

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Динамика межфазных границ М1.ДВ.1

Направление подготовки: 010800.68 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика твердого деформируемого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Алимов М.М.

**Рецензент(ы):**

Коноплев Ю.Г.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2013

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ведущий научный сотрудник, к.н. (доцент) Алимов М.М. НИЛ Бюджет12-11-ВП Институт математики и механики им.Н.И.Лобачевского ,  
Mars.Alimov@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Изучить современные подходы к анализу процессов тепломассопереноса с подвижными межфазными границами. Подробно изучаются двухфазные течения Хеле-Шоу, как аналоговая модель сложных природных и технологических процессов с эволюционирующей свободной границей. Анализируется неустойчивость Саффмана-Тейлора. Обсуждаются вопросы численного анализа динамических задач с неустойчивой межфазной границей.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.ДВ.1 Общенаучный" основной образовательной программы 010800.68 Механика и математическое моделирование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть профессионального цикла Для изучения дисциплины необходимы знания, умения и компетенции, полученные обучающимися в процессе введения в профильную подготовку "Механика жидкости, газа и плазмы".

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

обладать теоретическими знаниями об особенностях моделирования многофазных процессов с эволюционирующей межфазной границей.

2. должен уметь:

ориентироваться в специальной литературе посвященной вопросам неустойчивости межфазных границ.

3. должен владеть:

приобрести навыки постановки, качественного и численного анализа динамических задач с эволюционирующей межфазной границей.

### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Течения Хеле-Шоу как модель природных и технологических процессов с эволюционирующей межфазной границей. Исторический обзор. Примеры природных и технологических процессов, охватываемых моделью двухфазных течений Хеле-Шоу. Вывод определяющих уравнений модели.	2	1	0	0	0	
2.	Тема 2. Формулировка краевой задаче Хеле-Шоу. Понятие об односторонней и двусторонней задаче. Вывод кинематического и динамического граничного условия на межфазной границе. Учет поверхностного натяжения.	2	2	0	0	0	
3.	Тема 3. Безразмерная постановка задачи Хеле-Шоу. Различные формы кинематического граничного условия на межфазной границе. Анализ размерностей: выбор характерных параметров и безразмерная постановка задачи. Обзор различных форм кинематического граничного условия. Решения типа бегущей волны для стационарных течений Хеле-Шоу.	2	3	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Поршневое вытеснение жидкости в лотке Хеле-Шоу типа канала. Анализ устойчивости без учета капиллярных сил. Неустойчивость Сэффмена- Тэйлора. Строгое определение морфологической устойчивости течения Хеле-Шоу. Линейный анализ устойчивости без учета капиллярных сил.	2	4-5	0	0	0	
5.	Тема 5. Влияние капиллярных сил на устойчивость поршневого вытеснения жидкости в канале. Сведение линейного анализа устойчивости к спектральной задаче. Анализ устойчивости поршневого вытеснения жидкости в канале с учетом капиллярных сил.	2	6	0	0	0	
6.	Тема 6. Применение методов теории функции комплексного переменного. Стационарные течения Хеле-Шоу. Комплексные потенциалы и комплекснозначные аналоги скорости, годограф скорости. Решение Сэффмена-Тэйлора идеализированной задачи о стационарном симметричном пальце в канале Хеле-Шоу	2	7-8	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Метод двух потенциалов. Общая схема сведения задачи к восстановлению вида потенциалов двух течений. Применение метода к идеализированной задаче о стационарном несимметричном пальце в канале Хеле-Шоу..	2	9	0	0	0	
8.	Тема 8. Учет гравитационных сил в течениях Хеле-Шоу. Постановка нестационарной и стационарной задачи Хеле-Шоу с учетом сил гравитации. Сведение стационарной задачи к случаю отсутствия сил гравитации.	2	10-11	0	0	0	
9.	Тема 9. Численно-аналитический метод решения стационарных задач Хеле-Шоу с капиллярным граничным условием на свободной границе. Схема расщепления задачи на аналитическую и численную. Вывод формулы кривизны свободной границы как нелинейного дифференциального оператора 2-го порядка относительно отображающей функции.	2	12	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Нестационарные задачи Хеле-Шоу. Эволюционное граничное уравнение Полубариновой-Галина. Потенциальное и конформное движение. Выражения комплекснозначных аналогов скоростей этих движений через комплексный потенциал и отображающую функцию. Вывод уравнения Полубариновой-Галина.	2	13-14	0	0	0	
11.	Тема 11. Анализ эволюционного граничного уравнения Полубариновой-Галина. Проблемы в задачах с отступающей границей. Полный замкнутый вид уравнения Полубариновой-Галина в идеализированном и общем неидеализированном случае. Нелокальность уравнения в общем случае. Неустойчивость Саффмана-Тейлора в процессе с отступающей границей.	2	15	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
12.	Тема 12. Метод функции Шварца конструирования точных решений нестационарной идеализированной задачи Хеле-Шоу. Функция Шварца и ее образ во вспомогательной плоскости. Уравнение Куфарева. Эффективность метода в случае, когда частные производные отображающей функции рациональны.	2	16	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Течения Хеле-Шоу как модель природных и технологических процессов с эволюционирующей межфазной границей. Исторический обзор. Примеры природных и технологических процессов, охватываемых моделью двухфазных течений Хеле-Шоу. Вывод определяющих уравнений модели.**

**Тема 2. Формулировка краевой задаче Хеле-Шоу. Понятие об односторонней и двусторонней задаче. Вывод кинематического и динамического граничного условия на межфазной границе. Учет поверхностного натяжения.**

**Тема 3. Безразмерная постановка задачи Хеле-Шоу. Различные формы кинематического граничного условия на межфазной границе. Анализ размерностей: выбор характерных параметров и безразмерная постановка задачи. Обзор различных форм кинематического граничного условия. Решения типа бегущей волны для стационарных течений Хеле-Шоу.**

**Тема 4. Поршневое вытеснение жидкости в лотке Хеле-Шоу типа канала. Анализ устойчивости без учета капиллярных сил. Неустойчивость Сэффмена- Тэйлора. Строгое определение морфологической устойчивости течения Хеле-Шоу. Линейный анализ устойчивости без учета капиллярных сил.**

**Тема 5. Влияние капиллярных сил на устойчивость поршневого вытеснения жидкости в канале. Сведение линейного анализа устойчивости к спектральной задаче. Анализ устойчивости поршневого вытеснения жидкости в канале с учетом капиллярных сил.**

**Тема 6. Применение методов теории функции комплексного переменного. Стационарные течения Хеле-Шоу. Комплексные потенциалы и комплекснозначные аналоги скорости, годограф скорости. Решение Сэффмена-Тэйлора идеализированной задачи о стационарном симметричном пальце в канале Хеле-Шоу**

**Тема 7. Метод двух потенциалов. Общая схема сведения задачи к восстановлению вида потенциалов двух течений. Применение метода к идеализированной задаче о стационарном несимметричном пальце в канале Хеле-Шоу..**

**Тема 8. Учет гравитационных сил в течениях Хеле-Шоу. Постановка нестационарной и стационарной задачи Хеле-Шоу с учетом сил гравитации. Сведение стационарной задачи к случаю отсутствия сил гравитации.**

**Тема 9. Численно-аналитический метод решения стационарных задач Хеле-Шоу с капиллярным граничным условием на свободной границе. Схема расщепления задачи на аналитическую и численную. Вывод формулы кривизны свободной границы как нелинейного дифференциального оператора 2-го порядка относительно отображающей функции.**

**Тема 10. Нестационарные задачи Хеле-Шоу. Эволюционное граничное уравнение Полубариновой-Галина. Потенциальное и конформное движение. Выражения комплекснозначных аналогов скоростей этих движений через комплексный потенциал и отображающую функцию. Вывод уравнения Полубариновой-Галина.**

**Тема 11. Анализ эволюционного граничного уравнения Полубариновой-Галина. Проблемы в задачах с отступающей границей. Полный замкнутый вид уравнения Полубариновой-Галина в идеализированном и общем неидеализированном случае. Нелокальность уравнения в общем случае. Неустойчивость Саффмана-Тейлора в процессе с отступающей границей.**

**Тема 12. Метод функции Шварца конструирования точных решений нестационарной идеализированной задачи Хеле-Шоу. Функция Шварца и ее образ во вспомогательной плоскости. Уравнение Куфарева. Эффективность метода в случае, когда частные производные отображающей функции рациональны.**

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Рекомендуемые образовательные технологии: лекционные занятия, лабораторные занятия, самостоятельная работа студентов, зачет. В течение семестра студенты изучают теоретический материал частично на лекционных занятиях, частично самостоятельно с последующим разбором и обсуждением на лабораторных занятиях. Зачет выставляется по положительным результатам выполнения самостоятельной работы в течении семестра, а также успешной сдачи теоретического материала по прилагаемой программе.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Течения Хеле-Шоу как модель природных и технологических процессов с эволюционирующей межфазной границей. Исторический обзор. Примеры природных и технологических процессов, охватываемых моделью двухфазных течений Хеле-Шоу. Вывод определяющих уравнений модели.**

**Тема 2. Формулировка краевой задаче Хеле-Шоу. Понятие об односторонней и двусторонней задаче. Вывод кинематического и динамического граничного условия на межфазной границе. Учет поверхностного натяжения.**

**Тема 3. Безразмерная постановка задачи Хеле-Шоу. Различные формы кинематического граничного условия на межфазной границе. Анализ размерностей: выбор характерных параметров и безразмерная постановка задачи. Обзор различных форм кинематического граничного условия. Решения типа бегущей волны для стационарных течений Хеле-Шоу.**

**Тема 4. Поршневое вытеснение жидкости в лотке Хеле-Шоу типа канала. Анализ устойчивости без учета капиллярных сил. Неустойчивость Сэффмена-Тэйлора. Строгое определение морфологической устойчивости течения Хеле-Шоу. Линейный анализ устойчивости без учета капиллярных сил.**

**Тема 5. Влияние капиллярных сил на устойчивость поршневого вытеснения жидкости в канале. Сведение линейного анализа устойчивости к спектральной задаче. Анализ устойчивости поршневого вытеснения жидкости в канале с учетом капиллярных сил.**

**Тема 6. Применение методов теории функции комплексного переменного. Стационарные течения Хеле-Шоу. Комплексные потенциалы и комплекснозначные аналоги скорости, годограф скорости. Решение Сэффмена-Тэйлора идеализированной задачи о стационарном симметричном пальце в канале Хеле-Шоу**

**Тема 7. Метод двух потенциалов. Общая схема сведения задачи к восстановлению вида потенциалов двух течений. Применение метода к идеализированной задаче о стационарном несимметричном пальце в канале Хеле-Шоу..**

**Тема 8. Учет гравитационных сил в течениях Хеле-Шоу. Постановка нестационарной и стационарной задачи Хеле-Шоу с учетом сил гравитации. Сведение стационарной задачи к случаю отсутствия сил гравитации.**

**Тема 9. Численно-аналитический метод решения стационарных задач Хеле-Шоу с капиллярным граничным условием на свободной границе. Схема расщепления задачи на аналитическую и численную. Вывод формулы кривизны свободной границы как нелинейного дифференциального оператора 2-го порядка относительно отображающей функции.**

**Тема 10. Нестационарные задачи Хеле-Шоу. Эволюционное граничное уравнение Полубариновой-Галина. Потенциальное и конформное движение. Выражения комплекснозначных аналогов скоростей этих движений через комплексный потенциал и отображающую функцию. Вывод уравнения Полубариновой-Галина.**

**Тема 11. Анализ эволюционного граничного уравнения Полубариновой-Галина. Проблемы в задачах с отступающей границей. Полный замкнутый вид уравнения Полубариновой-Галина в идеализированном и общем неидеализированном случае. Нелокальность уравнения в общем случае. Неустойчивость Саффмана-Тейлора в процессе с отступающей границей.**

**Тема 12. Метод функции Шварца конструирования точных решений нестационарной идеализированной задачи Хеле-Шоу. Функция Шварца и ее образ во вспомогательной плоскости. Уравнение Куфарева. Эффективность метода в случае, когда частные производные отображающей функции рациональны.**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ. Программа зачёта приведена в приложении.

### **7.1. Основная литература:**

[1] М.М.Алимов. Электронный конспект лекций по курсу "Динамика межфазных границ в задачах гидродинамики и тепломассопереноса".

### **7.2. Дополнительная литература:**

[2] Л.И. Седов. Механика сплошной среды, т. 1. М.: Наука. 1970. 492 с.

[3] Н.А. Слезкин. Динамика вязкой несжимаемой жидкости. М.: ГИТТЛ. 1955. 519 с.

[4] М. Ван-Дайк. Альбом течений жидкости и газа. М.: Мир, 1986 - 184 с.

[5] П.Я. Полубаринова-Кочина. Теория движения грунтовых вод. М.: Наука, 1977. 664 с.

[6] В.Г. Левич. Физико-химическая гидродинамика. М.: ГИФМЛ. 1959. 699 с.

[7] Дж.Р. Окендон, С.Д. Ховисон. П.Я.Кочина и Хеле-Шоу в современной математике, естественных науках и технике // ПММ. 2002. Т.♦66. Вып. 3. С. 515-524.

- [8] P.G. Saffman, G.I. Taylor. The penetration of a fluid into a porous medium or Hele-Shaw cell containing a more viscous liquid // Proc. Roy. Soc. London. Ser. A. 1958. V. 245. No 1242. P. 312-329.
- [9] S.D. Howison. A note on the two-phase Hele-Shaw problem. // J. Fluid Mech. 2006. V. 409. P. 251-272.
- [10] S. Tanweer. The effect of surface tension on the shape of a Hele-Shaw cell bubble. // Phys. Fluids. 1986. V. 29. No 11. P. 3537-3548.
- [11] H.D. Ceniceros, T.Y. Hou. The singular perturbation of surface tension in Hele-Shaw flows. // J. Fluid Mech. 2000. V. 409. P. 251-272.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.68 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе Механика твердого деформируемого тела .

Автор(ы):

Алимов М.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.