

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Высшая школа информационных технологий и информационных систем



**Программа дисциплины**  
Дискретная математика Б1.Б.7

Направление подготовки: 09.03.03 - Прикладная информатика

Профиль подготовки:

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Калимуллин И.Ш.

**Рецензент(ы):**

Абызов А.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Арсланов М. М.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Высшей школы информационных технологий и информационных систем:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Регистрационный № 689519415

Казань

2015

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Калимуллин И.Ш. Кафедра алгебры и математической логики отделение математики , Iskander.Kalimullin@kpfu.ru

## **1. Цели освоения дисциплины**

Главной целью освоения дисциплины (модуля) "Дискретная математика" является обучение студентов методам решения задач дискретной математики и соответствующему мышлению. В процессе обучения требуется дать студентам запас базовых знаний по основным разделам дискретной математики, обучить рациональному и эффективному использованию полученных знаний при решении типовых задач дискретной математики; сформировать у студентов представление о дискретной математике как методах изучения широкого круга объектов и процессов, характеризующихся отсутствием свойства непрерывности; сформировать знания, умения и навыки использования основных понятий теории графов, теории автоматов, теории булевых функций. Формирование логической и математической культуры студента, фундаментальная подготовка в области математической логики, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования в приложениях.

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 09.03.03 Прикладная информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Для успешного изучения дискретной математики необходимы знания и умения в объеме школьной программы по математике, общие понятия и факты из математического анализа, линейной алгебры.

Освоение дискретной математики необходимо для эффективного использования возможностей современной вычислительной техники, изучения программирования и информатики. Знание основ дискретной математики необходимо практически в любой современной научно-исследовательской работе.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-23 (профессиональные компетенции)	способностью применять системный подход и математические методы в формализации решения прикладных задач

В результате освоения дисциплины студент:

### **1. должен знать:**

основные понятия дискретной математики, определения и свойства математических объектов, используемых в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений.

### **2. должен уметь:**

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

### **3. должен владеть:**

математическим аппаратом дискретной математики, методами доказательства утверждений в этой области, навыками алгоритмизации основных задач.

решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, доказывать утверждения, строить модели объектов и понятий.

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных(ые) единиц(ы) 288 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Булевы функции	1	1	2	2	0	домашнее задание
2.	Тема 2. ДНФ и КНФ.	1	2	2	2	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Минимальные ДНФ.	1	3-4	4	4	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Монотонные функции.	1	5-6	4	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлен Жегалкина.	1	7	2	2	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.	1	8	2	2	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Теорема Поста о полноте.	1	9-10	4	4	0	контрольная работа
8.	Тема 8. Неориентированные графы.	1	11	2	2	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Связные графы и компоненты связности.	1	12	2	2	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.	1	13	2	2	0	домашнее задание
11.	Тема 11. Леса и деревья.	1	14-15	4	4	0	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на $n$ вершинах.	1	16	2	2	0	домашнее задание
13.	Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.	1	17	2	2	0	домашнее задание
14.	Тема 14. Плоские графы.	1	18	2	2	0	контрольная работа
15.	Тема 15. Ориентированные графы.	2	1	2	2	0	домашнее задание
16.	Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.	2	2	2	2	0	домашнее задание
17.	Тема 17. Сети и потоки.	2	3-4	4	4	0	домашнее задание
18.	Тема 18. Разрезы в сетях.	2	5	2	2	0	домашнее задание
19.	Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.	2	6-7	4	4	0	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.	2	8-9	4	4	0	домашнее задание
21.	Тема 21. Минимальные автоматы.	2	10	2	2	0	контрольная работа
22.	Тема 22. Операции над языками.	2	11	2	2	0	домашнее задание
23.	Тема 23. Недетерминированные автоматы.	2	12-13	4	4	0	домашнее задание
24.	Тема 24. Регулярные выражения.	2	14	2	2	0	домашнее задание
25.	Тема 25. Машины Тьюринга.	2	15	2	2	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
26.	Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.	2	16	2	2	0	домашнее задание
27.	Тема 27. Геделева нумерация.	2	17	2	2	0	домашнее задание
28.	Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.	2	18	2	2	0	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
.	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	экзамен
	Итого			72	72	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Булевы функции

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Булевы функции. Основные логические операции. Выразимость одних операций через другие.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

### Тема 2. ДНФ и КНФ.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

ДНФ и КНФ. Теоремы о совершенных ДНФ и КНФ.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

### Тема 3. Минимальные ДНФ.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Минимальные ДНФ. Импликанты и простые импликанты, сокращенные ДНФ и тупиковые ДНФ. Алгоритм нахождения минимальной ДНФ.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

### Тема 4. Монотонные функции.

#### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Монотонные функции. Теорема о сокращенной ДНФ для монотонных функций. Композиция монотонных функций есть снова монотонная функция.

#### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

### Тема 5. Многочлен Жегалкина.

#### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Многочлен Жегалкина. Представимость булевых функций многочленами Жегалкина.

#### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Замкнутые классы булевых функций. Классы T\_0 и T\_1. Классы монотонных, линейных и самодвойственных функций.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 7. Теорема Поста о полноте.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Полные классы функций. Теорема Поста о полноте.

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 8. Неориентированные графы.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Неориентированные графы. Степени вершин. Сумма степеней вершин графа. Изоморфизм графов.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 9. Связные графы и компоненты связности.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Связные графы и компоненты связности. Неравенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Эйлеровы и гамильтоновы пути. Критерий существования эйлерового пути.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 11. Леса и деревья.**

### **лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Леса и деревья. Эквивалентность различных определений.

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах. Коды Прюфера.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритм Краскала нахождения остова наименьшего веса.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 14. Плоские графы.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Плоские графы. Границы плоских графов. Формула Эйлера для плоских графов. Раскраски графов.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 15. Ориентированные графы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Ориентированные графы. Положительные и отрицательные степени вершин. Теорема о суммах положительных и отрицательных степеней. Изоморфизм ориентированных графов.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 17. Сети и потоки.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Сети и потоки. Величина потока и его свойства. Задача о нахождении максимального потока.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 18. Разрезы в сетях.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Разрезы в сетях. Величина разреза. Алгоритм Форда-Фолкерсона.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Конечные автоматы и регулярные языки. Примеры регулярных и нерегулярных языков.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Отношение различимости слов заданным языком. Теорема Майхилла-Нероуда.

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 21. Минимальные автоматы.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Минимальные автоматы. Единственность минимального автомата.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 22. Операции над языками.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Регулярность объединения и пересечения языков.

**практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

**Тема 23. Недетеминированные автоматы.**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Недетеминированные автоматы и распознаваемые ими языки. Операция \*

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 24. Регулярные выражения.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Регулярные выражения для регулярных языков. Построение регуляного выражения по заданному автомату.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 25. Машины Тьюринга.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Машины Тьюринга. Вычислимые функции. Тезис Черча-Тьюринга.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Конфигурации и вычисления машин Тьюринга. Теорема Клини о нормальной форме.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 27. Геделева нумерация.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Существование универсальной частичной функции. Геделева нумерация.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.**

### **лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Перечислимые и вычислимые множества. Существование перечислимых, но не вычислимых множеств. Теорема Рекурсии.

### **практическое занятие (2 часа(ов)):**

Решение задач по указанной теме

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Булевы функции	1	1	подготовка домашнего задания	1	домашнее задание
2.	Тема 2. ДНФ и КНФ.	1	2	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Минимальные ДНФ.	1	3-4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Монотонные функции.	1	5-6	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Многочлен Жегалкина.	1	7	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.	1	8	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
7.	Тема 7. Теорема Поста о полноте.	1	9-10	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
8.	Тема 8. Неориентированные графы.	1	11	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
9.	Тема 9. Связные графы и компоненты связности.	1	12	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.	1	13	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Леса и деревья.	1	14-15	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.	1	16	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.	1	17	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Плоские графы.	1	18	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
15.	Тема 15. Ориентированные графы.	2	1	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.	2	2	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
17.	Тема 17. Сети и потоки.	2	3-4	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Разрезы в сетях.	2	5	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.	2	6-7	подготовка домашнего задания	3	домашнее задание
20.	Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.	2	8-9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
21.	Тема 21. Минимальные автоматы.	2	10	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
22.	Тема 22. Операции над языками.	2	11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
23.	Тема 23. Недетеминированные автоматы.	2	12-13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
24.	Тема 24. Регулярные выражения.	2	14	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
25.	Тема 25. Машины Тьюринга.	2	15	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
26.	Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.	2	16	подготовка домашнего задания	8	домашнее задание
27.	Тема 27. Геделева нумерация.	2	17	подготовка домашнего задания	10	домашнее задание
28.	Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.	2	18	подготовка к контрольной работе	10	контрольная работа
Итого					99	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

активные и интерактивные формы: лекции, практические занятия, контрольные работы, зачеты, экзамены.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Булевые функции

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить таблицу истинности заданной функции ( $A$  или не  $B$ ) и не (( $C$  или  $A$ ) и (( $A$  или  $C$ ) влечет не  $B$ ))

### Тема 2. ДНФ и КНФ.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить совершенные ДНФ и КНФ заданной функции (1001000110100110)

### Тема 3. Минимальные ДНФ.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить сокращенные, тупиковые и минимальные ДНФ заданной функции (0001000110100110)

### Тема 4. Монотонные функции.

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить на монотонность указанные функции (11100001), ( $A$  влечет не  $B$ ) и не (( $C$  или  $A$ ) и (( $A$  влечет  $C$ ) влечет не  $B$ ))

### Тема 5. Многочлен Жегалкина.

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить многочлен Жегалкина заданной функции (1001000110100110)

### **Тема 6. Замкнутые классы булевых функций.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проверить указанные функции на принадлежность классам L и S. (1001000110100110), (A влечет не C) и не ((B влечет A) и ((A влечет C) влечет не B))

### **Тема 7. Теорема Поста о полноте.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Проверить полноту заданной системы функций. A влечет не B, (10011101) 2. Построить СДНФ функции (A влечет не B) и не (C или A) 3. Найти сокращенную ДНФ для функции (1111001101010110)

### **Тема 8. Неориентированные графы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все простые графы на 5 вершинах.

### **Тема 9. Связные графы и компоненты связности.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все связные простые графы на 6 вершинах.

### **Тема 10. Эйлеровы и гамильтоновы пути.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все эйлеровы и гамильтоновы графы на 6 вершинах.

### **Тема 11. Леса и деревья.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все леса и деревья на 6 вершинах.

### **Тема 12. Теорема Кэли о количестве деревьев на n вершинах.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить дерево с кодом Прюфера 443622357

### **Тема 13. Нахождение остова наименьшего веса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти наименьший остов в взвешенном графе, заданной матрицей -344320 --00041 ---4616  
---506 ----44 -----3

### **Тема 14. Плоские графы.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Проверить на планарность граф -101010 --10011 ---1100 ---101 ----01 -----0 2. Построить дерево с кодом Прюфера 346222145 3. Найти наименьший остов в взвешенном графе, заданной матрицей -2343 --201 ---42 ---3

### **Тема 15. Ориентированные графы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить с точностью до изоморфизма все простые ориентированные графы на 4 вершинах.

### **Тема 16. Нахождение кратчайшего пути.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти кратчайший путь от вершины 1 до вершины 7 во взвешенном графе, заданным матрицей -6200231 0-364043 04-25342 040-3453 0338-304 03670-55 074231-3 0000000-

### **Тема 17. Сети и потоки.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти максимальный поток в сети, заданной матрицей -22343 0-1233 03-455 065-32 0706-5  
00000-

### **Тема 18. Разрезы в сетях.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Найти максимальный поток и минимальный разрез в сети, заданной матрицей -6200231  
0-364043 04-25342 040-3453 0338-304 03670-55 074231-3 0000000-

### **Тема 19. Конечные автоматы и регулярные языки.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение автомата, распознающего язык {ab,ba,abab, abb, bab,ababb,abab, baab, ababab}

### **Тема 20. Теорема Майхилла-Нероуда.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить классы неразличимости для языка {ab,ba,abab, abb, bab,ababb,abab, baab, ababab}

### **Тема 21. Минимальные автоматы.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Найти минимальный автомат для регулярного языка {ab,b,abb,bb} 2. Найти максимальный поток и минимальный разрез в сети, заданной матрицей -1223 0-234 06-44 038-7 0000- 3. Найти кратчайший путь от вершины 1 до вершины 7 во взвешенном графе, заданным матрицей -2210631 0-301143 01-19112 003-1403 0236-554 07082-62 023137-3 0000000-

### **Тема 22. Операции над языками.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение минимального автомата, распознающего объединение и пересечение языков, заданных автоматами  $q_0, a \rightarrow q_0$   $q_0, b \rightarrow q_1$   $q_1, a \rightarrow q_0$   $q_1, b \rightarrow q_1$   $F = \{q_1\}$  и  $q_0, a \rightarrow q_1$   $q_0, b \rightarrow q_2$   $q_1, a \rightarrow q_1$   $q_1, b \rightarrow q_2$   $q_2, a \rightarrow q_2$   $q_2, b \rightarrow q_0$   $F = \{q_0, q_2\}$

### **Тема 23. Недетерминированные автоматы.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить недетерминированный автомат, распознающий язык  $(aab+b^*)^* + (ab)^*$

### **Тема 24. Регулярные выражения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построить регулярное выражения по заданному автомatu  $q_0, a \rightarrow q_0$   $q_0, b \rightarrow q_1$   $q_1, a \rightarrow q_2$   $q_1, b \rightarrow q_1$   $q_2, a \rightarrow q_1$   $q_2, b \rightarrow q_0$   $F = \{q_0, q_1\}$

### **Тема 25. Машины Тьюринга.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение машины Тьюринга, вычисляющую функцию  $f(n)=2n$ .

### **Тема 26. Теорема Клини о нормальной форме.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Построение вычисления для машины Тьюринга, вычисляющей  $f(n)=2n$  при  $n=3$

### **Тема 27. Геделева нумерация.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Вычисление геделева номера для машины Тьюринга, вычисляющей  $f(n)=[n/2]$

### **Тема 28. Перечислимые и вычислимые множества.**

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Построить машину Тьюринга, вычисляющую функцию  $f(n)=[2n/3]$ . Выполнить вычисление при  $n=4$ . 2. Построить недетерминированный автомат, распознающий язык  $(abb)^* + (bab)^*$  3.

Построить регулярное выражение для пересечения языков  $ab^* + b(ba)^*a$  и  $a^*b + (bbaa)^*$

### **Тема . Итоговая форма контроля**

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

В течение семестра к каждому семинару студенты решают задачи, указанные преподавателем. В семестре проводятся 2 контрольные работы, работа на практических занятиях оценивается в баллах.

Вопросы к зачету.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Монотонные функции. Лемма о немонотонной функции.

Определение булевых функций. Таблица истинности для штриха Шеффера и стрелки Пирса. Выразить через штрих Шеффера отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и сумму.

Замыкание класса. Примеры замыканий. Доказать, что  $\{\text{fm } C\} = \{\text{fm } C\}$ .

Элементарные конъюнкты и дизъюнктивные нормальные формы. Примеры совершенных и несовершенных ДНФ. Совершенные ДНФ. Теорема о совершенной ДНФ.

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Самодвойственные функции. Лемма о несамодвойственной функции.

Импликанты и простые импликанты. Сокращенная ДНФ. Примеры импликантов, простых и непростых импликантов. Каждый элементарный конъюнкт в минимальной ДНФ является простым импликантом.

Вес ДНФ. Минимальные и тупиковые ДНФ. Алгоритм нахождения минимальной ДНФ. Пример применения алгоритма. Доказать, что минимальная ДНФ является тупиковой.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс  $\text{fm } S$ . Замкнутость класса  $\text{fm } S$ .

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Теорема о суперпозиции монотонных функций.

Двойственная функция. Самодвойственные функции. Примеры двойственных и самодвойственных функций. Теорема о суперпозиции двойственных функций.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс  $\text{fm } M$ . Замкнутость класса  $\text{fm } M$ .

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Линейные функции. Лемма о нелинейной функции.

Многочлены Жегалкина. Многочлены Жегалкина для отрицания, конъюнкции и дизъюнкции. Доказать единственность многочлена Жегалкина.

Формулы над классом функций. Примеры формул. Доказать, что если  $D, E_1, E_2, \dots, E_n$  --- формулы над  $\text{fm } C$ , то

$D(E_1, E_2, \dots, E_n)$  также является формулой над  $\text{fm } C$ .

Замыкание класса. Примеры замыканий. Доказать, что  $\{\text{fm } C\} \subseteq \{\text{fm } D\}$ , если  $\text{fm } C \subseteq \text{fm } D$ .

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс  $\text{fm } T_0$ . Замкнутость класса  $\text{fm } T_0$ .

Определение булевых функций. Таблица истинности для дизъюнкции, конъюнкции, импликации и суммы. По индукции доказать равенство  $A \vee (B_1 \vee \dots \vee B_n) = A \vee B_1 \vee \dots \vee A \vee B_n$ .

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Теорема о тупиковых и минимальных ДНФ монотонных функций.

Линейные функции. Примеры линейных и нелинейных функций. Замкнутость класса  $\text{fm } L$  линейных функций.

Полные классы. Примеры полных и неполных классов. Теорема Поста о полноте (доказательство слева направо).

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Класс  $\text{fm } T_1$ . Замкнутость класса  $\text{fm } T_1$ .

Замыкание класса. Три свойства замыкания. Примеры замыканий. Доказать, что  $\text{fm } C \subseteq \{\text{fm } C\}$ .

Полные классы. Теорема Поста о полноте. Классы  $\text{fm } T_0$  и  $\text{fm } T_1$ . Лемма для  $\text{fm } T_0$  и  $\text{fm } T_1$ .

Предполные классы. Примеры непредполных классов. Полное описание предполных классов.

Базисы. Примеры базисов из одной, двух, трех и четырех функций (с обоснованием).

Доказать, что не существует базисов, состоящих из пяти и более различных функций.

Замкнутые классы. Примеры замкнутых и незамкнутых классов. Критерий замкнутости класса (необходимое и достаточное условие).

Многочлены Жегалкина. Примеры многочленов Жегалкина. Доказать существование многочлена Жегалкина и вывести формулы для его коэффициентов.

Порядок на булевых наборах. Монотонные функции. Примеры монотонных и немонотонных функций. Сокращенная ДНФ монотонных функций. Теорема о простых импликантах монотонных функций.

Импликанты и простые импликанты. Сокращенная ДНФ. Алгоритм нахождения сокращенной ДНФ (с примером применения и обоснованием).

Элементарные дизъюнкты и конъюнктивные нормальные формы. Примеры совершенных и несовершенных КНФ. Совершенные КНФ. Теорема о существовании совершенной КНФ.

Определение булевых функций. Таблица истинности для штриха Шеффера и стрелки Пирса. Выразить через стрелку Пирса отрицание, конъюнкцию, дизъюнкцию, импликацию и сумму.

Неориентированные графы. Вершины. Ребра. Кратные ребра. Петли. Простые графы.

Отношения инцидентности и смежности. Матрицы инцидентности и смежности.

Степени вершины. Теорема о сумме степеней вершин графа.

Изоморфизм графов. Пример не изоморфных графов с одинаковым набором степеней.

Путь. Замкнутый цикл. Длина пути. Цепь. Цикл. Связанные вершины. Существование цепи для связанных вершин.

Эйлеровы, полуэйлеровы, гамильтоновы и полуэйлеровы пути. Примеры существования и не-существования таких путей. Критерий эйлеровости и полуэйлеровости.

Связные графы. Компоненты связности. Неравенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

Леса и деревья. Равенство между количеством вершин, ребер и компонент связности.

Мосты. Связь мостов и циклов.

Леса и деревья. Необходимые и достаточные условия, для того, чтобы граф был лесом или деревом. Доказать необходимое и достаточное условие на количество вершин, ребер и компонент связности.

Леса и деревья. Необходимые и достаточные условия, для того, чтобы граф был лесом или деревом. Доказать необходимое и достаточное условие на единственность путей между связанными вершинами.

Висячие вершины дерева. Существование висячих вершин.

Коды Прюфера. Теорема о количестве деревьев на данном множестве вершин.

Остов графа. Существование остова для связного графа.

Алгоритм Краскала. Обоснование и примеры применения.

Представление графа в пространстве.

Плоские графы. Границы. Соотношение между количеством вершин, ребер и граней.

Примеры не-плоских графов среди полных и полных двудольных графов. Теорема Понтрягина-Куратовского.

Экзаменационные билеты:

1-й вопрос - один из вопросов к зачету.

2-й вопрос - один из указанных ниже:

Ориентированные графы. Положительные и отрицательные степени вершин. Теорема о суммах положительных и отрицательных степеней.

Изоморфизм ориентированных графов.

Алгоритм Дейкстры нахождения кратчайшего пути.

Сети и потоки. Величина потока и его свойства (сумма потоков из источника = сумме потоков в сток). Задача о нахождении максимального потока.

Разрезы в сетях. Величина потока не превосходит величины разреза. Величина разреза.

Алгоритм Форда-Фолкерсона.

Конечные автоматы и регулярные языки. Примеры регулярных и нерегулярных языков.  
Отношение различности слов заданным языком. Ранг языка. Теорема Майхилла-Нероуда.  
Регулярность объединения и пересечения языков.  
Недетерминированные автоматы и распознаваемые ими языки (детерминизация автоматов).  
Регулярность конкатенации и  $L^*$ .  
Регулярные выражения. Алгоритм построения регулярного выражения по автомату  
Машины Тьюринга. Вычислимые языки. Тезис Черча-Тьюринга. Вычислимость регулярных языков.  
Конфигурации и вычисления машин Тьюринга. Универсальная вычислимая функция. Теорема Клини о нормальной форме.  
Перечислимые языки. Существование перечислимых, не вычислимых языков.  
Теорема Рекурсии.  
3-й вопрос экзамена - практический. Например,  
Даны коды Прюфера.  
а) Изобразите деревья, заданные кодом Прюфера.  
б) Проверить, являются ли данные деревья изоморфными?  
(2; 3; 4; 7; 3; 4; 6)  
(1; 3; 1; 2; 2)

### **7.1. Основная литература:**

1. Дискретная математика. / И.А. Мальцев. - Лань, 2011. - 304 с. // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=638](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638)
2. Курс дискретной математики. / В. И. Копылов. - Лань, 2011. - 208 с. // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=1798](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=1798)
3. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. - Лань, 2010. - 368 с. // [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=536)

### **7.2. Дополнительная литература:**

1. Дискретная математика для инженера. / О.П. Кузнецов. - Лань, 2009. - 400 с. / [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=220](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=220)
2. Дискретная математика. Задачи и упражнения с решениями: Учебно-методическое пособие / А.А. Вороненко, В.С. Федорова. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 104 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006601-1, 300 экз. <http://znamium.com/bookread.php?book=424101>
3. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие / В.Б. Алексеев. - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-005559-6, 1000 экз. <http://znamium.com/bookread.php?book=278874>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. - <http://e.lanbook.com/view/book/231/>

Балюкевич Э.Л., Ковалева Л.Ф., Романников А.Н. Дискретная математика: учебно-практическое пособие - <http://www.bibliorossica.com/book.html?currBookId=6157&ln=en>  
Шевелев Ю.П. Дискретная математика: учебное пособие - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=437](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=437)  
Элементы математической логики - [http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin\\_files/logika!13.pdf](http://old.kpfu.ru/f5/k2/bin_files/logika!13.pdf)  
1. Альгин Ю.А., Ильин С.Н. Дискретная математика: графы и автоматы. Учебное пособие. Лаборатория оперативной полиграфии УМУ КГУ. Казань, 2007. 2. Асанов М.О., Баранский В.А., Расин В.В. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы. М.: Лань, 2010. - 368 с. //[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536) 3. Алексеев В.Б. Лекции по дискретной математике: Учебное пособие - М.: НИЦ Инфра-М, 2012. - 90 с. <http://znamium.com/bookread.php?book=278874#none4> 4. Лихтарников Л.М., Сукачева Т.Г. Математическая логика. Курс лекций. Задачник-практикум и решения. М.: Лань, 2009. - 288 с. <http://e.lanbook.com/view/book/231/> - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитории для лекций и практических занятий. Рекомендованная для освоения курса литература, компьютеры, ксерокс, проектор.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 09.03.03 "Прикладная информатика".

Автор(ы):

Калимуллин И.Ш. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Абызов А.Н. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.