

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Таюрский Д.А.

"__" _____ 20__ г.

Программа дисциплины

Численные методы Б1.Б.15

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Даутов Р.З.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от "____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2015

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Даутов Р.З. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики ,
Rafail.Dautov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Излагаются основные понятия и методы построения математических моделей простейших физических процессов, численные методы исследования корректности граничных задач, основные методы построения точных решений задач.

Основная цель курса - сообщить материал, необходимый при построении математических моделей типичных физических процессов, исследовании их свойств, построении и исследовании аналитических решений.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.15 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.02 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 и 4 курсах в 6 и 7 семестрах для студентов обучающихся по направлению "Прикладная математика и информатика". Существенно используется материал общих курсов: "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Уравнения математической физики".

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	- способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные со-временных научных исследований, необходимые для формирования выво-дов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

о наиболее употребительных методах численного решения типичных задач математического анализа, алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными.

2. должен уметь:

самостоятельно анализировать и решать теоретические и практические задачи, связанные с использованием численных методов.

3. должен владеть:

теоретическими знаниями о понятиях и задачах, связанных с приближенным решением типичных задач математического анализа, алгебры, обыкновенных дифференциальных уравнений, уравнений с частными производными.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Роль численных методов в исследовании сложных математических моделей.	6		4	0	0	
2.	Тема 2. Постановка задачи об интерполировании функций одной переменной. Алгебраическое интерполирование, интерполяционный полинома Лагранжа. Построение.	6		4	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Разделенные разности и их основные свойства. Построение интерполяционного полинома Ньютона.	6		4	0	0	
4.	Тема 4. Остаточный член интерполяционного полинома. Полиномы Чебышева. Оптимизация остаточного члена.	6		4	0	0	
5.	Тема 5. Постановка задачи интерполирования с кратными узлами. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционная формула Эрмита.	6		4	0	0	
6.	Тема 6. Примеры построения интерполяционного полинома Эрмита. Остаточный член интерполирования.	6		4	0	0	
7.	Тема 7. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Исследование существования и единственности. Построение. Метод наименьших квадратов.	6		4	0	0	
8.	Тема 8. Понятие об ортogonalных системах функций. Ортogonalные полиномы и их основные свойства. Примеры ортogonalных полиномов: полиномы Лежандра, полиномы Чебышева.	6		4	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Интерполирование функций сплайнами. Определение кубического сплайна. Построение кубического сплайна.	6		4	0	0	
10.	Тема 10. Вариационная постановка. Оценка точности приближения кубическими сплайнами.	7		2	0	0	
11.	Тема 11. Интерполяционные квадратурные формулы. Основные свойства.	7		1	0	0	
12.	Тема 12. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	7		2	0	0	
13.	Тема 13. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол. Оценки погрешностей. Составные формулы.	7		2	0	0	
14.	Тема 14. Квадратурные формулы Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса.	7		2	0	0	
15.	Тема 15. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей.	7		2	0	0	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. Численное дифференцирование. Оценка точности. Простейшие формулы приближенного вычисления первой и второй производной. Влияние ошибок округления.	7		2	0	0	
17.	Тема 17. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Примеры: положительно определенных матрицы, матрицы с диагональным преобладанием.	7		2	0	0	
18.	Тема 18. Метод Гаусса с выбором главных элементов и его модификации. Понятие о применении метода Гаусса для систем с разреженными матрицами. Метод Гаусса и разложение матриц на треугольные множители.	7		4	0	0	
19.	Тема 19. Метод квадратного корня для систем с симметричной положительно определенной матрицей.	7		2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
20.	Тема 20. Вспомогательные сведения из линейной алгебры. Нормы векторов. Примеры. Теорема об эквивалентности норм. Нормы матриц. Примеры норм. Норма, подчиненная норме векторов. Примеры вычисления подчиненных норм матриц. Корень квадратный из симметричной положительно определенной матрицы.	7		2	0	0	
21.	Тема 21. Каноническая форма двуслойного итерационного процесса. Достаточные условия сходимости итерационного процесса.	7		1	0	0	
22.	Тема 22. Метод простой итерации и метод Зейделя. Исследование сходимости.	7		2	0	0	
23.	Тема 23. Исследование двуслойных итерационных методов для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Метод Зейделя и метод релаксации.	7		2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
24.	Тема 24. Итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Связь с методом Зейделя. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.	7		2	0	0	
25.	Тема 25. Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высокого порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.	7		2	0	0	контрольная работа
26.	Тема 26. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом.	7		2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
27.	Тема 27. Метод Якоби решения полной проблемы собственных значений для симметричных матриц.	7		2	0	0	
28.	Тема 28. Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутты. Простейшие варианты методов Рунге-Кутты.	7		2	0	0	
29.	Тема 29. Общий способ построения методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.	7		2	0	0	
30.	Тема 30. Методы типа Адамса. Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.	7		2	0	0	
31.	Тема 31. Метод Галеркина решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Оценки погрешности метода.	7		2	0	0	
32.	Тема 32. Метод конечных элементов. Оценка точности метода.	7		2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
33.	Тема 33. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Построение схемы. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о том, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. Исследование сходимости схемы на основе принципа максимума.	7		2	0	0	
34.	Тема 34. Способы построения разностных схем для эллиптических уравнений. Интегро-интерполяционный метод. Метод сумматорных тождеств.	7		2	0	0	
35.	Тема 35. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем. Понятие об экономичных схемах для многомерных параболических уравнений.	7		2	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
36.	Тема 36. Разностные схемы для уравнивания колебания струны. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем.	7		2	0	0	
·	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
·	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			90	0	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Роль численных методов в исследовании сложных математических моделей.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Основные этапы математического моделирования. Понятие о физическом и вычислительном эксперименте. Примеры математических моделей: задача о движении двух небесных тел, задача хищник-жертва. Роль численных методов в исследовании сложных явлений.

Тема 2. Постановка задачи об интерполировании функций одной переменной.

Алгебраическое интерполирование, интерполяционный полином Лагранжа.

Построение.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Типы функций в вычислительной математике: аналитически, неявно и таблично заданные функции. Интерполирование таблично заданных функций одной переменной. Интерполирование алгебраическими полиномами. Вывод формулы интерполяционного полинома в форме Лагранжа.

Тема 3. Разделенные разности и их основные свойства. Построение интерполяционного полинома Ньютона.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Определение разделенных разностей функции одной переменной. Основные свойства разделенных разностей. Вывод формулы интерполяционного полинома в форме Ньютона.

Тема 4. Остаточный член интерполяционного полинома. Полиномы Чебышева.

Оптимизация остаточного члена.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Погрешность интерполирования. Вывод формулы остаточного члена интерполяционного полинома в форме Лагранжа. Определение полиномов Чебышева первого рода. Оптимизация расположения узлов интерполяции и остаточного члена

Тема 5. Постановка задачи интерполирования с кратными узлами. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционная формула Эрмита.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Формулировка задачи интерполирования с кратными узлами. Интерполяционный полином Эрмита. Доказательство существования и единственности интерполяционного полинома Эрмита. Вывод интерполяционной формулы Эрмита.

Тема 6. Примеры построения интерполяционного полинома Эрмита. Остаточный член интерполирования.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Примеры задач интерполирования с кратными узлами. Вывод формул интерполяционного полинома Эрмита в частных случаях. Вывод остаточного члена интерполяционного полинома Эрмита.

Тема 7. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Исследование существования и единственности. Построение. Метод наименьших квадратов.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Понятие о нормированных пространствах функций. Примеры норм. Пространства функций с скалярным произведением, примеры. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Существование и единственность элемента наилучшего среднеквадратичного приближения. Вывод расчетных формул. Понятие о методе наименьших квадратов.

Тема 8. Понятие об ортогональных системах функций. Ортогональные полиномы и их основные свойства. Примеры ортогональных полиномов: полиномы Лежандра, полиномы Чебышева.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Ортогональные системы функций. Ортогональные полиномы и их основные свойства: существование, стандартизация, трехчленные формулы, свойства корней. Примеры систем ортогональных полиномов: полиномы Якоби, Лежандра, полиномы Чебышева первого и второго рода, полиномы Якоби и Эрмита.

Тема 9. Интерполирование функций сплайнами. Определение кубического сплайна. Построение кубического сплайна.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Кусочно-полиномиальная (сплайн) интерполяция. Интерполирование функций Лагранжевыми и Эрмитовыми сплайнами. Естественные сплайны минимального дефекта. Определение кубического сплайна. Вывод формул для вычисления естественного кубического сплайна.

Тема 10. Вариационная постановка. Оценка точности приближения кубическими сплайнами.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение естественного кубического сплайна как решения вариационной задачи. Оценка погрешности приближения кубическими сплайнами самой функции и его производных.

Тема 11. Интерполяционные квадратурные формулы. Основные свойства.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Понятие о квадратурных формулах. Интерполяционные квадратурные формулы. Свойства коэффициентов в зависимости от расположения узлов.

Тема 12. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Интерполяционные квадратурные формулы при равномерном расположении узлов - формулы Ньютона-Котеса. Симметрия коэффициентов.

Тема 13. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол. Оценки погрешностей. Составные формулы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Примеры простейших формул Ньютона-Котеса: квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол. Геометрическая интерпретация, вывод оценок погрешности. Составные квадратурные формулы. Оценка точности.

Тема 14. Квадратурные формулы Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение весовой функции и скалярного произведения. Квадратурные формулы типа Гаусса - формулы наивысшей алгебраической точности. Построение. Свойства коэффициентов. Точность. Примеры квадратурных формул Гаусса в зависимости от выбора весовой функции.

Тема 15. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Интегралы с особенностями подынтегральной функции. Способы вычисления несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей. Рассмотрение конкретных примеров.

Тема 16. Численное дифференцирование. Оценка точности. Простейшие формулы приближенного вычисления первой и второй производной. Влияние ошибок округления.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Понятие о численном дифференцировании функций. Вывод формул на основе алгебраического интерполирования. Оценка точности. Простейшие формулы приближенного вычисления первой и второй производной. Некорректность задачи численного дифференцирования, влияние ошибок округления. Примеры.

Тема 17. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Примеры: положительно определенных матрицы, матрицы с диагональным преобладанием.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Системы линейных алгебраических уравнений и формы его записи. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Примеры: положительно определенных матрицы, матрицы с диагональным преобладанием. Матричная формулировка метода Гаусса. LU разложение матрицы. Трудоемкость метода.

Тема 18. Метод Гаусса с выбором главных элементов и его модификации. Понятие о применении метода Гаусса для систем с разреженными матрицами. Метод Гаусса и разложение матриц на треугольные множители.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Модификации метода Гаусса: методы с выбором главных элементов по строке и столбцу. Модификации метода Гаусса для систем уравнений с разреженными матрицами. Компактная схема метода Гаусса - прямое LU разложение матрицы. Трудоемкость методов.

Тема 19. Метод квадратного корня для систем с симметричной положительно определенной матрицей.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Модификации метода Гаусса для систем уравнений с симметричной положительно определенной матрицей: метод квадратного корня, LDL разложение матрицы. Трудоемкость методов.

Тема 20. Вспомогательные сведения из линейной алгебры. Нормы векторов. Примеры. Теорема об эквивалентности норм. Нормы матриц. Примеры норм. Норма, подчиненная норме векторов. Примеры вычисления подчиненных норм матриц. Корень квадратный из симметричной положительно определенной матрицы.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Дополнительные сведения из курса линейной алгебры. Нормы и скалярные произведения векторов. Примеры норм и скалярных произведений. Теорема об эквивалентности норм. Нормы матриц. Примеры норм матриц. Норма матрицы, подчиненная норме вектора. Примеры вычисления подчиненных норм матриц. Дробная степень симметричной положительно определенной матрицы.

Тема 21. Каноническая форма двуслойного итерационного процесса. Достаточные условия сходимости итерационного процесса.

лекционное занятие (1 часа(ов)):

Понятие об итерационных методах решения систем линейных алгебраических уравнений. Сходимость и скорость сходимости. Двухслойные и трехслойные методы. Каноническая форма записи двухслойного итерационного процесса. Необходимые и достаточные критерии сходимости итерационного процесса.

Тема 22. Метод простой итерации и метод Зейделя. Исследование сходимости.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Простейшие двухслойные итерационные методы: метод простой итерации и метод Зейделя. Исследование сходимости и скорости сходимости этих методов для матриц с диагональным преобладанием.

Тема 23. Исследование двуслойных итерационных методов для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Метод Зейделя и метод релаксации.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Итерационные методы для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Необходимые и достаточные критерии сходимости. Метод релаксации. Скорость сходимости методов Зейделя и релаксации для систем с симметричными положительно определенными матрицами. .

Тема 24. Итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Связь с методом Зейделя. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Способы сведения задачи решения системы линейных алгебраических уравнений к задаче минимизации функции многих переменных. Итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Связь с методом Зейделя. Метод наискорейшего спуска, доказательство сходимости метода. Метод наискорейшего спуска с предобславливанием матрицы. Понятие о методе сопряженных градиентов и расчетные формулы.

Тема 25. Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высокого порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Нелинейные алгебраические уравнения и системы. Итерационные методы решения алгебраического уравнения с одним неизвестным: метод деления отрезка пополам, метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высокого порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.

Тема 26. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Собственные значения и векторы матриц. Типы задач на собственные значения. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений. Доказательство сходимости для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом. Доказательство сходимости.

Тема 27. Метод Якоби решения полной проблемы собственных значений для симметричных матриц.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Полная проблема собственных значений. Матрицы вращения. Метод Якоби для симметричных матриц. Доказательство сходимости.

Тема 28. Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутты. Простейшие варианты методов Рунге-Кутты.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формулировка задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений. Векторная запись системы. Понятие о сеточных методах решения дифференциальных уравнений. Одношаговые и многошаговые методы. Понятие о погрешности аппроксимации и точности сеточного метода. Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутты. Простейшие варианты методов Рунге-Кутты.

Тема 29. Общий способ построения методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение методов Рунге-Кутты произвольного порядка точности. Вывод формул второго порядка точности. Теорема о сходимости и точности методов Рунге-Кутты.

Тема 30. Методы типа Адамса. Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Многошаговые методы типа Адамса. Вывод расчетных формул методов Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод Адамса. Исследование устойчивости и точности простейших явных и неявных Адамса на модельном примере. О программировании многошаговых методов.

Тема 31. Метод Галеркина решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Оценки погрешности метода.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Формулировка краевых задач для линейного дифференциального уравнения второго порядка. Метод Галеркина приближенного решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Оценка погрешности метода Галеркина. Примеры: тригонометрический и полиномиальный базис.

Тема 32. Метод конечных элементов. Оценка точности метода.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метод конечных элементов произвольного порядка точности как варианта метода Галеркина приближенного решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка на основе Лагранжевых сплайнов. Оценка точности метода.

Тема 33. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Построение схемы. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о том, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. Исследование сходимости схемы на основе принципа максимума.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

О краевых задачах эллиптического типа в двумерных областях. Задача Дирихле для уравнения Пуассона как модельная задача эллиптического типа. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Построение схемы. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о том, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. Принцип максимума для исходной задачи. Исследование сходимости схемы на основе принципа максимума.

Тема 34. Способы построения разностных схем для эллиптических уравнений. Интегро-интерполяционный метод. Метод сумматорных тождеств.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Методы построения разностных схем для эллиптических уравнений: интегро-интерполяционный метод, метод сумматорных тождеств.

Тема 35. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем. Понятие об экономичных схемах для многомерных параболических уравнений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение уравнений параболического типа. Пример: уравнение теплопроводности. Формулировка краевых и начальных условий. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы Эйлера. Исследование погрешности аппроксимации схем. Исследование устойчивости и сходимости схем на основе энергетических оценок. Понятие об экономичных схемах для приближенного решения многомерных параболических уравнений.

Тема 36. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Определение уравнений параболического типа. Пример: уравнение теплопроводности. Формулировка краевых и начальных условий. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Явная и неявная схемы, схема Кранка-Николсона. Исследование устойчивости и сходимости схем на основе энергетических оценок.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
10.	Тема 10. Вариационная постановка. Оценка точности приближения кубическими сплайнами.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
11.	Тема 11. Интерполяционные квадратурные формулы. Основные свойства.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
12.	Тема 12. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
13.	Тема 13. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол. Оценки погрешностей. Составные формулы.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
14.	Тема 14. Квадратурные формулы Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа
15.	Тема 15. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
16.	Тема 16. Численное дифференцирование. Оценка точности. Простейшие формулы приближенного вычисления первой и второй производной. Влияние ошибок округления.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа
17.	Тема 17. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Примеры: положительно определенных матрицы, матрицы с диагональным преобладанием.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа
22.	Тема 22. Метод простой итерации и метод Зейделя. Исследование сходимости.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
24.	Тема 24. Итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Связь с методом Зейделя. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа
25.	Тема 25. Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высокого порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
26.	Тема 26. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
29.	Тема 29. Общий способ построения методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.	7		Домашняя работа	4	Домашняя работа
31.	Тема 31. Метод Галеркина решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Оценки погрешности метода.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
32.	Тема 32. Метод конечных элементов. Оценка точности метода.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
33.	Тема 33. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Построение схемы. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о том, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. Исследование сходимости схемы на основе принципа максимума.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
34.	Тема 34. Способы построения разностных схем для эллиптических уравнений. Интегро-интерполяционный метод. Метод сумматорных тождеств.	7		Домашняя работа	2	Домашняя работа
	Итого				54	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена минимум и дополнительная литература.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Математическое моделирование и вычислительный эксперимент. Роль численных методов в исследовании сложных математических моделей.

Тема 2. Постановка задачи об интерполировании функций одной переменной. Алгебраическое интерполирование, интерполяционный полином Лагранжа. Построение.

Тема 3. Разделенные разности и их основные свойства. Построение интерполяционного полинома Ньютона.

Тема 4. Остаточный член интерполяционного полинома. Полиномы Чебышева. Оптимизация остаточного члена.

Тема 5. Постановка задачи интерполирования с кратными узлами. Существование и единственность интерполяционного полинома. Интерполяционная формула Эрмита.

Тема 6. Примеры построения интерполяционного полинома Эрмита. Остаточный член интерполирования.

Тема 7. Элемент наилучшего среднеквадратичного приближения. Исследование существования и единственности. Построение. Метод наименьших квадратов.

Тема 8. Понятие об ортогональных системах функций. Ортогональные полиномы и их основные свойства. Примеры ортогональных полиномов: полиномы Лежандра, полиномы Чебышева.

Тема 9. Интерполирование функций сплайнами. Определение кубического сплайна. Построение кубического сплайна.

Тема 10. Вариационная постановка. Оценка точности приближения кубическими сплайнами.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 11. Интерполяционные квадратурные формулы. Основные свойства.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 12. Квадратурные формулы Ньютона-Котеса.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 13. Квадратурные формулы прямоугольников, трапеций, парабол. Оценки погрешностей. Составные формулы.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 14. Квадратурные формулы Гаусса. Построение и основные свойства. Примеры квадратурных формул Гаусса.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 15. Вычисление интегралов в нерегулярных случаях. Вычисление несобственных интегралов: замена переменных, мультипликативное выделение особенностей, аддитивное выделение особенностей.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

контрольная работа , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Для заданной весовой функции построить квадратурную формулу Гаусса, точную на полиномах второй степени. 2. Привести расчетные формулы составной квадратурной формулы трапеций, его геометрическую интерпретацию и формулу для погрешности формулы. 3. Указать метод применения квадратурных формул для вычисления заданных интегралов с особенностями в подынтегральной функции.

Тема 16. Численное дифференцирование. Оценка точности. Простейшие формулы приближенного вычисления первой и второй производной. Влияние ошибок округления.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 17. Прямые методы решения систем линейных алгебраических уравнений. Метод Гаусса. Теорема о возможности применения метода Гаусса. Примеры: положительно определенных матрицы, матрицы с диагональным преобладанием.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 18. Метод Гаусса с выбором главных элементов и его модификации. Понятие о применении метода Гаусса для систем с разреженными матрицами. Метод Гаусса и разложение матриц на треугольные множители.

Тема 19. Метод квадратного корня для систем с симметричной положительно определенной матрицей.

Тема 20. Вспомогательные сведения из линейной алгебры. Нормы векторов. Примеры. Теорема об эквивалентности норм. Нормы матриц. Примеры норм. Норма, подчиненная норме векторов. Примеры вычисления подчиненных норм матриц. Корень квадратный из симметричной положительно определенной матрицы.

Тема 21. Каноническая форма двуслойного итерационного процесса. Достаточные условия сходимости итерационного процесса.

Тема 22. Метод простой итерации и метод Зейделя. Исследование сходимости.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 23. Исследование двуслойных итерационных методов для систем с симметричными положительно определенными матрицами. Метод Зейделя и метод релаксации.

Тема 24. Итерационные методы вариационного типа. Метод покоординатного спуска. Связь с методом Зейделя. Метод наискорейшего спуска. Понятие о методе сопряженных градиентов.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 25. Решение нелинейных уравнений и систем. Метод деления отрезка пополам. Метод простой итерации. Достаточные условия сходимости, геометрическая интерпретация. Понятие о методах высокого порядка. Метод хорд, касательных. секущих. Методы типа Якоби и Зейделя для решения систем нелинейных уравнений. Метод простой итерации решения нелинейных систем уравнений. Метод Ньютона. Модифицированный метод Ньютона.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

контрольная работа , примерные вопросы:

Примерные вопросы: 1. Доказать или опровергнуть утверждение о том, что заданный функционал определяет норму в пространстве векторов. 2. Доказать или опровергнуть утверждение о том, что заданный функционал определяет норму в пространстве квадратных матриц. 3. Определить сходимость или расходимость метода простой итерации для определения корня заданной функции. 4. Определить сходимость или расходимость метода Зейделя для заданной матрицы небольшой размерности 5. Определить сходимость или расходимость метода Якоби для заданной матрицы небольшой размерности

Тема 26. Методы решения алгебраической проблемы собственных значений. Метод прямой и обратной итераций для решения частичной проблемы собственных значений для симметричных матриц. Метод обратной итерации со сдвигом.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 27. Метод Якоби решения полной проблемы собственных значений для симметричных матриц.

Тема 28. Метод разложения по формуле Тейлора решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Методы типа Рунге-Кутты. Простейшие варианты методов Рунге-Кутты.

Тема 29. Общий способ построения методов Рунге-Кутты. Теорема о сходимости методов Рунге-Кутты.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 30. Методы типа Адамса. Построение методов типа Адамса на основе интерполяционных формул. Явный и неявный метод типа Адамса.

Тема 31. Метод Галеркина решения краевой задачи для обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка. Оценки погрешности метода.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 32. Метод конечных элементов. Оценка точности метода.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 33. Разностная схема решения задачи Дирихле для уравнения Пуассона в прямоугольной области. Построение схемы. Основные понятия теории разностных схем: аппроксимация, устойчивость, сходимость. Теорема о том, что из аппроксимации и устойчивости следует сходимость. Исследование сходимости схемы на основе принципа максимума.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 34. Способы построения разностных схем для эллиптических уравнений. Интегро-интерполяционный метод. Метод сумматорных тождеств.

Домашняя работа , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Решение задач.

Тема 35. Разностные схемы для уравнения теплопроводности. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем. Понятие об экономичных схемах для многомерных параболических уравнений.

Тема 36. Разностные схемы для уравнения колебания струны. Явная и неявная схемы. Исследование погрешности аппроксимации. Исследование устойчивости и сходимости схем.

Тема . Итоговая форма контроля

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Для текущего контроля успеваемости предусмотрено проведение зачета. Примерные вопросы на зачет

Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Интерполяционный полином в барицентрической форме.

Оценка остаточного члена интерполирования. Полиномы Чебышева, их основные свойства.

Интерполяция с кратными узлами, интерполяционный полином Эрмита.

Вывод оценки погрешности эрмитовой интерполяции. Наилучшее приближение в нормированном и в евклидовом пространствах.

Среднеквадратическое приближение функций. Ортогональные полиномы, их основные свойства.

Интерполяционные квадратурные формулы. Формулы прямоугольников, трапеций, Симпсона, их погрешность.

Квадратурные формулы повышенной алгебраической точности - квадратуры Гаусса и Гаусса-Лобатто.

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена.

Примерные вопросы для экзамена

Метод Гаусса решения систем линейных уравнений. LU-разложение, разложение Холецкого.

Итерационные методы решения нелинейных уравнений: метод простой итерации, метод Ньютона,

метод секущих, метод хорд, метод релаксации. Метод Ньютона численного решения систем нелинейных уравнений.

Методы Рунге-Кутты и Адамса решения задачи Коши для систем ОДУ.

Разностные методы решения краевых и начально-краевых задач.

7.1. Основная литература:

1. Численные методы. Курс лекций : Учебное пособие/ Срочко В.А. - СПб.: Издательство "Лань", 2010. - 208 с. ISBN 978-5-8114-1014-9 e.lanbook.com
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=378

2. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз.
www.znanium.com <http://znanium.com/go.php?id=364601>

3. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.
http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397

4. Глазырина Л. Л. Введение в численные методы: 3. учебное пособие / Л. Л. Глазырина, М. М. Карчевский; Казан. федер. ун-т. Казань: Казанский университет, 2012. 121 с.

5. Бахвалов Н. С. Численные методы: учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / Н.С. Бахвалов, Н.П. Жидков, Г.М. Кобельков; Моск. гос. ун-т. ?4-е изд..?Москва: БИНОМ. Лаб. знаний, 2006.?636 с.
6. Самарский А. А. Введение в численные методы: учеб. пособие для вузов / А. А. Самарский; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова.? 3-е изд., стер..?Санкт-Петербург: Лань, 2005.?288 с.
- 7.Бахвалов Н.С., Лапин А.В., Чижонков Е.В. Численные методы в задачах и упражнениях. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2010. - 240 с. URL: http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4399

7.2. Дополнительная литература:

1. Лапчик, М. П. Численные методы: учеб. пособие для студ. вузов / М. П. Лапчик, М. И. Рагулина, Е. К. Хеннер ; под ред. М. П. Лапчика.?5-е изд., стер..?М.: Академия, 2009.?384 с
2. Бахвалов Н. С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие / Н. С. Бахвалов, А. В. Лапин, Е. В. Чижонков; Под ред. В. А. Садовниченко.?Москва: Высшая школа, 2000.?190 с..?(Высшая математика).?Библиогр.: с.188.?ISBN 5-06-003684-7: 29.00.
3. Каханер, Дэвид. Численные методы и программное обеспечение: перевод с английского / Д. Каханер, К. Моулер, С. Нэш; Пер. Х. Д. Икрамова.?Издание 2-е, стереотипное.?Москва: Мир, 2001.?575 с.: ил..?Пер. изд.: Numerical Methods and Software / D. Kahaner, C. Moler, St. Nash (Prentice-Hall International, 1989).?Библиогр.: с. 554-559.?Указ.: с. 560-570.?ISBN 5-03-003392-0 (рус).?ISBN 0-13-626672-X (англ).

7.3. Интернет-ресурсы:

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>
Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>
Портал ресурсов по естественно-научным дисциплинам - <http://en.edu.ru/>
Сайт образовательных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>
Справочник по компьютерной математике - <http://www.users.kaluga.ru/math/>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Численные методы" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекционные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Даутов Р.З. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Тимербаев М.Р. _____

"__" _____ 201__ г.