлением списка возможных дополнительных вопросов и заданий, подготовку к выполнению практических задач по темам дисциплины.

## 10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Освоение дисциплины "Теория непрерывных мартингалов" предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows Professional 7 Russian



#### Браузер Mozilla Firefox

#### Adobe Reader XI

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "БиблиоРоссика", доступ к которой предоставлен студентам. В ЭБС "БиблиоРоссика "представлены коллекции актуальной научной и учебной литературы по гуманитарным наукам, включающие в себя публикации ведущих российских издательств гуманитарной литературы, издания на английском языке ведущих американских и европейских издательств, а также редкие и малотиражные издания российских региональных вузов. ЭБС "БиблиоРоссика" обеспечивает широкий законный доступ к необходимым для образовательного процесса изданиям с использованием инновационных технологий и соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

### 11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Освоение дисциплины "Теория непрерывных мартингалов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

### 12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;



- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;
- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;
- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;
- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:
- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, не более чем на 90 минут;
- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, не более чем на 20 минут;
- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Методы прикладной математической статистики .