

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Высшая школа информационных технологий и информационных систем



**Программа дисциплины**  
Кратные интегралы Б1.В.ДВ.3

Направление подготовки: 09.03.03 - Прикладная информатика

Профиль подготовки:

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Широкова Е.А.

**Рецензент(ы):**

Луговая Г.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Широкова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Высшей школы информационных технологий и информационных систем:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 68954816

Казань

2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) заведующий кафедрой, д.н. (доцент) Широкова Е.А. Кафедра общей математики отделение математики, Elena.Shirokova@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Основные цели освоения данной дисциплины - знакомство с дополнительными главами математического анализа, не вошедшими в курс математического анализа, обучение методам решения математических задач, относящихся к соответствующим разделам математики.

При обучении студентов данной дисциплине помимо классических приемов активно используются информационные технологии. Часть математических методов по темам "Несобственные интегралы", "Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы" преподаются с применением пакета программ MAXIMA.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ДВ.3 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 09.03.03 Прикладная информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Для изучения дисциплины "Кратные интегралы" необходимо знакомство студентов с курсом "Математический анализ".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способностью использовать основные законы естественнонаучных дисциплин и современные информационно-коммуникационные технологии в профессиональной деятельности
ПК-23 (профессиональные компетенции)	способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

определения и методы вычисления несобственных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, а также интегралов, зависящих от параметра.

2. должен уметь:

вычислять и применять на практике несобственные, кратные, криволинейные и поверхностные интегралы, а также интегралы, зависящих от параметра, использовать для вычисления компьютерные технологии, применять полученные знания при решении профессиональных задач.

3. должен владеть:

аппаратом кратного интегрирования и его приложениями

изучать определения и методы вычисления несобственных, кратных, криволинейных и поверхностных интегралов, а также интегралов, зависящих от параметра, применять при вычислении компьютерные технологии

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода	3	1	2	2	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3	2-3	3	3	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Двойной интеграл.	3	3-4	3	3	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Тройной интеграл.	3	5-6	4	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	7	2	2	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	8	2	2	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.	3	9	2	2	0	контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен
	Итого			18	18	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода

*лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Определения несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Достаточные условия сходимости.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Исследование сходимости несобственных интегралов 1-го и 2-го рода. Применение МАХИМы.

**Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Свойства собственных и несобственных интегралов, зависящих от параметра. Введение параметра интеграл с целью вычисления.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Вычисление интегралов, зависящих от параметра с применением метода дифференцирования по параметру.

**Тема 3. Двойной интеграл.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Определение и свойства двойного интеграла. Способ вычисления двойного интеграла сведением к повторному. Замена переменных в двойном интеграле.

**практическое занятие (3 часа(ов)):**

Расстановка пределов интегрирования и вычисление двойных интегралов. вычисление с помощью замены переменных. Применение МАХИМы

**Тема 4. Тройной интеграл.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение тройного интеграла. Сведение к повторному. Замена переменных в тройном интеграле.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Расстановка пределов интегрирования и вычисление тройных интегралов. вычисление с помощью замены переменных. Применение МАХИМы

**Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения криволинейных интегралов 1-го и 2-го рода. Методы вычисления

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление криволинейных интегралов сведением к интегралам по отрезкам.

**Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определения поверхностных интегралов 1-го и 2-го рода. Методы вычисления.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление поверхностных интегралов сведением к интегралам по плоской области

**Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Доказательство теорем Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Вычисление интегралов по замкнутым кривым и поверхностям с применением теорем Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го					

рода

3

1

подготовка  
домашнего  
задания

4

домашнее  
задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
2.	Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.	3	2-3	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
3.	Тема 3. Двойной интеграл.	3	3-4	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
4.	Тема 4. Тройной интеграл.	3	5-6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	7	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
6.	Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.	3	8	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
7.	Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.	3	9	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Проводятся лекции и лабораторные занятия с использованием компьютеров. Большая часть материала изучается самостоятельно с использованием методического материала.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Несобственные интегралы 1-го и 2-го рода

домашнее задание , примерные вопросы:

Примерное задание: 1 исследовать сходимость несобственного интеграла 1-го рода, 2 исследовать сходимость несобственного интеграла 2-го рода, 3 сосчитать несобственный интеграл.

### Тема 2. Интегралы, зависящие от параметра.

домашнее задание , примерные вопросы:

Примерное задание: 1 вычислить собственный интеграла зависящий от параметра, 2 вычислить несобственный интеграла зависящий от параметра

### Тема 3. Двойной интеграл.

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление двойных интегралов аналитически (расстановка пределов интегрирования, замена переменных) и с применением компьютера.

### Тема 4. Тройной интеграл.



домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление тройных интегралов аналитически (расстановка пределов интегрирования, замена переменных) и с применением компьютера.

### **Тема 5. Криволинейные интегралы 1-го и 2-го рода.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление криволинейных интегралов сведением к интегралам по отрезкам. Вычисление массы кривой и работы вдоль кривой с помощью криволинейных интегралов.

### **Тема 6. Поверхностные интегралы 1-го и 2-го рода.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление поверхностных интегралов сведением к интегралам по плоской области. Применение к вычислению массы оболочки и потока вектора через поверхность.

### **Тема 7. Теоремы Грина, Стокса, Гаусса-Остроградского.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Выполнение индивидуального задания, связанного с вычислением криволинейного интеграла по замкнутой кривой и поверхностного интеграла по замкнутой поверхности двумя способами.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Приложение.

Программа экзамена по курсу "Кратные интегралы".

1. Сходимость несобственного интеграла 1-го рода (по бесконечному промежутку).
2. Сходимость несобственного интеграла 2-го рода (для функций с особенностью).
3. Примеры вычисления несобственных интегралов путем введения параметров и дифференцирования по параметру.
4. Задача о вычислении объема цилиндриоида. Двойной интеграл.
5. Свойства двойного интеграла. Формула вычисления двойного интеграла.
6. Замена переменных в двойном интеграле с примером.
7. Вычисление площади поверхности с помощью двойного интеграла (явное и параметрическое задание поверхности).
8. Несобственный двойной интеграл по бесконечной области. Примеры.
9. Вычисление .
10. Задача о вычислении массы неоднородного тела. Тройной интеграл.
11. Свойства тройного интеграла. Формула вычисления тройного интеграла.
12. Замена переменных в тройном интеграле с примером.
13. Задача о вычислении массы неоднородной нити. Криволинейный интеграл 1-го рода (по длине дуги). Способ вычисления.
14. Задача о вычислении работы силы вдоль кривой. Криволинейный интеграл 2-го рода (по координатам). Способ вычисления.
15. Формула Грина.
16. Условие независимости криволинейного интеграла на плоскости от пути интегрирования.
17. Задача о вычислении массы неоднородной оболочки. Поверхностный интеграл 1-го рода (по площади поверхности). Способ вычисления.
18. Задача о вычислении потока вектора через поверхность. Поверхностный интеграл 2-го рода (по координатам). Способ вычисления.
19. Формула Стокса.
20. Условие независимости криволинейного интеграла в пространстве от пути интегрирования.
21. Формула Гаусса-Остроградского.

### 7.1. Основная литература:

1. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения/

И.А. Соловьев, В.В. Шевелев, А.В. Червяков и др. - СПб: "Лань" , 2009.-448 с.//

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=372](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=372)

2.Кратные интегралы. Дистанционный курс./ Е.А.Широкова. КПФУ. 2013.//

<http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=416>

3. Математический анализ: Учебное пособие / В.Г. Шершнеv. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 288 с.: 60x90 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (переплет) ISBN 978-5-16-005488-9, 500 экз.

<http://znanium.com/bookread.php?book=342089>

### 7.2. Дополнительная литература:

1.Решebник к сборнику задач по курсу математического анализа/ Берман Г.Н.- СПб:

"Лань"Издательство, 2011. - 608 стр.//[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=674](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=674)

2. Математический анализ: сборник задач с решениями: Учебное пособие / В.Г. Шершнеv. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 164 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005487-2, 500 экз.

<http://znanium.com/bookread.php?book=342088>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Загрузка программы MAXIMA -

<http://sourceforge.net/projects/maxima/files/Maxima-Windows/5.28.0-Windows/maxima-5.28.0-2.exe/download>

Кратные интегралы. Дистанционный курс./ Е.А.Широкова. КПФУ. 2013 -

<http://tulpar.kpfu.ru/course/view.php?id=416>

Математика. Задачник - <http://vm.psati.ru/online-math-sem-2/taskbook.html>

Математический анализ. Интегральное исчисление. Ардаширова Е.В. -

[www.intuit.ru/shop/product.xhtml?id=2494764](http://www.intuit.ru/shop/product.xhtml?id=2494764)

Практикум по работе в программе MAXIMA -

<http://www.pmf.msiu.ru/chair31/students/spichkov/maxima2.pdf>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Кратные интегралы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Число компьютеров должно быть не меньше числа студентов

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 09.03.03 "Прикладная информатика".

Автор(ы):

Широкова Е.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Луговая Г.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.