

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Методы оптимизации Б3.В.3

Направление подготовки: 080500.62 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки:

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кашина О.А. , Кораблев А.И.

**Рецензент(ы):**

Заботин И.Я. , Миссаров М.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Кашина О.А. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , olga.kashina@mail.ru ; доцент, к.н. (доцент) Кораблев А.И. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Anatol.Korablev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины (модуля) "Методы оптимизации" являются изучение теоретических основ оптимизации и понимание ее места в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин, знакомство с экономико-математическими моделями, а также развитие навыков самостоятельного решения проблем теории и методов решения экстремальных задач.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.3 Профессиональный" основной образовательной программы 080500.62 Бизнес-информатика и относится к вариативной части. Осваивается на 2, 3 курсах, 4, 5 семестры.

Дисциплина "Методы оптимизации" изучается на втором году обучения. Она основана на ряде курсов, изученных студентами по программе бакалавриата направления "Бизнес-информатика", включая "Математический анализ", "Линейная алгебра", "Макроэкономика" и "Микроэкономика".

В результате освоения дисциплины "Методы оптимизации" студенты смогут применить полученные теоретические и практические знания к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных методов оптимизации, так и при построении моделей математической экономики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции   |
|---|---|
| ПК-19<br>(профессиональные компетенции) | использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования          |
| ПК-20<br>(профессиональные компетенции) | использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

роль и место оптимизации в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин, теорию материал основных разделов выпуклого анализа, основные понятия и положения, лежащие в основе данной математической дисциплины.

2. должен уметь:

применять основные результаты теории и методов оптимизации к решению различных прикладных проблем как при построении и обосновании различных методов оптимизации, так и при построении моделей математической экономики.

3. должен владеть:

основным математическим аппаратом решения оптимизационных задач.

- \* формулировать экономические задачи в виде оптимизацион-ных математических моделей;
- \* теоретически обосновывать применение математических ме-тодов решения оптимизационных задач;
- \* ориентироваться в программном обеспечении, используемом для анализа и решения задач оптимизации, иметь навыки использо-вания пакетов аналитических вычислений;
- \* осуществлять концептуальный анализ получаемых результатов, де-лать практические выводы.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 4 семестре; зачет в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 1. | Тема 1. Введение.<br>История развития,<br>роль и место теории<br>экстремальных задач в<br>системе<br>фундаментальных и<br>прикладных<br>математических<br>дисциплин.<br>Экономико-математические<br>модели: задача<br>объемного<br>планирования<br>многопродуктового<br>производства,<br>классическая<br>матричная<br>транспортная задача,<br>задача о диете (о<br>смесях), задача о<br>ранце (о загрузке<br>судна), задача о<br>назначениях, задача<br>одномерного раскроя<br>материалов. | 4       | 1                  | 1   | 2                       | 0                      | домашнее<br>задание       |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 2. | Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.  | 4       | 2                  | 1   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 3. | Тема 3. Графическое решение двумерных ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.  | 4       | 3                  | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 4. | Тема 4. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы. | 4       | 3                  | 1   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 5. | Тема 5. Выпуклые многогранные множества (ВММ). Определение. Выпуклый многогранник. Свойства многогранных множеств. Размерность многогранного множества. Грани многогранного множества. Ребра и вершины. Выпуклые многогранные конусы. Теорема о представлении ВММ.  | 4       | 4                  | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |

| N  | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля              |
|----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|--|
|    |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |  |
| 6. | Тема 6. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы. | 4       | 5,6                | 2   | 4                       | 0                      | домашнее задание                       |
| 7. | Тема 7. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.  | 4       | 7                  | 2   | 4                       | 0                      | контрольная работа<br>домашнее задание |
| 8. | Тема 8. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.   | 4       | 8                  | 2   | 6                       | 0                      | домашнее задание                       |
| 9. | Тема 9. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.  | 4       | 9,10               | 2   | 4                       | 0                      | домашнее задание                       |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 10. | Тема 10. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.  | 4       | 11                 | 2   | 4                       | 0                      | домашнее задание          |
| 11. | Тема 11. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом. | 4       | 12                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 12. | Тема 12. Транспортная задача (ТЗ).<br>Замкнутая транспортная модель.<br>Свойства ТЗ.<br>Разрешимость ТЗ.<br>Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок.<br>Двойственная задача к ТЗ. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису.<br>Метод потенциалов.<br>Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок.<br>Решение незамкнутых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения).<br>Фиктивные переменные. | 4       | 13                 | 2   | 4                       | 0                      | домашнее задание          |
| 13. | Тема 13. Безусловная оптимизация.<br>Выпуклые функции.<br>Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры.<br>Операции в классе выпуклых функций: линейная комбинация выпуклых функций, функция максимума, суперпозиция выпуклых функций.<br>Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Условия экстремума.  | 4       | 14                 | 2   | 4                       | 0                      | домашнее задание          |



| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|---|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |   |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 14. | Тема 14.<br>Покоординатный метод (ПМ). Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ.<br>Графическая интерпретация ПМ.<br>Циклический покоординатный спуск. Случайный покоординатный спуск.<br>Покоординатный спуск с выбором "быстрой" переменной. | 4       | 15                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 15. | Тема 15. Градиентный метод (ГМ).<br>Антиградиент - направление наискорейшего спуска.<br>Общая схема граГМ.<br>Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ.<br>Некоторые модификации ГМ.                      | 4       | 15                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 16. | Тема 16. Выпуклое программирование.<br>Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи.<br>Условия разрешимости ЗВП. Графическое решение.   | 4       | 16                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 17. | Тема 17. Теоремы Куна-Таккера.<br>Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа.<br>Условие Слейтера.<br>Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа ЗВП.<br>Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.                    | 4       | 16                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |

| N   | Раздел<br>Дисциплины/<br>Модуля  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды и часы<br>аудиторной работы,<br>их трудоемкость<br>(в часах) |                         |                        | Текущие формы<br>контроля |
|-----|--|---------|--------------------|---|-------------------------|------------------------|---------------------------|
|     |  |         |                    | Лекции  | Практические<br>занятия | Лабораторные<br>работы |                           |
| 18. | Тема 18. Метод проекции градиента (МПГ). Проекция точки на множество. Правило нахождения проекции. Общая схема МПГ. Способы нахождения шагового множителя в МПГ. Графическая интерпретация МПГ.  | 4       | 17                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 19. | Тема 19. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. При-знак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. | 4       | 17                 | 2   | 2                       | 0                      | домашнее задание          |
| 20. | Тема 20. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.  | 4       | 18                 | 1   | 2                       | 0                      | контрольная работа        |
| 21. | Тема 21. Подготовка к экзамену   | 4       |                    | 0   | 2                       | 0                      |                           |
|     | Тема . Итоговая форма контроля   | 4       |                    | 0   | 0                       | 0                      | экзамен                   |
|     | Тема . Итоговая форма контроля   | 5       |                    | 0   | 0                       | 0                      | зачет                     |
|     | Итого  |         |                    | 36  | 58                      | 0                      |                           |

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин.**

**Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскрытия материалов.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскрытия материалов. Построение математических моделей конкретных задач из перечисленных классов.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Концептуальная и математическая формулировка задачи объемного планирования многопродуктового производства, классической матричной транспортной задачи, задачи о диете (о смесях), задачи о ранце (о загрузке судна), задачи о назначениях, задачи одномерного раскрытия материалов. Построение и анализ математических моделей конкретных задач из перечисленных классов.

**Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Формулировка ЗЛП, преобразование ЗЛП из одной формы записи в другую.

**Тема 3. Графическое решение двумерных ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Построение допустимого множества, линий уровня, множества оптимальных решений. Графическая интерпретация случаев существования и несуществования решений.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Графическое решение ЗЛП на плоскости.

**Тема 4. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Установление наличия (или отсутствия) выпуклости множеств. Геометрическая иллюстрация полученных результатов.

**Тема 5. Выпуклые многогранные множества (ВММ). Определение. Выпуклый многогранник. Свойства многогранных множеств. Размерность многогранного множества. Грани многогранного множества. Ребра и вершины. Выпуклые многогранные конусы. Теорема о представлении ВММ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Определение ВММ. Выпуклый многогранник. Свойства многогранных множеств. Размерность многогранного множества. Грани многогранного множества. Ребра и вершины. Выпуклые многогранные конусы. Теорема о представлении ВММ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Установление наличия (или отсутствия) выпуклости многогранных множеств. Геометрическая иллюстрация полученных результатов.

**Тема 6. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. невырожденные и вырожденные опорные планы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. Невырожденные и вырожденные опорные планы.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Способы нахождения базисов и соответствующих им опорных решений ЗЛП. Решение примеров.

**Тема 7. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение ЗЛП с помощью СМ.

**Тема 8. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение симметричной ЗЛП с помощью метода дополнительных переменных. Свойства полученного решения.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение практических примеров.

**Тема 9. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение практических примеров.

**Тема 10. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Пара взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Формулировка двойственных задач при симметричной и канонической форме исходных задач. Геометрическая иллюстрация свойств взаимосопреженных симметричных ЗЛП.

**Тема 11. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Практическое применение МОБ.

**Тема 12. Транспортная задача (ТЗ). Замкнутая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Двойственная задача к ТЗ. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Решение незамкнутых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Замкнутая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Двойственная задача к ТЗ. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Решение незамкнутых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Численное решение ТЗ.

**Тема 13. Безусловная оптимизация. Выпуклые функции. Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры. Операции в классе выпуклых функций: линейная комбинация выпуклых функций, функция максимума, суперпозиция выпуклых функций. Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Условия экстремума.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Выпуклые функции. Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры. Операции в классе выпуклых функций: линейная комбинация выпуклых функций, функция максимума, суперпозиция выпуклых функций. Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Условия экстремума.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Установление свойств выпуклости функций. Проверка критерию оптимальности для конкретных задач. Геометрическая иллюстрация (для двумерных случаев).

**Тема 14. Покоординатный метод (ПМ). Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ. Графическая интерпретация ПМ. Циклический покоординатный спуск. Случайный покоординатный спуск. Покоординатный спуск с выбором "быстрой" переменной.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ. Графическая интерпретация ПМ. Циклический покоординатный спуск. Случайный покоординатный спуск. Покоординатный спуск с выбором "быстрой" переменной.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью ПМ. Геометрическая иллюстрация.

**Тема 15. Градиентный метод (ГМ). Антиградиент - направление наискорейшего спуска. Общая схема граГМ. Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ. Некоторые модификации ГМ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Антиградиент - направление наискорейшего спуска. Общая схема граГМ. Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ. Некоторые модификации ГМ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью ГМ с различными способами выбора итерационного шага. Геометрическая иллюстрация.

**Тема 16. Выпуклое программирование. Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи. Условия разрешимости ЗВП. Графическое решение.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи. Условия разрешимости ЗВП. Графическое решение.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Выполнение практических заданий.

**Тема 17. Теоремы Куна-Таккера. Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа ЗВП. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа ЗВП. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Проверка условий Теорем Куна-Таккера. Геометрическая иллюстрация.

**Тема 18. Метод проекции градиента (МПГ). Проекция точки на множество. Правило нахождения проекции. Общая схема МПГ. Способы нахождения шагового множителя в МПГ. Графическая интерпретация МПГ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Проекция точки на множество. Правило нахождения проекции. Общая схема МПГ. Способы нахождения шагового множителя в МПГ. Графическая интерпретация МПГ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью МПГ. Геометрическая иллюстрация.

**Тема 19. Метод условного градиента (МУГ). вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. При-знак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. При-знак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью МУГ. Геометрическая иллюстрация.

**Тема 20. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Построение штрафных функций для конкретных задач. Построение нескольких точек итерационной последовательности с помощью МШФ.

**Тема 21. Подготовка к экзамену**

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

| N  | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 1. | Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин. Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов. | 4       | 1                  | подготовка домашнего задания                   | 2                         | домашнее задание                            |
| 2. | Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП). Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.   | 4       | 2                  | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
| 3. | Тема 3. Графическое решение двумерных ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.   | 4       | 3                  | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |

| N  | Раздел<br>Дисциплины  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 4. | Тема 4. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы. | 4       | 3                  | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
| 5. | Тема 5. Выпуклые многогранные множества (ВММ). Определение. Выпуклый многогранник. Свойства многогранных множеств. Размерность многогранного множества. Грани многогранного множества. Ребра и вершины. Выпуклые многогранные конусы. Теорема о представлении ВММ.  | 4       | 4                  | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
| 6. | Тема 6. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. Невырожденные и вырожденные опорные планы.                       | 4       | 5,6                | подготовка домашнего задания                   | 8                         | домашнее задание                            |



| N   | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|-----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 7.  | Тема 7. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.                         | 4       | 7                  | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
|     |  |         |                    | подготовка к контрольной работе                | 8                         | контрольная работа                          |
| 8.  | Тема 8. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополни-тельных переменных.   | 4       | 8                  | подготовка домашнего задания                   | 8                         | домашнее задание                            |
| 9.  | Тема 9. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.         | 4       | 9,10               | подготовка домашнего задания                   | 6                         | домашнее задание                            |
| 10. | Тема 10. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопряженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности. | 4       | 11                 | подготовка домашнего задания                   | 6                         | домашнее задание                            |

| N   | Раздел<br>Дисциплины  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|-----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 11. | Тема 11. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.   | 4       | 12                 | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
| 12. | Тема 12. Транспортная задача (ТЗ). Замкнутая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Двойственная задача к ТЗ. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Решение незамкнутых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные. | 4       | 13                 | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |

| N   | Раздел<br>Дисциплины  | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|-----|---|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 13. | Тема 13. Безусловная оптимизация. Выпуклые функции. Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры. Операции в классе выпуклых функций: линейная комбинация выпуклых функций, функция максимума, суперпозиция выпуклых функций. Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Условия экстремума. | 4       | 14                 | подготовка домашнего задания                   | 4                         | домашнее задание                            |
| 14. | Тема 14. Покоординатный метод (ПМ). Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ. Графическая интерпретация ПМ. Циклический покоординатный спуск. Случайный покоординатный спуск. Покоординатный спуск с выбором "быстрой" переменной.   | 4       | 15                 | подготовка домашнего задания                   | 2                         | домашнее задание                            |
| 15. | Тема 15. Градиентный метод (ГМ). Антиградиент - направление наискорейшего спуска. Общая схема граГМ. Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ. Некоторые модификации ГМ.  | 4       | 15                 | подготовка домашнего задания                   | 2                         | домашнее задание                            |

| N   | Раздел<br>Дисциплины   | Семестр | Неделя<br>семестра | Виды<br>самостоятельной<br>работы<br>студентов | Трудоемкость<br>(в часах) | Формы контроля<br>самостоятельной<br>работы |
|-----|--|---------|--------------------|--|---------------------------|---|
| 16. | Тема 16. Выпуклое программирование. Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи. Условия разрешимости ЗВП. Графическое решение.  | 4       | 16                 | подготовка домашнего задания                   | 3                         | домашнее задание                            |
| 17. | Тема 17. Теоремы Куна-Таккера. Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа ЗВП. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.             | 4       | 16                 | подготовка домашнего задания                   | 3                         | домашнее задание                            |
| 18. | Тема 18. Метод проекции градиента (МПГ). Проекция точки на множество. Правило нахождения проекции. Общая схема МПГ. Способы нахождения шагового множителя в МПГ. Графическая интерпретация МПГ.  | 4       | 17                 | подготовка домашнего задания                   | 2                         | домашнее задание                            |
| 19. | Тема 19. Метод условного градиента (МУГ). Вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. При-знак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ. | 4       | 17                 | подготовка домашнего задания                   | 2                         | домашнее задание                            |

| N   | Раздел Дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|-----|---|---------|-----------------|---------------------------------------|------------------------|---------------------------------------|
| 20. | Тема 20. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ. | 4       | 18              | подготовка к контрольной работе       | 2                      | контрольная работа                    |
|     | Итого   |         |                 |                                       | 86                     |                                       |

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

В соответствии с требованиями ФГОС удельный вес занятий, проводимых в активных и интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий. В процессе изучения дисциплины "Методы оптимизации" студенты используют анимированные иллюстрации (выполненные средствами Wolfram Research Mathematica и Macromedia Flash), а также интерактивные обучающие системы, разработанные в поддержку изучения разделов "Симплексный метод" (система выполнена как веб-приложение с JavaScript-сценариями) и "Градиентные методы" (веб-приложение с встроенным Flash-объектом), опубликованные в разделе "Обучающие системы" сайта кафедры экономической кибернетики КФУ (<http://kek.ksu.ru>). Рекомендуется проводить лекционные занятия в классе, где рабочее место преподавателя оборудовано компьютером с доступом к Интернет, а также имеется мультимедийный проектор и экран. Практические занятия рекомендуется проводить в компьютерных классах с использованием пакета Wolfram Research Mathematica.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Введение. История развития, роль и место теории экстремальных задач в системе фундаментальных и прикладных математических дисциплин.**

**Экономико-математические модели: задача объемного планирования многопродуктового производства, классическая матричная транспортная задача, задача о диете (о смесях), задача о ранце (о загрузке судна), задача о назначениях, задача одномерного раскроя материалов.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Подробно разобрать задачу о диете.

**Тема 2. Линейное программирование. Задача линейного программирования (ЗЛП).**

**Формы записи: общая, симметричная, каноническая ЗЛП. Условия разрешимости ЗЛП.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Преобразовать задачу линейного программирования из одной формы записи в другую.

**Тема 3. Графическое решение двумерных ЗЛП. Принцип динамического программирования на примере решения задачи о ранце.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Доработать графическое решение задачи линейного программирования на плоскости.

**Тема 4. Выпуклые множества (ВМ). Определения выпуклой комбинации двух векторов, отрезка прямой в конечномерном пространстве и выпуклого множества. Примеры. Операции в классе выпуклых множеств: пересечение, линейная комбинация, замыкание. Выпуклая оболочка множества. Крайние точки ВМ. Выпуклые конусы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию установления (или отсутствия) выпуклости множеств.

**Тема 5. Выпуклые многогранные множества (ВММ). Определение. Выпуклый многогранник. Свойства многогранных множеств. Размерность многогранного множества. Грани многогранного множества. Ребра и вершины. Выпуклые многогранные конусы. Теорема о представлении ВММ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию установления (или отсутствия) выпуклости многогранных множеств.

**Тема 6. Опорные решения системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Базисы и соответствующие им частные решения СЛАУ. Опорные планы и допустимые базисы. Теорема о связи опорного плана и вершины допустимого многогранного множества. Невырожденные и вырожденные опорные планы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Решение примеров на способы нахождения базисов и соответствующих им опорных решений задач линейного программирования.

**Тема 7. Симплексный метод (СМ) решения ЗЛП. Симплексная таблица. Правила пересчета симплексной таблицы при переходе к новому базису. Признак неразрешимости ЗЛП. Признак оптимальности. Алгоритм СМ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Решение примеров задач линейного программирования с помощью симплексных таблиц.

контрольная работа , примерные вопросы:

Подготовка к контрольной работе (выполнению индивидуальных заданий) по пройденным темам.

**Тема 8. Решение симметричной ЗЛП. Метод введения дополнительных переменных.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Решение практических примеров по симметричным задачам.

**Тема 9. Метод искусственного базиса (МИБ). Искусственные переменные. Вспомогательная ЗЛП. Связь исходной и вспомогательной ЗЛП. Признак неразрешимости ЗЛП используемый в МИБ. Двухфазный и однофазный варианты МИБ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Привести примеры вспомогательных задач линейного программирования.

**Тема 10. Элементы теории двойственности в линейном программировании. Пара взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Двойственная задача для канонической ЗЛП. Свойства взаимосопреженных симметричных ЗЛП. Теорема двойственности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Решение практических примеров по двойственным задачам.

**Тема 11. Метод обратной матрицы (МОБ). Матрица обратная к базисной матрице. Формулы вычисления двойственных переменных, базисных координат опорного плана, коэффициентов разложения вектора по базису основанные на использовании матрицы обратной к базисной матрице. Алгоритм МОБ. Связь МОБ с симплексным методом.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Привести примеры практического применения матрицы, обратной к базисной.

**Тема 12. Транспортная задача (ТЗ). Замкнутая транспортная модель. Свойства ТЗ. Разрешимость ТЗ. Метод "северо-западного угла" для нахождения начального опорного плана перевозок. Двойственная задача к ТЗ. Нахождение потенциалов соответствующих данному базису. Метод потенциалов. Метод минимальной цены для нахождения начального опорного плана перевозок. Решение незамкнутых ТЗ. Введение фиктивных пунктов отправления (назначения). Фиктивные переменные.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Подробно разобрать численное решение транспортной задачи.

**Тема 13. Безусловная оптимизация. Выпуклые функции. Определения выпуклой, строго выпуклой, вогнутой и строго вогнутой функций. Примеры. Операции в классе выпуклых функций: линейная комбинация выпуклых функций, функция максимума, суперпозиция выпуклых функций. Критерии выпуклости дифференцируемых функций. Условия экстремума.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию проверки критериев оптимальности для конкретных задач.

**Тема 14. Покоординатный метод (ПМ). Методы последовательных приближений. Общая схема ПМ. Графическая интерпретация ПМ. Циклический покоординатный спуск. Случайный покоординатный спуск. Покоординатный спуск с выбором "быстрой" переменной.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию построения нескольких точек итерационной последовательности с помощью покоординатного метода.

**Тема 15. Градиентный метод (ГМ). Антиградиент - направление наискорейшего спуска. Общая схема граГМ. Полношаговый ГМ (метод наискорейшего спуска). Графическая интерпретация полношагового ГМ. Некоторые модификации ГМ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию построения нескольких точек итерационной последовательности с помощью градиентного метода с различными способами выбора итерационного шага.

**Тема 16. Выпуклое программирование. Задача выпуклого программирования (ЗВП). Формы записи. Условия разрешимости ЗВП. Графическое решение.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить графическое решение задачи выпуклого программирования.

**Тема 17. Теоремы Куна-Таккера. Функция Лагранжа ЗВП. Седловая точка функции Лагранжа. Условие Слейтера. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа ЗВП. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию проверки условий теорем Куна-Таккера.

**Тема 18. Метод проекции градиента (МПГ). Проекция точки на множество. Правило нахождения проекции. Общая схема МПГ. Способы нахождения шагового множителя в МПГ. Графическая интерпретация МПГ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию построения нескольких точек итерационной последовательности с помощью метода проекции градиента.

**Тема 19. Метод условного градиента (МУГ). вспомогательная задача и ее свойства. Нахождение условно-релаксационного направления. При-знак оптимальности. Нахождение шагового множителя. Общая схема МУГ. Графическая интерпретация МУГ.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение лекционного материала, основной и дополнительной литературы. Выполнить геометрическую иллюстрацию построения нескольких точек итерационной последовательности с помощью метода условного градиента.

**Тема 20. Метод штрафных функций (МШФ). Определение и свойства функций штрафа. Примеры функций штрафа. Штрафной множитель. Алгоритм МШФ.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Подготовка к контрольной работе (выполнению индивидуальных заданий) по пройденным темам.

**Тема 21. Подготовка к экзамену**

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В процессе изучения дисциплины "Методы оптимизации" студенты самостоятельно работают с литературой и электронными материалами, размещёнными в разделе "Обучающие системы" сайта кафедры экономической кибернетики КФУ (<http://kek.ksu.ru>), выполняют домашние задания. Форма проведения занятий предусматривает разные формы активности студентов (ответы с места на вопросы преподавателя, ответы у доски, самостоятельное решение задач и демонстрация у доски, формулировка вопросов, поиск ошибок в рассуждениях отвечающих студентов, подготовка демонстрационных файлов (например, в пакете Mathematica, PowerPoint и пр.). Преподаватель ведёт текущий учёт и контроль всех форм учебной активности студентов и учитывает результаты текущей работы (наряду с оценками за контрольные работы и экзаменационными оценками) при выставлении итоговых оценок по предмету.

Билеты к экзамену.

Билет 1

1. Теоремы о связи седловой точки функции Лагранжа с решением задачи нелинейного программирования.
2. Критерий оптимальности опорных решений задачи линейного программирования.

Билет 2

1. Выпуклые множества. Определение и теоремы о пересечении и линейной комбинации выпуклых множеств.
2. Метод обратной матрицы.

Билет 3

1. Выпуклые множества. Определение и теоремы о замыкании и внутренности выпуклых множеств.
2. Двухфазный метод искусственного базиса.

Билет 4

1. Выпуклые функции. Основные определения. Примеры. Операции над выпуклыми функциями.
2. Метод последовательного улучшения плана (предварительные результаты, теоремы 1 и 2).

Билет 5



1. Теорема о градиентном неравенстве для выпуклых функций.

2. Метод Ньютона и его модификации.

Билет 6

1. Конусы релаксационных направлений.

2. Опорные решения задач линейного программирования и их свойства, критерий оптимальности опорных решений.

Билет 7

1. Теорема о локальном условном минимуме выпуклой функции.

2. Симплексный метод.

Билет 8

1. Условие экстремума первого порядка для выпуклой функции на выпуклом множестве.

2. Градиентные методы безусловной минимизации. Общая теорема о сходимости полношагового градиентного метода.

Билет 9

1. Проекция точки на множество.

2. Однофазный метод искусственного базиса.

Билет 10

1. Опорные векторы и опорные гиперплоскости. Теорема существования строго опорного вектора.

2. Градиентные методы безусловной минимизации. Теорема о сходимости полношагового градиентного метода для выпуклых функций.

Билет 11

1. Опорные векторы и опорные гиперплоскости. Теорема существования опорного вектора.

2. Метод последовательного улучшения плана (предварительные результаты, теоремы 3 и 4).

Билет 12

1. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа.

2. Метод последовательного улучшения плана (общая схема), теорема о конечности метода.

Билет 1

1. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.

2. Метод покоординатного спуска и его модификации.

Билет 14

1. Задача линейного программирования. Основное свойство задачи линейного программирования.

2. Градиентные методы безусловной минимизации. Теорема о сходимости полношагового градиентного метода для выпуклых функций.

Билет 15

1. Двойственная задача линейного программирования. Три теоремы о свойствах взаимосопреженных задач линейного программирования.

2. Градиентные методы безусловной минимизации. Общая теорема о сходимости полношагового градиентного метода.

Билет 16

1. Теорема двойственности.

2. Градиентные методы безусловной минимизации. Общая теорема о сходимости полношагового градиентного метода.

Билет 17

1. Опорные решения задачи линейного программирования (определения и теорема 1).
2. Конусы возможных направлений.

Билет 18

1. Критерий оптимальности опорных решений задачи линейного программирования.
2. Теорема о вариационном неравенстве для выпуклых функций.

Билет 20

1. Метод последовательного улучшения плана (предварительные результаты, теорема 1).
2. Метод Ньютона и его модификации.

Билет 21

1. Критерий условного экстремума выпуклой функции в терминах конусов условно релаксационных направлений.
2. Метод обратной матрицы.

Билет 22

1. Условие экстремума первого порядка для выпуклой функции на выпуклом множестве.
2. Метод последовательного уточнения оценок (предварительные результаты, теоремы 1 и 2).

Билет 23

1. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
2. Метод последовательного уточнения оценок (предварительные результаты, теоремы 2 и 3).

Билет 24

1. Метод последовательного уточнения оценок (общая схема, теорема о конечности метода).
2. Теорема Куна-Таккера в форме о седловой точке функции Лагранжа.

Билет 25

1. Двойственный симплексный метод.
2. Недифференцируемая оптимизация.

Билет 26

1. Метод проекции градиента. Теорема о выборе шагового множителя.
2. Метод штрафных функций.

Билет 27

1. Метод последовательного уточнения оценок (общая схема, теорема о конечности метода).
2. Метод проекции градиента. Теорема о сходимости.

Билет 28

1. Теорема Куна-Таккера в дифференциальной форме.
2. Метод условного градиента.

### 7.1. Основная литература:

- 1.Кашина О.А. Методы оптимизации. Часть I. Элементы теории экстремальных задач [Текст] / О.А. Кашина, А.И. Кораблев: - Казань: изд-во КГУ, 2008. - 84 с.
- 2.Кашина О.А. Методы оптимизации. Часть II. Численные методы решения экстремальных задач [Текст] / О.А. Кашина, А.И. Кораблев: - Казань: [http://kek.ksu.ru/EOS/MO/L2\\_12/exe](http://kek.ksu.ru/EOS/MO/L2_12/exe), 2009.
3. Кашина О.А, Кораблев А.И. Электронный курс "Методы оптимизации" ?,2013- <http://zilant.kpfu.ru/course/view.php?id=17260>
- 4.Аттетков А. В. Методы оптимизации: Учебное пособие / А.В. Аттетков, В.С. Зарубин, А.Н. Канатников. - М.: ИЦ РИОР: НИЦ Инфра-М, 2013. - 270 с. <http://znanium.com/bookread.php?book=350985>
- 5.Есипов Б.А. Методы исследования операций. - Санкт-Петербург: Лань, 2013. - 304с [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=68467](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=68467)
- 6.Прикладные задачи исследования операций: Учеб. пособие / М.Ю. Афанасьев, К.А. Багриновский, В.М. Матюшок; Российский университет дружбы народов. - М.: ИНФРА-М, 2006. - 352 с. <http://www.znanium.com/bookread.php?book=105355>

### 7.2. Дополнительная литература:

- 1.Практикум по методам оптимизации / О.А. Сдвижков. - М.: Вузовский учебник: НИЦ ИНФРА-М, 2015. - 200 с.: 60x90 1/16 + ( Доп. мат. znanium.com). (переплет) ISBN 978-5-9558-0372-2, 500 экз. <http://znanium.com/bookread.php?book=459517>
2. Пантелеев, А. В. Методы оптимизации. Практический курс: учебное пособие с мультимедиа сопровождением [Электронный ресурс] / А. В. Пантелеев, Т. А. Летова. - М.: Логос, 2011. - 424 с: <http://znanium.com/bookread.php?book=469213>
- 3.Лесин В. В.Основы методов оптимизации. - 3-е изд., испр.- СПб.: Лань, 2011. - 352 с. [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1552](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1552)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- World-Wide-Web for Operations Research and Management Science - <http://www.moshe-online.com/worms/>
- Вавилов В.А., Змеев О.А., Змеева Е.Е. Исследование операций (электронное пособие) - <http://fmi.asf.ru/Library/Book/OperReserch/INDEX.html>
- Задачи по исследованию операций - <http://allmath.ru/appliedmath/operations/problems-tgru/zadachi.htm>
- Сайт рабочей группы ?Модели равновесия в сложных системах - [http://emics.ksu.ru/Link\\_r.phtml](http://emics.ksu.ru/Link_r.phtml)
- Электронный образовательный ресурс по дисциплине - <http://kek.ksu.ru/EOS/MO/ASP/links.asp>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Методы оптимизации" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером). Предусмотрены занятия, проходящие в компьютерных классах, оборудованных мультимедийным оборудованием.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 080500.62 "Бизнес-информатика" .

Автор(ы):

Кашина О.А. \_\_\_\_\_

Кораблев А.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Заботин И.Я. \_\_\_\_\_

Миссаров М.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.