

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**  
Дисперсионный анализ Б1.В.ДВ.22

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Симушкин С.В.

**Рецензент(ы):**

Володин И.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Симушкин С.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Sergey.Simushkin@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

изучить методы обработки статистических данных, зависящих от ряда контролируемых факторов, возникающих при анализе физических, экономических, медицинских процессов естествознания;

ознакомить с основными принципами проведения статистических экспериментов;

научить решать практические задачи с использованием методов дисперсионного анализа;

дать представление о математических (теоретико-вероятностных) основаниях построения процедур проверки многомерных гипотез и оценивания многомерных характеристик

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.22 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Курс "Дисперсионный анализ" входит в вариативную часть подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика".

Изучению курса предшествует изучение базовых дисциплин "Линейная алгебра", "Математический анализ" и "Теория вероятностей и математическая статистика". В результате освоения предшествующих дисциплин студент должен:

знать:

- основные понятия и методы линейной алгебры (решение систем линейных уравнений, обращение матриц, приведение квадратичных форм к главным осям, формирование базиса линейных пространств);

- основные способы решения оптимизационных задач (метод Лагранжа), основные интегральные соотношения (интегралы Эйлера, Дирихле, Лапласа);

- основные вероятностные законы (нормальный, Фишера, хи-квадрат), метод характеристических функций и дельта-метод отыскания асимптотического распределения;

- принципы формирования статистических гипотез и их основных вероятностных характеристик (ошибки 1-го и 2-го рода, мощность критерия, среднеквадратическая ошибка, распределение статистик, асимптотическое распределение);

уметь:

- производить алгебраические операции над матрицами и векторами;

- решать линейные уравнения в матричной форме;

- решать задачи на экстремум функций многих переменных;

- использовать разложение в ряд Тейлора функцию многих переменных;

- использовать основные алгебраические и тригонометрические тождества для преобразования алгебраических выражений;

- находить распределение статистик и их основные характеристики (среднее значение, ковариация, корреляция);

владеть:

- навыками использования математических справочников и таблиц;

- приемами работы в основных пакетах прикладных программ ("Excel", "Mathematica").

Дисциплина изучается на 4 курсе обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовность к самостоятельной работе
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10 (профессиональные компетенции)	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-11 (профессиональные компетенции)	готовность применять знания и навыки управления информацией
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные вероятностные законы, описывающие поведение случайных векторов (нормальный закон, мультиномиальный закон);
- основные принципы построения моделей регрессионных связей между исследуемыми характеристиками (регрессия с линейной зависимостью от неизвестных параметров);
- основные формы представления многомерных данных и особенности работы с ними;
- методы, применяемые для анализа и обработки многомерных совокупностей (метод наименьших квадратов, критерий Фишера, ранговые критерии, несмещенные оценки параметров модели, таблицы регрессионных моделей);
- основные методы построения оптимальных планов проведения факторных экспериментов (полный факторный план, дробные реплики, блочные схемы, латинские планы, D-, G-, A-, L-, Q-оптимальные планы);
- методы построения оптимальных планов для полиномиальной и тригонометрической регрессий.

2. должен уметь:

- применять методы дисперсионного анализа для обработки реальных числовых данных, учитывая границы применимости математической модели;
- применять специализированные программные продукты для проведения вычислительных процедур дисперсионного анализа;

- реализовывать процедуры дисперсионного анализа в рамках имеющихся средств обработки данных;
- выбирать методику статистического исследования экспериментальных данных.

3. должен владеть:

- методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.
- навыками выбора математических методов обработки экспериментальных данных, адекватных целям исследования;
- навыками реализации математических методов обработки экспериментальных данных в виде прикладных программных продуктов;
- навыками составления отчетов по методикам исследования и их реализации в виде ПО, анализа результатов обработки.

- способность и готовность применять на практике основные методы дисперсионного анализа.

**4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

**4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

**Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Классическая линейная модель регрессии Критерий Фишера	7	1-3	12	0	12	коллоквиум

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Модели дисперсионного анализа	7	4-11	16	0	16	коллоквиум
3.	Тема 3. Дисперсионный анализ многомерных данных	7	12-14	12	0	12	коллоквиум
4.	Тема 4. Оптимизация факторных планов	7	15-18	14	0	14	коллоквиум
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			54	0	54	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### **Тема 1. Классическая линейная модель регрессии Критерий Фишера**

###### **лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Классическая линейная модель регрессии. Оценки метода наименьших квадратов.

###### **лабораторная работа (12 часа(ов)):**

Теорема Гаусса-Маркова. Канонические переменные и распределение оценок. Критерий Фишера.

##### **Тема 2. Модели дисперсионного анализа**

###### **лекционное занятие (16 часа(ов)):**

Модели дисперсионного анализа. Однофакторный дисперсионный анализ. Двухфакторный дисперсионный анализ с равным числом наблюдений в ячейке. Полный многофакторный анализ с взаимодействиями. Формальный дисперсионный анализ.

###### **лабораторная работа (16 часа(ов)):**

Непараметрические критерии однородности. Двухфакторный дисперсионный анализ с одним наблюдением в ячейке. Дисперсионный анализ со случайными факторами. Возможности пакета Statgraphics.

##### **Тема 3. Дисперсионный анализ многомерных данных**

###### **лекционное занятие (12 часа(ов)):**

Дисперсионный анализ многомерных данных. Задача проверки гипотезы о центре нормально распределенных данных. Критерий Фишера.

###### **лабораторная работа (12 часа(ов)):**

Сравнение двух групп по большому числу признаков. Сравнение более двух групп. Статистика Уилкса. Элементы дискриминантного анализа.

##### **Тема 4. Оптимизация факторных планов**

###### **лекционное занятие (14 часа(ов)):**

Оптимизация факторных планов. Полный факторный план. Дробные реплики. Анализ определяющих соотношений. Латинские планы. Блочные схемы. Оптимальные факторные планы. Информационная матрица. Примеры сравнения планов. Критерии оптимальности. Теоремы эквивалентности. Теорема Кифера-Волфовица.

###### **лабораторная работа (14 часа(ов)):**

Примеры применения. Теоремы эквивалентности для L-оптимальных планов D-оптимальные планы для полиномиальной и тригонометрической регрессии. Оптимальные планы первого порядка.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Классическая линейная модель регрессии Критерий Фишера	7	1-3	подготовка к коллоквиуму	24	коллоквиум
2.	Тема 2. Модели дисперсионного анализа	7	4-11	подготовка к коллоквиуму	32	коллоквиум
3.	Тема 3. Дисперсионный анализ многомерных данных	7	12-14	подготовка к коллоквиуму	24	коллоквиум
4.	Тема 4. Оптимизация факторных планов	7	15-18	подготовка к коллоквиуму	28	коллоквиум
	Итого				108	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Часть материала теоретического характера преподается в виде лекций у доски или в виде презентаций на мультимедийном экране. Предполагается использование диалоговой формы ведения занятий с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов.

Некоторые разделы курса студенты изучают самостоятельно по указанным методическим материалам или по Интернет-источникам с последующим докладом в виде презентаций и дискуссией.

При проведении практических занятий, на которых теоретический материал применяется к конкретным данным, используются готовые статистические процедуры стандартных пакетов, а также студентам предлагается разработать самостоятельные вычислительные процедуры. Перед каждым занятием, как лекционной, так и практической направленности проводится экспресс-опрос по пройденному теоретическому материалу.

В целях выработки навыков работы в коллективе и развития коммуникативных способностей, часть вычислительных заданий, а также проработку новейших методов дисперсионного анализа студенты выполняют, разбившись на творческие группы

### 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

#### Тема 1. Классическая линейная модель регрессии Критерий Фишера

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Формализуйте модель линейной регрессии. 2. Дайте определение оценок наименьших квадратов. 3. Сформулируйте теорему Гаусса-Маркова 4. Опишите структуру канонических переменных 5. Сформулируйте теорему о распределении ОНК 6. Опишите критерий Фишера

#### Тема 2. Модели дисперсионного анализа

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Опишите предположения однофакторного (двухфакторного, многофакторного) дисперсионного анализа 2. Как строятся неапраметрические критерии однородности? 3. Таблица двухфакторного дисперсионного анализа с одним (несколькими равными) наблюдением в ячейке 4. Таблица полного многофакторного анализа с взаимодействиями. Обработать реальные данные изученными методами.

### **Тема 3. Дисперсионный анализ многомерных данных**

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Дать формальную структуру многомерной модели дисперсионного анализа. 2. Описать критерий Фишера для задач проверки гипотезы о центре нормально распределенных данных, сравнения двух групп по большому числу признаков, сравнения более двух групп. 3. Статистика Уилкса и ее асимптотическое распределение. 4. Элементарные и неэлементарные дискриминантные признаки. Применение для дискриминации. Провести обработку средствами пакета Excel реальных медицинских данных

### **Тема 4. Оптимизация факторных планов**

коллоквиум , примерные вопросы:

1. Описать полный факторный план и его дробные реплики по заданным параметрам модели и генерирующим соотношениям. 2. Латинские, греко-латинские планы, блочные схемы. 3. Дать определения различным критериям оптимальности. 4. Описать причину, по которой сравнение происходит по информационной матрице. 5. Рандомизированные планы и их дисперсионная матрица. Дисперсия поверхности отклика. 6. Теорема эквивалентности Кифера-Волфовица. 7. Теоремы эквивалентности для L-оптимальных, D-оптимальных и G-оптимальных планов для полиномиальной и тригонометрической регрессии Провести сравнение нескольких планов по различным критериям оптимальности

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

По первым трем разделам дисциплины проводится коллоквиум в виде опроса по пройденному материалу.

Итоговая оценка по дисциплине (из расчета 100 баллов) складывается из текущей работы (50 баллов = 36 баллов за ответы на коллоквиумах + 14 баллов за подготовку доклада по выбранной теме) и ответа на билет (50 баллов).

Билет включает в себя три блока вопросов.

В первом блоке содержится 5 вопросов, для правильного ответа на которые необходимо привести формулировку определений и утверждений из списка определений и основных теорем (30% экзаменационной оценки). Во втором блоке необходимо сформулировать теоретическое утверждение из списка основных теорем и привести подробную схему его доказательства (50% оценки). В третьем блоке решить задачу с применением любых доступных средств обработки статистических данных (20% экзаменационной оценки).

Список вопросов и заданий (вопросы теоретического характера отмечены \*) к экзамену:

1. Формализация модели линейной регрессии.
2. Определение оценок наименьших квадратов.
- 3\*. Вид оценок НК для матрицы плана полного ранга.
- 4\*. Доказать несмещенность ОМНК.
5. Определение параметрической функции, допускающей оценку.
- 6\*. Теорема Гаусса-Маркова.
7. Описать структуру канонических переменных.
- 8.\* Теорема о распределении ОМНК и суммы ошибок.
9. Доверительная область для вектора параметрических функций.
- 10\*. Описать критерий Фишера.
11. Описать модель однофакторного (двухфакторного, многофакторного) дисперсионного анализа.



12. Непараметрические критерии однородности.
13. Таблица двухфакторного дисперсионного анализа с одним наблюдением в ячейке.
14. Таблица двухфакторного дисперсионного анализа с несколькими наблюдением в ячейке.
15. Таблица полного многофакторного анализа с взаимодействиями.
16. Структура многомерной модели дисперсионного анализа.
- 17\*. Критерий Фишера для задач проверки гипотезы о центре нормально распределенных данных, сравнения двух групп по большому числу признаков, сравнения более двух групп.
18. Критерий Фишера для задач сравнения двух групп по большому числу признаков.
19. Критерий Фишера для задач сравнения более двух групп по большому числу признаков.
20. Статистика Уилкса и ее асимптотическое распределение.
- 21\*. Элементарные и неэлементарные дискриминантные признаки. Применение для дискриминации.
22. Описать полный факторный план и его дробные реплики по заданным параметрам модели и генерирующим соотношениям.
23. Латинские, греко-латинские планы, блочные схемы.
24. Дать определения различным критериям оптимальности.
25. Описать причину, по которой сравнение происходит по информационной матрице.
26. Рандомизированные планы и их дисперсионная матрица. Дисперсия поверхности отклика.
  
- 27\*. Теорема эквивалентности Кифера-Волфовица.
28. Теоремы эквивалентности для L-оптимальных, D-оптимальных и G-оптимальных планов для полиномиальной регрессии.
29. Теоремы эквивалентности для L-оптимальных, D-оптимальных и G-оптимальных планов для тригонометрической регрессии.

### 7.1. Основная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3810](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3810)
3. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=3184](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=3184)
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - м.: МЦНМО, 2013. - 408 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>
2. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. - М.: Физматлит, 2011. - 620 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2742/>

3. Стоянов Й. Контрпримеры в теории вероятностей. - М.: МЦНМО, 2014. - 294 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56414/>

4. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2007. - 320 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/70705/>

5. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 472 с.

ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56887/>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

MashineLearning - <http://www.machinelearning.ru/>

StatPlus - [http://www.statplus.net.ua/ru/help/source/a\\_anova\\_single.htm](http://www.statplus.net.ua/ru/help/source/a_anova_single.htm)

StatSoft - электронный учебник по Statistica -

<http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/stanman.html>

Анализ экономических данных с использованием Statistica 6,0 -

[http://cdo.bseu.by/stat1/lab2\\_1.htm](http://cdo.bseu.by/stat1/lab2_1.htm)

Федеральный образовательный портал - <http://ecsocman.hse.ru/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дисперсионный анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Теоретическая часть лекционного материала представляется с помощью презентаций в формате PowerPoint или PDF, для чего используются аудитории учебной доской и мелом или с мультимедийным проектором; численная реализация изучаемых методов осуществляется с помощью пакетов программ "Excel" и "Mathematica" в компьютерных классах с соответствующим про-граммным обеспечением и возможностью выхода в Интернет

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Симушкин С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Володин И.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.