

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Ряды Фурье Б1.В.ДВ.9

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Филиппов И.Е.

**Рецензент(ы):**

Бахтиева Л.У.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2017

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Филиппов И.Е. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики ,  
Igor.Filippov@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель курса - ознакомить студентов с методами решения различных задач математической физики при помощи специальных рядов, математическим обоснованием этих методов и основами компьютерной технологии при применении данной методики решения задач

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина по выбору Б2.ДВ.4 "Ряды и интегральные операторы Фурье" относится к общепрофессиональному циклу дисциплин, читается для студентов третьего курса (5 семестр), основывается на знаниях таких предметов, как математический анализ, алгебра, дифференциальные уравнения. Умения, полученные в рамках курса, необходимы при изучении некоторых других дисциплин данного профиля

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1	способность владеть культурой мышления, умение аргументированно и ясно строить устную и письменную речь
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность составлять и контролировать план выполняемой работы, планировать необходимые для выполнения работы ресурсы, оценивать результаты собственной работы
ПК-14 (профессиональные компетенции)	способность владения методикой преподавания учебных дисциплин
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ОК-11	способность владения навыками работы с компьютером как средством управления информацией
ОК-14	способность использовать в научной и познавательной деятельности, а также в социальной сфере профессиональные навыки работы с информационными и компьютерными технологиями
ОК-9	способность осознать социальную значимость своей будущей профессии, обладать высокой мотивацией к выполнению профессиональной деятельности

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теоретические основы метода Фурье

2. должен уметь:

применять метод рядов Фурье для решения задач математической физики

3. должен владеть:

навыками обоснования данного метода для решения конкретных задач

4. должен демонстрировать способность и готовность:

умение использовать метод Фурье в сочетании с компьютерными технологиями

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье	7	1-3	0	0	6	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Ортогональные системы.	7	4-6	0	0	6	Контрольная работа
3.	Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.	7	7-8	0	0	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.	7	9-11	0	0	6	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.	7	12-13	0	0	4	Контрольная точка
6.	Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.	7	14-15	0	0	4	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Интегральные операторы Фурье	7	16-18	0	0	6	Контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	Зачет
	Итого			0	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода  $2L$ . Примеры и упражнения.

### Тема 2. Ортогональные системы.

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

Определения. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.

### Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.

#### *лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции.

### Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.

#### *лабораторная работа (6 часа(ов)):*

Приближение функций многочленами. Полнота тригонометрической системы. Формула Ляпунова. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами. Примеры и упражнения.

### Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.

#### *лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Ряды Фурье по собственным функциям. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача. Уравнение колеблющейся струны. Свободные колебания струны. Вынужденные колебания струны. Свободные и вынужденные колебания стержня. Уравнение распространения тепла в стержне. Распространение тепла в круглом цилиндре.

**Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.****лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента. .  
Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений. Построение периодических решений в виде рядов Фурье для различных уравнений с линейным отклонением аргумента. Примеры и упражнения.

**Тема 7. Интегральные операторы Фурье****лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Интегральные операторы Фурье

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье	7	1-3	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
2.	Тема 2. Ортогональные системы.	7	4-6	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
3.	Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.	7	7-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.	7	9-11	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
5.	Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.	7	12-13	подготовка к контрольной точке	4	контрольная точка
6.	Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.	7	14-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Интегральные операторы Фурье	7	16-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				36	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Активные и интерактивные виды занятий в сочетании с внеаудиторной работой

**6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов****Тема 1. Тригонометрические ряды Фурье**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода  $2L$ .

## **Тема 2. Ортогональные системы.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Ортогональные системы. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.

## **Тема 3. Сходимость тригонометрических рядов Фурье.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций. Разложение в ряд Фурье неограниченных функций.

## **Тема 4. Полнота тригонометрической системы. Операции с рядами Фурье.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Приближение функций многочленами. Полнота тригонометрической системы. Формула Ляпунова. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами.

## **Тема 5. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики.**

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: Сущность метода. Постановка краевой задачи. Существование собственных значений, собственные функции и их ортогональность. Ряды Фурье по собственным функциям. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача. Уравнение колеблющейся струны. Свободные колебания струны. Вынужденные колебания струны. Свободные и вынужденные колебания стержня. Уравнение распространения тепла в стержне. Распространение тепла в круглом цилиндре.

## **Тема 6. Уравнения с отклонением аргумента.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение литературы и выполнение упражнений по темам: Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования решений функциональных, дифференциальных, интегральных уравнений с отклонением аргумента. Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений. Теоремы существования и единственности. Решения уравнения Амбарцумяна в виде специальных рядов. Построение периодических решений в виде рядов Фурье для различных уравнений с линейным отклонением аргумента.

## **Тема 7. Интегральные операторы Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Задача Амбарцумяна о распространении света в межзвездном пространстве.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Предусмотрена сдача зачета, примерные билеты для зачета - Приложение 1:

Билет ♦1



1. Тригонометрические ряды Фурье. Периодические функции. Гармоники. Тригонометрические многочлены и ряды. Интегрируемость. Функциональные ряды. Основная тригонометрическая система.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦2

1. Тригонометрические ряды Фурье. Гладкие и кусочно-гладкие функции. Точки разрыва. Признак сходимости ряда Фурье. Комплексная форма ряда. Функции периода  $2L$ . Примеры и упражнения
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦3

1. Ортогональные системы. Определения. Нормированные системы. Ряды Фурье по данной ортогональной системе. Функции интегрируемые с квадратом. Неравенство Буняковского. Неравенство Бесселя.
2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦4

1. Полные системы. Сходимость в среднем. Критерий полноты системы и свойства полных систем.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦5

1. Сходимость тригонометрических рядов Фурье. Интегральная формула для частной суммы ряда Фурье. Достаточные условия для сходимости ряда Фурье в точке непрерывности и точке разрыва функции. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦6

1. Сходимость, абсолютная и равномерная сходимость ряда Фурье в различных классах функций. Разложение в ряд Фурье неограниченных функций.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦7

1. Полнота тригонометрической системы. Приближение функций многочленами. Формула Ляпунова.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦8

1. Операции с рядами Фурье.. Арифметические действия с рядами Фурье. Интегрирование и дифференцирование рядов Фурье.



2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦9

1. Приближенное вычисление коэффициентов Фурье. Суммирование рядов Фурье различными способами.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦10

1. Метод собственных функций при решении некоторых задач математической физики. Сущность метода. Постановка краевой задачи.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦11

1. Метод собственных функций. Существование собственных значений, собственные функции и их ортогональность. Ряды Фурье по собственным функциям.
2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦12

1. Метод собственных функций. Обобщенное решение. Ряды Фурье обобщенных функций. Неоднородная задача.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦13

1. Уравнения с отклонением аргумента. Некоторые задачи описываемые уравнениями с линейным отклонением аргумента.
2. Уравнение распространения тепла в стержне.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦14

1. Теоремы существования решений функциональных, дифференциальных, интегральных уравнений с отклонением аргумента.
2. Распространение тепла в круглом цилиндре.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦ 15

1. Периодические решения уравнений с линейным отклонением аргумента. Теоремы существования и единственности в различных классах периодических решений.
2. Распространение света в межзвездном пространстве.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦16

1. Задача Амбарцумяна о распространении света в межзвездном пространстве. Теоремы существования и единственности.

2. Уравнение колеблющейся струны.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

Билет ♦17

1. Решения уравнения Амбарцумяна в виде специальных рядов.
2. Свободные и вынужденные колебания стержня.
3. Пример. (Нахождение периодического решения уравнения с линейным отклонением аргумента).

### 7.1. Основная литература:

1. Сидоров А.М. Функциональный анализ.-Казань: Казанский университет, 2010. - 140 с.
2. Элементы теории функций и функционального анализа / А. Н. Колмогоров, С. В. Фомин. ?Издание 7-е. ?Москва: Физматлит, 2006. ?572 с.
3. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. - 7-е изд. - М.: Физматлит, 2009. - 572 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)
4. Дюженкова, Л. И. Практикум по высшей математике [Электронный ресурс] : учебное пособие : в 2 ч. Ч. 2 / Л. И. Дюженкова, О. Ю. Дюженкова, Г. А. Михалин ; пер. с укр. - 2-е изд. (эл.). - М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. - 648 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4403](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4403)
5. Конспект лекций по математическому анализу. Издание пятое./А.Н.Шерстнев.-Казань: КГУ, 2009. -374с., [http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k\\_5New.pdf](http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k_5New.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Люстерник Л.А., Соболев В.И. Краткий курс функционального анализа.-М.: Высшая школа, 1982-272с.
2. Шерстнёв А.Н. Конспект лекций по математическому анализу. - Казань, Казанское мат. общ-во, УНИПРЕСС, 1998.
3. Гурьянова Г.Б. Ряды Фурье. Уравнения математической физики, операционное исчисление. Теория поля: Метод. указ. / Казан. гос. технол. ун-т; Сост. Г.Б. Гурьянова. ?Казань: Б.и., 1995. ?30с.
4. Толстов Г.П. Ряды Фурье / Г. П. Толстов. ?Издание 3-е, исправленное. ?Москва: Наука, 1980. ?384 с.

### 7.3. Интернет-ресурсы:

Ряды Фурье - [http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc\\_mathematics/5979/ФУРЬЕ](http://dic.academic.ru/dic.nsf/enc_mathematics/5979/ФУРЬЕ)  
Конспект лекций по математическому анализу - [http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k\\_5New.pdf](http://old.kpfu.ru/infres/sherstnev/k_5New.pdf)  
Практикум по высшей математике - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4403](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4403)  
Теория функций вещественного переменного -  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=284](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=284)  
Элементы теории функций и функционального анализа -  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2206)

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Ряды Фурье" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитория, оснащенная доской и мелом

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Филиппов И.Е. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Бахтиева Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.