

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Линейная алгебра Б2.Б.4

Направление подготовки: 080500.62 - Бизнес-информатика

Профиль подготовки:

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Шульгина О.Н.

**Рецензент(ы):**

Фазылов В.Р. , Миссаров М.Д.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Миссаров М. Д.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Шульгина О.Н. кафедра анализа данных и исследования операций отделение фундаментальной информатики и информационных технологий, Oksana.Shulgina@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Линейная алгебра" знакомит студентов с фундаментальными методами алгебры. Она непосредственно связана с дисциплиной "Математический анализ" и является базой для дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения", "Вычислительная математика", "Теория вероятностей", "Методы оптимизации" и дисциплин экономического профиля.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б2.Б.4 Общепрофессиональный" основной образовательной программы 080500.62 Бизнес-информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина является базовой для дисциплин математического блока. Проводится в 1 семестре 1 курса.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ок-1	владеет культурой мышления, способен к обобщению, анализу, восприятию информации, постановке цели и выбору путей её достижения;
пк-19	использовать основные методы естественнонаучных дисциплин в профессиональной деятельности для теоретического и экспериментального исследования;
пк-20	использовать соответствующий математический аппарат и инструментальные средства для обработки, анализа и систематизации информации по теме исследования.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия линейной алгебры и аналитической геометрии.

2. должен уметь:

- работать с матрицами;

- решать системы линейных уравнений различными методами.

3. должен владеть:

- навыками работы с объектами линейной алгебры.

-- квалифицированно обсуждать определение детерминантов (определителей) различных порядков и их свойства; различные методы решения систем линейных алгебраических уравнений; правила выполнения различных действий над матрицами; понятие ранга матрицы и теорему Кронекера -- Капелли; определение обратной матрицы и правила ее вычисления; понятие собственных чисел и собственных векторов; первоначальные сведения о конечномерных векторных пространствах;

-- уверенно вычислять определители, решать системы линейных алгебраических уравнений различными методами, выполнять различные операции над матрицами, включая вычисление обратной матрицы, и находить их ранги, вычислять собственные значения и собственные вектора матриц.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных(ые) единиц(ы) 216 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.	1	1-4	4	6	0	
2.	Тема 2. Определители и их свойства.	1	3-5	4	6	0	
3.	Тема 3. Линейные пространства.	1	6-7	4	6	0	контрольная работа
4.	Тема 4. Системы линейных уравнений.	1	8-10	4	6	0	
5.	Тема 5. Евклидовы пространства.	1	11-12	4	6	0	
6.	Тема 6. Линейные операторы.	1	13	4	6	0	
7.	Тема 7. Квадратичные формы.	1	14-15	4	6	0	контрольная работа
8.	Тема 8. Элементы аналитической геометрии.	1	16-18	4	6	0	
9.	Тема 9. Подготовка к экзамену	1		4	6	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			36	54	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

## **Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Понятие матрицы, элементов, порядков. Виды матриц: квадратная, симметричная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая. Главная и побочная диагонали квадратной матрицы. Операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование) и их свойства.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Матрицы": выполнение операций сложения, умножения, умножения на число и транспонирования матриц.

## **Тема 2. Определители и их свойства.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определители 2-го, 3-го порядка. Перестановки и подстановки. Инверсия, четность. Определитель  $n$ -го порядка. Свойства определителей. Определитель треугольной матрицы. Миноры и алгебраические дополнения. Теорема Лапласа (част. сл.). Обратная матрица.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Определители": выполнение операций перестановок и подстановок в определителях, выполнении инверсии определителя. Практический разбор свойств определителя.

## **Тема 3. Линейные пространства.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение действительного линейного (векторного) пространства. Примеры линейных пространств. Линейная комбинация векторов. Определение линейной зависимости векторов. Базис пространства, размерность. Координаты вектора. Теорема о единственности разложения вектора по базису. Базис и ранг системы векторов. Изоморфизм линейных пространств. Теорема о изоморфности линейных пространств, следствие. Ранг матрицы. Теорема о ранге. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю определителя. Связь между базисами линейного пространства. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому. Подпространства.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Практическое изучение линейного пространства на примерах. Разбор линейной комбинации векторов и линейной зависимости векторов. Определение базиса и размерности пространства, координат вектора. Вычисление ранга матрицы.

## **Тема 4. Системы линейных уравнений.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Однородная, неоднородная, определенная, неопределенная, совместная, несовместная системы. Понятие матрицы системы. Матричная запись системы. Теорема Кронекера-Капелли. Метод Крамера, условия его применимости. Общая схема решения произвольной системы линейных уравнений. Понятия общего решения и частных решений. Условия существования единственного решения, множества решений. Метод Гаусса. Условия его применимости. Однородная система линейных уравнений. Совместность системы. Условия существования единственного решения, множества решений. Фундаментальная система решений, условия ее существования. Количество решений в ФСР.

### **практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Системы линейных уравнений": общее решение системы линейных уравнений и частные решения.

## **Тема 5. Евклидовы пространства.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение евклидова пространства. Определение ортогональности векторов, ортогональной системы векторов. Теорема о линейной независимости ортогональной системы ненулевых векторов. Ортогонализация линейно независимой системы векторов. Определение нормированного пространства. Теорема о норме вектора в евклидовом пространстве. Понятие нормированного вектора. Нормирование ненулевого вектора. Определение скалярного произведения двух векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Евклидовы пространства".

**Тема 6. Линейные операторы.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определение оператора, линейного оператора, линейного преобразования. Определение матрицы линейного преобразования. Вырожденность линейного преобразования. Отыскание координат образа вектора.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Линейные операторы": определение матрицы линейного преобразования, отыскание координат образа вектора.

**Тема 7. Квадратичные формы.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Определения квадратичной формы, линейной формы. Матрица квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы. Вырожденность квадратичной формы. Каноническая и нормальная квадратичные формы, вид их матриц. Определения положительно определенной, отрицательно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Практическое изучение квадратичных форм на примерах. Рассмотрение матрицы квадратичной формы, канонической и нормальной квадратичной форм, их матриц.

**Тема 8. Элементы аналитической геометрии.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Операции над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение, векторное произведение. Необходимые и достаточные условия ортогональности и коллинеарности векторов. Операции над векторами в координатах. Длина вектора. Общее уравнение прямой на плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности прямых. Расстояние между двумя точками, расстояние от точки до прямой. Общее уравнение плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве.

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров по теме "Элементы аналитической геометрии": выполнение следующих операций над векторами - сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение, векторное произведение, операции над векторами в координатах, определение длины вектора. Рассмотрение общего уравнения прямой на плоскости, вычисление расстояния между двумя точками и расстояния от точки до прямой.

**Тема 9. Подготовка к экзамену**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Повторение

**практическое занятие (6 часа(ов)):**

Решение примеров

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.	1	1-4	домашняя работа	8	устно
2.	Тема 2. Определители и их свойства.	1	3-5	домашняя работа	8	устно
3.	Тема 3. Линейные пространства.	1	6-7	домашняя работа	8	письменно
4.	Тема 4. Системы линейных уравнений.	1	8-10	домашняя работа	8	устно
5.	Тема 5. Евклидовы пространства.	1	11-12	домашняя работа	8	устно
6.	Тема 6. Линейные операторы.	1	13	домашняя работа	8	устно
7.	Тема 7. Квадратичные формы.	1	14-15	домашняя работа	8	письменно
8.	Тема 8. Элементы аналитической геометрии.	1	16-18	домашняя работа	8	устно
9.	Тема 9. Подготовка к экзамену	1		домашняя работа	8	устно
	Итого				72	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи экзамена и зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену и зачету. При подготовке к сдаче экзамена и зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену и зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### **Тема 1. Матрицы, операции над матрицами.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Матрицы, операции над матрицами"

### **Тема 2. Определители и их свойства.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Определители и их свойства".

### **Тема 3. Линейные пространства.**

письменно, примерные вопросы:

подготовка к контрольной работе (выполнению индивидуальных занятий) по пройденным темам.

### **Тема 4. Системы линейных уравнений.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Системы линейных уравнений".

### **Тема 5. Евклидовы пространства.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Евклидовы пространства".

### **Тема 6. Линейные операторы.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Линейные операторы".

### **Тема 7. Квадратичные формы.**

письменно, примерные вопросы:

подготовка к контрольной работе (выполнению индивидуальных занятий) по пройденным темам.

### **Тема 8. Элементы аналитической геометрии.**

устно, примерные вопросы:

реферат по теме "Элементы аналитической геометрии".

### **Тема 9. Подготовка к экзамену**

устно, примерные вопросы:

реферат

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Примерные вопросы к экзамену:

1. Понятие матрицы, элементов, порядков.
2. Виды матриц: квадратная, симметричная, треугольная, диагональная, единичная, нулевая.
3. Главная и побочная диагонали квадратной матрицы.
4. Операции над матрицами (сложение, умножение, умножение на число, транспонирование) и их свойства.
5. Определители и их свойства.
6. Определители 2-го, 3-го порядка.
7. Перестановки и подстановки.
8. Инверсия, четность.
9. Определитель n-го порядка.
10. Свойства определителей.
11. Определитель треугольной матрицы.
12. Миноры и алгебраические дополнения.
12. Теорема Лапласа (част. сл.).
13. Обратная матрица.

14. Определение действительного линейного (векторного) пространства. Примеры линейных пространств.
15. Линейная комбинация векторов. Определение линейной зависимости векторов.
16. Базис пространства, размерность. Координаты вектора.
17. Теорема о единственности разложения вектора по базису.
18. Базис и ранг системы векторов.
19. Изоморфизм линейных пространств. Теорема о изоморфности линейных пространств, следствие.
20. Ранг матрицы. Теорема о ранге.
21. Теорема о необходимом и достаточном условии равенства нулю определителя.
22. Связь между базисами линейного пространства.
23. Матрица перехода. Преобразование координат вектора при переходе от одного базиса к другому.
24. Подпространства.
25. Типы системы линейных уравнений - однородная, неоднородная, определенная, неопределенная, совместная, несовместная системы.
26. Понятие матрицы системы. Матричная запись системы.
27. Теорема Кронекера-Капелли.
28. Метод Крамера, условия его применимости.
29. Общая схема решения произвольной системы линейных уравнений.
30. Понятия общего решения и частных решений.
31. Условия существования единственного решения, множества решений.
32. Метод Гаусса. Условия его применимости.
33. Однородная система линейных уравнений. Совместность системы. Условия существования единственного решения, множества решений.
34. Фундаментальная система решений, условия ее существования. Количество решений в ФСР.
35. Определение евклидова пространства.
36. Определение ортогональности векторов, ортогональной системы векторов.
37. Теорема о линейной независимости ортогональной системы ненулевых векторов.
38. Ортогонализация линейно независимой системы векторов.
39. Определение нормированного пространства. Теорема о норме вектора в евклидовом пространстве.
40. Понятие нормированного вектора. Нормирование ненулевого вектора. Определение скалярного произведения двух векторов, заданных координатами в ортонормированном базисе.
41. Определение оператора, линейного оператора, линейного преобразования. Определение матрицы линейного преобразования.
42. Вырожденность линейного преобразования. Отыскание координат образа вектора.
43. Определения квадратичной формы, линейной формы. Матрица квадратичной формы. Матричная запись квадратичной формы.
44. Вырожденность квадратичной формы. Каноническая и нормальная квадратичные формы, вид их матриц.
45. Определения положительно определенной, отрицательно определенной квадратичной формы. Критерий Сильвестра.
46. Операции над векторами: сложение, вычитание, умножение на число, скалярное произведение, векторное произведение.
47. Необходимые и достаточные условия ортогональности и коллинеарности векторов.
48. Операции над векторами в координатах. Длина вектора.

49.Общее уравнение прямой на плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности прямых.

50.Расстояние между двумя точками, расстояние от точки до прямой. Общее уравнение плоскости. Условия параллельности, перпендикулярности плоскостей. Расстояние от точки до плоскости. Уравнение прямой в пространстве.

Текущий контроль осуществляется с помощью выполнения студентами контрольных работ.

### 7.1. Основная литература:

1. Ильин В. А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра. 6-е изд., стер. ? М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 278 с.
- 2.Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский .? Казань : Казанский университет, 2011 .? 269 с. : ил. ; 21 см. ? Библиогр.: с. 268-269 (15 назв.) .? ISBN 978-5-98180-994-1 ((в пер.)) , 200.
3. Вычислительная линейная алгебра : учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки 230400 "Прикладная математика" и специальности 230401 "Прикладная математика" / В. М. Вержбицкий .? Москва : Высшая школа, 2009 .? 350, [1] с. : ил. ; 22 .? (Для высших учебных заведений, Математика) .? Библиогр.: с. 340-344 (75 назв.) .? Предм. указ.: с. 345-349 .? Указ. обозначений и сокр.: с. 350-351 .? ISBN 978-5-06-005829-1 ((в пер.)) , 3000.
4. П.С.Александров, Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. СПб.:Лань, 2009. - 512 с. // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=493](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=493)
- 5.Ильин В. А., Позняк Э.Г. Линейная алгебра: учебник. - 6-е изд., стер. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. - 280 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2178](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2178)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : опорный конспект : [учебное пособие : для студентов и преподавателей технических и экономических вузов] / В.И. Антонов, М.В. Лагунова, Н.И. Лобкова [и др.] ; М-во образования Рос. Федерации, С.-Петерб. гос. политехн. ун-т .? Москва : Проспект, 2013 .? 138, [1] с. : ил. ; 21 .? На обороте тит. л. авт.: Антонов В.И. - д.т.н., проф., Лагунова М.В. - к.ф.-м.н., доц., Лобкова Н.И. - к.ф.-м.н., проф. ? Библиогр.: с. 137 (5 назв.) .? ISBN 978-5-392-10226-6 ((в обл.)) , 100.
2. Аналитическая геометрия и линейная алгебра : примеры и задачи : учебное пособие для студентов учреждений высшего образования по естественнонаучным специальностям / А. А. Гусак .? Издание 6-е .? Минск : ТетраСистемс, [2011] .? 288 с. : ил. ; 21 см. ? На обороте тит. л. авт.: Гусак А. А. - канд. физ.-мат. наук, проф. ? Библиогр.: с. 3 .? ISBN 978-985-536-229-7 (в пер.) , 1500.
- 3.Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия : учеб. пособие для студ. вузов / П. С. Геворкян .? М. : ФИЗМАТЛИТ, 2007 .? 208 с. ? ISBN 978-5-9221-0860-7 : р.206.0
- 4.Беклемишев Д.В.  
Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. - М.: Физматлит, 2008. - 307 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=48199](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=48199)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Видео-курс лекций по линейной алгебре - <http://www.intuit.ru/department/mathematics/linalres/1/>  
Линейная алгебра - [http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA\\_01010300.html](http://twf.mpei.ac.ru/math/LARB/Matrdet/Matrix/LA_01010300.html)  
Линейная алгебра для чайников -  
<http://obitel-minsk.by/exsite/lineynaya-algebra-dlya-chaynikov.html>

Линейная алгебра онлайн - <http://www.fxyz.ru>

Математика для экономистов - <http://www.alleng.ru/d/math/math160.htm>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Линейная алгебра" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 080500.62 "Бизнес-информатика" .

Автор(ы):

Шульгина О.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Фазылов В.Р. \_\_\_\_\_

Миссаров М.Д. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.