

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Асимптотические методы решения задач механики М1.ДВ.3

Направление подготовки: 010800.68 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика жидкости, газа и плазмы

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Егоров А.Г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2013

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (с.н.с.) Егоров А.Г.
Кафедра аэрогидромеханики отделение механики , Andrey.egorov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Асимптотические методы решения задач механики" является изучение и практическое освоение методов исследования зависящих от малого параметра интегралов, интегральных уравнений, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных. Изложение ведется на примерах из теоретической механики, механики жидкости, теории фильтрации. Особое внимание уделяется сингулярным задачам с малым параметром. Рассматриваются методы сращивания асимптотических разложений, метод растянутых координат, метод многих масштабов, техника ВКБ построения асимптотических разложений. Обсуждается метод гомогенизации и его возможности применительно к механике пористых сред.

Основной упор сделан на вопросы практического использования методов асимптотического анализа в задачах механики

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М1.ДВ.3 Общенаучный" основной образовательной программы 010800.68 Механика и математическое моделирование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Дисциплина входит в вариативную часть профессионального цикла. Для ее освоения нужны первоначальные знания из курсов математического анализа, дифференциальных уравнений, уравнений в частных производных, теоретической механики, механики сплошной среды, теории фильтрации. Получаемые знания, умения и навыки необходимы для практического использования методов асимптотического анализа в задачах механики, и используются при выполнении магистерских диссертаций по направлению "механика и математическое моделирование".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

обладать теоретическими знаниями об общих методах асимптотического анализа интегралов, обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений в частных производных

2. должен уметь:

ориентироваться в особенностях применения общих методов асимптотического анализа к исследованию конкретных задач механики,

3. должен владеть:

приобрести навыки использования асимптотических методов в задачах механики.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.	3	1	0	0	0	
2.	Тема 2. Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.	3	2	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.	3	3	0	0	0	
4.	Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела	3	4	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.	3	5	0	0	0	
6.	Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса	3	6	0	0	0	
7.	Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.	3	7	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.	3	8	0	0	0	
9.	Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.	3	9	0	0	0	
10.	Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.	3	10	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
11.	Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.	3	11	0	0	0	
12.	Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.	3	12	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений : метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.

Тема 2. Сходимость и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.

Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.

Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела

Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.

Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса

Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.

Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.

Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.

Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.

Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.

Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы, лекции, семинарские занятия, контрольная работа, зачет. В течение учебного года студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару, самостоятельно изучают и докладывают на семинарах отдельные темы курса. К экзамену допускаются студенты, сдавшие все задачи и показавшие положительные результаты по текущей работе в течение семестра.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Введение в асимптотические методы на примере алгебраических уравнений. Основные методы построения асимптотических решений: метод итераций и метод асимптотических разложений. Регулярно и сингулярно возмущенные задачи. Идея перенормировки. Алгоритм нахождения полезных перенормировок.

Тема 2. Сходимости и асимптотичность. Понятия асимптотической последовательности, асимптотического представления, асимптотического ряда. Операции с асимптотическими рядами. Численное использование асимптотических рядов.

Тема 3. Асимптотическое исследование интегралов. Лемма Ватсона. Метод стационарной фазы. Метод перевала. Понятие о локальных и нелокальных вкладах в интеграл. Методы вычитания и расщепления при построении асимптотических представлений интегралов. Вычисление электрической емкости тонкого тела.

Тема 4. Регулярные возмущения в уравнениях с частными производными. Возмущения в уравнении, граничных условиях, положении границы. Задача о потенциале вокруг близкого к сфере тела. Задача о форме медленно вращающегося самогравитирующего тела

Тема 5. Метод сращивания асимптотических разложений на примере модельной задачи конвекции-диффузии с преобладанием конвекции. Внешнее и внутреннее разложение. Область перекрытия. Сращивание разложений. Правило Ван-Дайка. Построение равномерно пригодного асимптотического разложения. Приемы определения местоположения и толщины пограничного слоя.

Тема 6. Специфика сращивания асимптотических разложений в задачах гидромеханики с неограниченными областями. Модельные одномерные задачи с логарифмическими особенностями. Приемы выбора асимптотических последовательностей. Обтекание сферы и цилиндра при малых числах Рейнольдса

Тема 7. Последовательность вложенных пограничных слоев на примере задачи о динамическом гистерезисе.

Тема 8. Метод растянутых координат. Основная идея метода. Задача Лайтхилла. Осциллятор Дюффинга со слабой нелинейностью. Задача о малоамплитудных волнах на мелкой воде. Вычисление времени опрокидывания волны.

Тема 9. Метод многих масштабов. Основная идея метода. Осциллятор Ван-дер-Поля. Задача о параметрическом резонансе.

Тема 10. Метод гомогенизации анализа уравнений с быстро осциллирующими коэффициентами. Связь метода гомогенизации с методом многих масштабов. Построение формального асимптотического разложения. Задачи на ячейке. Эффективные характеристики среды. Вариационные методы построения двусторонних оценок для эффективных характеристик. 1-ая и 2-ая формулы Дыхне. Гипотеза Ландау-Матерона.

Тема 11. ВКБ-метод асимптотического анализа. Идея и возможности метода. Формальное асимптотическое разложение. Точки поворота. Уравнение Шредингера для гармонического осциллятора.

Тема 12. Уравнение фазового поля. Задачи Хеле-Шоу, Стефана как асимптотический предел уравнений фазового поля.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к экзамену:

все виды текущего контроля успеваемости и аттестации по итогам освоения дисциплины оцениваются по 100-балльной рейтинговой системе, принятой к КФУ.

7.1. Основная литература:

1. Ван-Дайк М. Методы возмущений в механике жидкости.- М., Мир, 1967.- 310 с.
2. Коул Дж. Методы возмущений в прикладной математике.- М.: Мир, 1972.- 274 с.
3. Егоров А.Г. Электронный курс лекций "Асимптотические методы в задачах механики"

7.2. Дополнительная литература:

1. Найфэ А. Введение в методы возмущений. М.: Мир, 1984, 535 с.
2. Найфэ А. Х. Методы возмущений. М.: Мир, 1976, 455 с.
3. Ильин А.М. Согласование асимптотических разложений решений краевых задач. М. Наука, 1989. 336 с.
4. Демидов Д.Е., Егоров А.Г. Осредненное описание процессов разноплотностной фильтрации и массопереноса. 1. Уровень пор // Уч. зап. Казан. ун-та. Сер. Физ.-мат. науки. - 2005. - Т. 147, кн. 3. - С. 90-111

7.3. Интернет-ресурсы:

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Освоение дисциплины "Асимптотические методы решения задач механики" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.68 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе Механика жидкости, газа и плазмы .

Автор(ы):

Егоров А.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Коноплев Ю.Г. _____

"__" _____ 201__ г.