

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Асимптотические методы решения задач механики М1.ДВ.3

Направление подготовки: 010800.68 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика твердого деформируемого тела

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Егоров А.Г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2013

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (с.н.с.) Егоров А.Г.
Кафедра аэрогидромеханики отделение механики, Andrey.egorov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Асимптотические методы решения задач механики" является изучение и практическое освоение методов исследования зависящих от малого параметра интегралов, интегральных уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных. Изложение ведется на примерах из теоретической механики, механики жидкости, теории фильтрации. Особое внимание уделяется сингулярным задачам с малым параметром. Рассматриваются методы сращивания асимптотических разложений, метод растянутых координат, метод многих масштабов, техника ВКБ построения асимптотических разложений. Обсуждается метод гомогенизации и его возможности применительно к механике пористых сред.

Основной упор сделан на вопросы практического использования методов асимптотического анализа в задачах механики

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.ДВ.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010800.68 Механика и математическое моделирование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть профессионального цикла. Для ее освоения нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, теоретической механики, механики сплошной среды, теории фильтрации. Получаемые знания, умения и навыки необходимы для практического использования методов асимптотического анализа в задачах механики, и используются при выполнении магистерских диссертаций по направлению "механика и математическое моделирование".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.	3	1	0	0	0	
2.	Тема 2. Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.	3	2	0	0	0	
3.	Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.	3	3	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела	3	4	0	0	0	
5.	Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.	3	5	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса	3	6	0	0	0	
7.	Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.	3	7	0	0	0	
8.	Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.	3	8	0	0	0	
9.	Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.	3	9	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.	3	10	0	0	0	
11.	Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.	3	11	0	0	0	
12.	Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.	3	12	0	0	0	
.	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.

Тема 2. Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.

Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.

Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела

Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.

Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса

Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.

Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.

Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.

Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.

Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.

Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

1. активные и интерактивные формы, лекции, семинарские занятия , контрольная работа, зачет. В течение учебного года студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару, самостоятельно изучают и докладывают на семинарах отдельные темы курса. К экзамену допускаются студенты, сдавшие все задачи и показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.

Тема 2. Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.

Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.

Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела

Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.

Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса

Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.

Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.

Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.

Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.

Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.

Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ.

7.1. Основная литература:

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости. М.; Мир, 1967. 310 с.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике. М.: Мир, 1972. 274 с.
3. Егоров А.Г. Электронный курс лекций "Асимптотические методы в задачах механики"

7.2. Дополнительная литература:

1. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984. 535 с.
2. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976. 455 с.
3. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М. Наука, 1989. 336 с.
4. Демидов Д.Е., Егоров А.Г. Осредненное описание процессов разноплотностной фильтрации и массопереноса. 1. Уровень пор // Уч. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. - 2005. - Т. 147, кн. 3. - С. 90-111

Электронные версии учебников предоставляются студентам на кафедре аэрогидромеханики

7.3. Интернет-ресурсы:

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Асимптотические методы решения задач механики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.68 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе Механика твердого деформируемого тела .

Автор(ы):

Егоров А.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. _____

"__" _____ 201__ г.