

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Бикчантаев И.А.
Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , lldar.Bikchantaev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Дифференциальные уравнения" являются:

- 1) фундаментальная подготовка в области дифференциальных уравнений;
- 2) овладение методами решения основных типов дифференциальных уравнений и их систем;
- 3) овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.5 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3, 4 семестры.

Дисциплина "Дифференциальные уравнения" входит в цикл профессиональных дисциплин в базовой части.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин: математический анализ, линейная алгебра, абстрактная алгебра.

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" необходимо при последующем изучении дисциплин "Уравнения в частных производных" ("Уравнения математической физики"), "Дифференциальная геометрия и топология" и ряда других.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-11 (общекультурные компетенции)	фундаментальной подготовкой по основам профессиональных знаний и готовностью к использованию их в профессиональной деятельности
ОК-5 (общекультурные компетенции)	способностью к самокритике и критике
ОК-6 (общекультурные компетенции)	способностью применять знания на практике
ОК-8 (общекультурные компетенции)	способностью приобретать новые знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-1 (профессиональные компетенции)	определением общих форм, закономерностей и инструментальных средств отдельной предметной области
ПК-10 (профессиональные компетенции)	пониманием корректности постановок задач
ПК-11 (профессиональные компетенции)	самостоятельным построением алгоритма и его анализ

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-12 (профессиональные компетенции)	пониманием того, что фундаментальное знание является основой компьютерных наук
ПК-15 (профессиональные компетенции)	способностью передавать результат проведенных физико-математических и прикладных исследований в виде конкретных рекомендаций, выраженных в терминах предметной области изучавшегося явления
ПК-16 (профессиональные компетенции)	выделением главных смысловых аспектов в доказательствах
ПК-19 (профессиональные компетенции)	владением методом алгоритмического моделирования при анализе постановок математических задач
ПК-2 (профессиональные компетенции)	умением понять поставленную задачу
ПК-20 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при решении прикладных задач
ПК-21 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе теоретических проблем и задач
ПК-22 (профессиональные компетенции)	владением проблемно-задачной формой представления математических знаний
ПК-23 (профессиональные компетенции)	владением проблемно-задачной формой представления естественнонаучных знаний
ПК-24 (профессиональные компетенции)	владением методами математического и алгоритмического моделирования при анализе управленческих задач в научно-технической сфере
ПК-25 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно математически корректно ставить естественно-научные и инженерно-физические задачи
ПК-27 (профессиональные компетенции)	умением точно представить математические знания в устной форме
ПК-29 (профессиональные компетенции)	возможностью преподавания физико-математических дисциплин и информатики в средней школе и средних специальных образовательных учреждениях на основе полученного фундаментального образования
ПК-3 (профессиональные компетенции)	умением формулировать результат
ПК-4 (профессиональные компетенции)	умением строго доказать утверждение
ПК-5 (профессиональные компетенции)	умением на основе анализа увидеть и корректно сформулировать результат

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-6 (профессиональные компетенции)	умением самостоятельно увидеть следствия сформулированного результата
ПК-7 (профессиональные компетенции)	умением грамотно пользоваться языком предметной области
ПК-8 (профессиональные компетенции)	умением ориентироваться в постановках задач
ПК-9 (профессиональные компетенции)	знанием корректных постановок классических задач

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений;

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений;

3. должен владеть:

математическим аппаратом дифференциальных уравнений, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

1) понимать роль дисциплины в познании мира, понимать основные идеи, лежащие в основе теории дифференциальных уравнений;

2) обладать теоретическими знаниями и иметь четкое представление о методах теории дифференциальных уравнений;

3) приобрести навыки в решении дифференциальных уравнений и их приложений к задачам геометрии, механики, физики.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	12	0	12	
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	4	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	14	0	14	
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	2	0	2	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.	3	17-18	4	0	4	
6.	Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина	4	1-4	8	0	8	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	8	0	8	
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	6	0	6	
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	4	0	4	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	8	0	8	
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	экзамен
	Итого			70	0	70	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

лекционное занятие (12 часа(ов)):

1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Метод изоклин. Применение компьютерного пакета ?Математика? для построения поля направлений и интегральных кривых дифференциального уравнения. 2. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. 3. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. . Геометрические и физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

лабораторная работа (12 часа(ов)):

Метод изоклин. Применение компьютерного пакета ?Математика? для построения поля направлений и интегральных кривых дифференциального уравнения. Дифференциальные уравнения с разделяющимися переменными, однородные уравнения и приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. Геометрические и физические задачи, приводящие к приводящиеся к ним, линейные уравнения и приводящиеся к ним. Уравнения в полных дифференциалах, интегрирующий множитель. 3. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши. . Геометрические и физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

4. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. 5. Теорема единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Эквивалентность задачи Коши и интегрального уравнения. Необходимость условия Липшица для справедливости теоремы единственности. 6. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Метод Пикара последовательных приближений. 7. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения порядка n , разрешенного относительно старшей производной. . Теорема существования и единственности для нормальной линейной системы дифференциальных уравнений.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Необходимость условия Липшица для справедливости теоремы единственности. Теорема существования решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений. Метод Пикара последовательных приближений. Теорема существования и единственности для дифференциального уравнения порядка n , разрешенного относительно старшей производной. Решение задач на тему существования и единственности для нормальной линейной системы дифференциальных уравнений.

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

лекционное занятие (14 часа(ов)):

8. . Непродолжаемые решения. Теорема о существовании непродолжаемого решения. Теорема об интегральных кривых непродолжаемого решения. 9. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Связь особых интегральных кривых и огибающих для однопараметрического семейства решений дифференциального уравнения. 10. Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Применение компьютерного пакета ?Математика? для построения однопараметрического семейства интегральных кривых и особой интегральной кривой. Уравнения высших порядков, интегрируемые в квадратурах. Уравнения, допускающие понижение порядка. 11. Непрерывность решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам. Непрерывность решения задачи Коши для нормальной системы по начальным данным. 12. Дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам. Дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по начальным данным. Система дифференциальных уравнений в вариациях по параметрам. . Система дифференциальных уравнений в вариациях по начальным значениям.

лабораторная работа (14 часа(ов)):

Метод введения параметра. Уравнения Лагранжа и Клеро. Применение компьютерного пакета ?Математика? для построения однопараметрического семейства интегральных кривых и особой интегральной кривой.

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

13. . Нормальные системы линейных. Свойства решений однородной системы. Определитель Вронского. дифференциальных уравнений Фундаментальная система решений . нормальной системы линейных дифференциальных уравнений.. Формула Лиувилля. Общее решение нормальной системы линейных однородных дифференциальных уравнений 14. . Метод вариации постоянных для нахождения решений нормальной системы линейных неоднородных дифференциальных уравнений. Линейные уравнения порядка n . Формула Лиувилля для линейных уравнений порядка n .. Метод вариации постоянных. для линейных уравнений порядка n . Линейные уравнения и системы дифференциальных уравнений с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Понижение порядка в линейных уравнениях при наличии частных решений и метод их отыскания. Применение формулы Лиувилля при решении линейных уравнений второго порядка

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

15. . Линейные дифференциальные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. 16. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Решение линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Метод неопределенных коэффициентов. Операционный метод решения линейных уравнений и систем с постоянными коэффициентами.

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

лекционное занятие (8 часа(ов)):

17. Краевые задачи для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. Метод функции Грина решения краевых задач для линейных нормальных систем дифференциальных уравнений. 18. . Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом стрельбы. 19. . Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка прогонки (факторизации). 20. . Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача не имеет нетривиальных решений. 21. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Решение краевых задач для линейных дифференциальных уравнений второго порядка методом функции Грина в случае, когда однородная краевая задача имеет нетривиальные решения.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Решение краевых задач методом функции Грина.

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

22. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений автономных систем дифференциальных уравнений. Кинематическая и геометрическая интерпретация решений автономных систем дифференциальных уравнений.. Три вида траекторий автономных систем . 23. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый узел. Случай, когда фазовая картина носит название седло. Случай, когда фазовая картина носит название устойчивый или неустойчивый фокус. Различные вырожденные случаи.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Построение траекторий линейных однородных систем второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

лекционное занятие (6 часа(ов)):

24. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Достаточное условие устойчивости нулевого решения нормальной системы Лемма Ляпунова. 25. Исследование решений нормальной системы дифференциальных уравнений на устойчивость путем ее линеаризации. Теорема Ляпунова об устойчивости решений нормальной системы дифференциальных уравнений по первому приближению.

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Исследование устойчивости по первому приближению. Исследование устойчивости при помощи функции Ляпунова.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

26. Задача Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка. Постановка задачи. Теорема о существовании и единственности решения задачи Коши для квазилинейного неоднородного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Нелинейные системы дифференциальных уравнений. Построение общего решения квазилинейных уравнений с частными производными первого порядка и решение задачи Коши.

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

лекционное занятие (8 часа(ов)):

Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

лабораторная работа (8 часа(ов)):

Примеры задач на решение задачи Коши для нелинейных дифференциальных уравнений с частными производными первого порядка.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.	3	1-6	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова ♦1-240.	10	Устная беседа
2.	Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.	3	7-8	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова ♦421-505.	4	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.	3	9-15	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова. Параграф 8.	10	Устная беседа
4.	Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.	3	16	Изучение метода вариации постоянных для решения неоднородных систем линейных дифференциальных уравн	4	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	<p>Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.</p>	3	17-18	Решение задач из параграфа 11 из задачника А.Ф.Филиппова. подготовка к письменной работе	6	Письменная работа
6.	<p>Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина</p>	4	1-4	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова ♦751-785.	12	Устная беседа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.	4	5-8	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова. Параграфы 16 и 17.	8	Устная беседа
8.	Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.	4	9-11	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова. Параграф 15.	8	Устная беседа
9.	Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.	4	12-13	подготовка к письменной работе Решение задач 1169-1193 из задачника А.Ф.Филиппова.	6	Письменная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.	4	14-17	Решение задач из задачника А.Ф.Филиппова ♦1194-1223.	8	Устная беседа
	Итого				76	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Использование компьютерного пакета "Математика" для наглядного представления о расположении интегральных кривых дифференциальных уравнений.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные понятия и определения. Приведение общей системы дифференциальных уравнений к системе уравнений первого порядка. Нормальная система дифференциальных уравнений. Геометрическая интерпретация нормальной системы дифференциальных уравнений. Задача Коши.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 2. Вспомогательные сведения из анализа и линейной алгебры. Линейные операторы в комплексном векторном пространстве. Комплексные функции действительного переменного. Леммы о вектор-функциях. Теоремы существования и единственности решения задачи Коши для нормальной системы дифференциальных уравнений и дифференциального уравнения, разрешенного относительно старшей производной.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 3. Непродолжаемые решения. Теорема о непродолжаемом решении. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Огибающая однопараметрического семейства кривых. Особые решения. Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши для нормальной системы по параметрам и начальным данным.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 4. Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений. Свойства решений. Определитель Вронского. Фундаментальная система решений. Формула Лиувилля. Общее решение. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения. Формула Лиувилля. Метод вариации постоянных. Линейные уравнения и системы с комплексными коэффициентами. Выделение действительных решений.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 5. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами. Характеристический многочлен как оператор дифференцирования, его свойства. Построение фундаментальной системы решений. Понятие квазимногочлена и его свойства. Метод неопределенных коэффициентов отыскания частного решения неоднородного уравнения с квазимногочленом в правой части. Выделение действительных решений. Метод исключения для общей линейной системы с постоянными коэффициентами. Нормализуемые системы. Понятие решений системы, соответствующих корням ее определителя. Теорема об общем решении.

Письменная работа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 6. Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка. Метод факторизации. Метод функции Грина

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 7. Автономные системы дифференциальных уравнений. Свойства решений. Кинематическая и геометрическая интерпретация. Три вида траекторий автономных систем. Траектории автономных систем на плоскости. Функция последования и ее свойства. Предельные циклы. Классификация предельных циклов. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 8. Ламповый генератор. Теория устойчивости. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами. Лемма Ляпунова. Теорема Ляпунова.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 9. Уравнения с частными производными первого порядка. Постановка и геометрическая интерпретация задачи Коши. Решение задачи Коши для квазилинейного уравнения. Линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка и первые интегралы автономных систем.

Письменная работа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема 10. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

Устная беседа , примерные вопросы:

Проверка выполнения домашних заданий, контрольных заданий. Проверка усвоения теоретического материала.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра студенты решают задачи, указанные преподавателем, к каждому семинару. В каждом семестре проводятся по 2 контрольные работы (на семинарах). Зачет выставляется после решения всех задач контрольных работ.

приложение 1

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ

Тема: Основные понятия и определения.

1. Дать определение обыкновенного дифференциального уравнения n -го порядка.
2. Что понимается под решением обыкновенного дифференциального уравнения.
3. Дать определение системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
4. Дать определение решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Тема: Задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям.

1. Вывести уравнение радиоактивного распада и дать основные характеристики процесса.
2. Вывести уравнение математического маятника.
3. Вывести уравнение, описывающее закон размножения бактерий.

Тема: Нормальная система дифференциальных уравнений.

1. Дать определение нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
2. Сформулировать задачу Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений.
3. Дать геометрическую интерпретацию нормальной системы и ее решений. Описать их связь.

Тема: Теорема существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

1. Почему все условия теоремы существования и единственности существенны? Подтвердить это примером.
2. Дать формулировку теоремы существования и единственности для решения задачи Коши для нормальной системы.

Тема: Продолжение решений.

1. Что такое продолжение решения?
2. Какое решение называется непродолжаемым?
3. Критерий непродолжаемости решения.

Тема: Уравнения, не разрешенные относительно производной.

1. Дать определение огибающей однопараметрического семейства кривых.
2. Что такое особое решение?
3. Как связаны особые решения и огибающая семейства интегральных кривых дифференциального уравнения?

Тема: Непрерывность и дифференцируемость решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

1. Дать формулировку теоремы о непрерывной зависимости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.
2. Сформулировать теорему о дифференцируемости решения задачи Коши по параметрам и начальным значениям.

Тема: Нормальные системы линейных дифференциальных уравнений.

1. Каково пространство решений нормальной системы линейных дифференциальных уравнений?
2. Что такое фундаментальная система решений?
3. Что такое определитель Вронского?
4. В чем состоит метод вариации произвольных постоянных?
5. Какова структура общего решения нормальной неоднородной системы линейных дифференциальных уравнений?

Тема: Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

1. В чем состоит операционный метод решения линейного уравнения с постоянными коэффициентами?
2. Какова суть метода исключения для решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?
3. Какова структура общего решения системы линейных уравнений с постоянными коэффициентами?

Тема: Краевые задачи для линейных дифференциальных уравнений второго порядка.

1. Решить краевую задачу методом стрельбы.
2. Решить краевую задачу методом прогонки.
3. Решить краевую задачу методом функции Грина.

Тема: Автономные системы дифференциальных уравнений.

1. Какая система дифференциальных уравнений называется автономной?
2. Назвать основные свойства траекторий автономных систем.
3. Дать определение предельного цикла.
4. Дать критерий существования предельного цикла.

Тема: Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами.

1. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется седлом?
2. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) узлом?
3. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется устойчивым (неустойчивым) фокусом?
4. В каком случае фазовая картина линейной однородной системы второго порядка с постоянными действительными коэффициентами называется центром?
5. Описать фазовую картину в вырожденных случаях.

Тема: Ламповый генератор.

1. Вывести уравнение, описывающее работу лампового генератора.
2. Исследовать уравнение лампового генератора, найти его предельный цикл.

Тема: Уравнения с частными производными первого порядка.

1. Дать определение уравнения с частными производными первого порядка.
2. Что такое квазилинейное уравнение с частными производными первого порядка?
3. Постановка задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
4. Метод характеристик решения задачи Коши для квазилинейного уравнения с частными производными первого порядка.
5. Задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого порядка.

приложение 2

ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ

1. Теорема единственности.
2. Теорема существования.
3. Теорема о непродолжаемом решении.
4. Уравнения, не разрешенные относительно производной. Особые решения.
5. Зависимость решения задачи Коши от параметров и начальных данных.
6. Нормальная система линейных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений.
7. Формула Лиувилля.
8. Метод вариации произвольных постоянных.
9. Линейные уравнения. Формула Лиувилля, метод вариации произвольных постоянных.
10. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай простых корней).
11. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами (случай кратных корней).
12. Метод неопределенных коэффициентов.

13. Общая линейная система с постоянными коэффициентами. Метод исключения.
14. Устойчивость нулевого решения линейной однородной системы с постоянными коэффициентами.
15. Лемма Ляпунова.
16. Теорема Ляпунова.
17. Автономные системы. Свойства решений. Свойства множества периодов.
18. Три вида траекторий автономных систем.
19. Поведение траекторий автономных систем на плоскости. Функция последования, ее свойства.
20. Замкнутые траектории. Предельные циклы.
21. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай действительных собственных значений).
22. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (случай комплексно-сопряженных собственных значений).
23. Поведение траекторий линейной однородной системы второго порядка с постоянными коэффициентами (вырожденные случаи).
24. Уравнение с частными производными первого порядка. Характеристики квазилинейного уравнения, теоремы 1,2.
25. Задача Коши для квазилинейного уравнения.
26. Первые интегралы автономных систем и линейное однородное уравнение с частными производными первого порядка.
27. Независимые первые интегралы.
28. Решение задачи Коши для нелинейного уравнения с частными производными первого

7.1. Основная литература:

1. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: учебное пособие / С. Н. Киясов, В. В. Шурыгин; Казан. федер. ун-т. Казань: [Казанский университет], 2011. 112 с.: ил.; 21 см. Библиогр.: с. 111 (7 назв.), 100.
2. Киясов С.Н., Шурыгин В.В. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: учебное пособие. Казань: [Казанский университет], 2011. 112 с.: Подробности: http://kpfu.ru/publication?p_id=40160
3. Бибиков Ю. Н. Курс обыкновенных дифференциальных уравнений. - 2-е изд., стереотип. - Санкт-Петербург: Лань, 2011 - 304 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1542
4. Петрушко И.М. Курс высшей математики. Интегральное исчисление. Функции нескольких переменных. Дифференциальные уравнения. Лекции и практикум. - Санкт-Петербург: Лань, 2008 - 608 с. http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=306

7.2. Дополнительная литература:

1. Сикорский, Юрий Станиславович. Обыкновенные дифференциальные уравнения: с приложением их к некоторым техническим задачам / Ю. С. Сикорский; под редакцией проф. С. Г. Михлина. Издание 3-е. Москва: URSS: [КомКнига, 2010]. 160 с.:
2. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения: учебник. - М.: Физматлит, 2009. - 312 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341

3. Групповой анализ дифференциальных уравнений: [учебно-методическое пособие] / В. В. Шурыгин; Казан. (Приволж.) федер. ун-т. Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2010. 75 с.

7.3. Интернет-ресурсы:

А. Ф. Филиппов. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: Наука, 2008. - <http://www.twirpx.com/file/72200/>

Васильева А.Б., Медведев Г.Н., Тихонов Н.А., Уразгильдина Т.А. Дифференциальные и интегральные уравнения, вариационное исчисление в примерах и задачах. Физматлит, 2003, 432 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

И. Г. Петровский. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений. - М.: Физматлит, 2009. - <http://opac.mpei.ru/notices/index/IdNotice:161193/Source:default>

Наймарк М.А. Линейные дифференциальные операторы. Физматлит, 2010, 528 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения, Физматлит, 2009, 312 с. - http://e.lanbook.com/books/?p_f_1_65=917&p_f_1_63=2787&p_f_1_67=912

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

учебные аудитории для проведения лекционных и семинарских занятий.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Бикчантаев И.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

"__" _____ 201__ г.