

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

### Программа дисциплины

Статистика случайных процессов Б1.В.ДВ.11

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кареев И.А.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 963415

Казань  
2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , IAKareev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является систематическое изучение основных понятий и методов статистики случайных процессов, которые используются в качестве математических моделей широкого круга явлений в технике, экономике, физике и других разделах естествознания. Особое внимание уделяется процедурам оценивания параметров и прогноза для стационарных и сводящихся к стационарным временных рядов.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.11 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Статистика случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика". Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Статистика случайных процессов" существенно опирается на многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ" и "Теория случайных процессов".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовность к самостоятельной работе
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа; теории случайных процессов.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения;

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики;
- теоретическими знаниями, связанными с классификацией случайных процессов и методами их исследования;
- основными принципами построения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

- понимать основные принципы построения и уточнения стохастических моделей при исследовании широкого круга задач физики, техники и экономики;
- обладать теоретическими знаниями, связанными с методами оценивания параметров, интерполяции, прогнозу и фильтрации случайных процессов;
- ориентироваться в современных математических методах статистики случайных процессов.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования	7	1	0	0	2	реферат

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Оценивание ковариационной функции	7	2	0	0	2	реферат
3.	Тема 3. Статистические свойства периодограммы	7	3	0	0	2	реферат
4.	Тема 4. Дискретное преобразование Фурье	7	4	0	0	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Оценивание спектральной плотности	7	5-7	0	0	6	реферат
6.	Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности	7	8	0	0	2	реферат
7.	Тема 7. Экстраполяция	7	9	0	0	2	реферат
8.	Тема 8. Интерполяция	7	10	0	0	2	реферат
9.	Тема 9. Фильтры	7	11-12	0	0	4	реферат
10.	Тема 10. Линейные модели временных рядов	7	13-15	0	0	6	реферат
11.	Тема 11. Прогнозирование временных рядов	7	16-18	0	0	6	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен
	Итого			0	0	36	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Спектральное представление последовательности второго порядка. Модели авторегрессии и скользящего суммирования. Линейные фильтры. Рациональные спектральные плотности. Представимость последовательности, имеющей спектральную плотность, моделью скользящего суммирования.

##### Тема 2. Оценивание ковариационной функции

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Оценивание ковариационной функции. Необходимое и достаточное условие состоятельности оценки в нормальном случае.

##### Тема 3. Статистические свойства периодограммы

###### *лабораторная работа (2 часа(ов)):*

Оценивание спектральной функции плотности, статистические свойства периодограммы и типы окон.

**Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Дискретное преобразование Фурье. Алгоритмы быстрого преобразования Фурье.

**Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Состоятельные оценки спектральной плотности. Оценивание автокорреляции и взаимной корреляции. Коррелограммный метод оценки спектральной плотности. Периодограммные оценки спектральной плотности.

**Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда. Обновляющие последовательности. Регулярные последовательности и модель скользящего среднего.

**Тема 7. Экстраполяция**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Экстраполяция и примеры экстраполяции для сингулярных и регулярных случайных последовательностей.

**Тема 8. Интерполяция**

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Интерполяция. Теорема Колмогорова. Примеры.

**Тема 9. Фильтры**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Фильтрация по всей наблюдаемой последовательности. Выделение сигнала из смеси с шумом. Общая задача фильтрации. Фильтр Калмана - Бьюси.

**Тема 10. Линейные модели временных рядов**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Линейные модели временных рядов. Процессы авторегрессии. Процессы скользящего среднего. Смешанные процессы. Примеры. Линейные нестационарные модели. Идентификация модели. Оценивание параметров.

**Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Прогнозирование. Вероятностные пределы прогнозов. Практика построения, подгонки модели и прогноза по выборочным данным.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования	7	1	подготовка к реферату	2	реферат
2.	Тема 2. Оценивание ковариационной функции	7	2	подготовка к реферату	2	реферат
3.	Тема 3. Статистические свойства периодограммы	7	3	подготовка к реферату	2	реферат

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Дискретное преобразование Фурье	7	4	подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Оценивание спектральной плотности	7	5-7	подготовка к реферату	6	реферат
6.	Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности	7	8	подготовка к реферату	2	реферат
7.	Тема 7. Экстраполяция	7	9	подготовка к реферату	2	реферат
8.	Тема 8. Интерполяция	7	10	подготовка к реферату	2	реферат
9.	Тема 9. Фильтры	7	11-12	подготовка к реферату	4	реферат
10.	Тема 10. Линейные модели временных рядов	7	13-15	подготовка к реферату	6	реферат
11.	Тема 11. Прогнозирование временных рядов	7	16-18	подготовка к контрольной работе	6	контрольная работа
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций и лабораторные занятия по данной дисциплине проводятся традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к экзамену использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций и практических занятий с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении проверочных работ студентам предлагается ответить на некоторые теоретические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Модели авторегрессии и скользящего суммирования

реферат , примерные темы:



Изложение определения и основных свойств случайных последовательностей авторегрессии и скользящего среднего. Описание линейных фильтров и их связи с последовательностями скользящего среднего.

## **Тема 2. Оценивание ковариационной функции**

реферат , примерные темы:

Изложение описания оценок ковариационной функции, приведение необходимых и достаточных условий её состоятельности для нормального случая.

## **Тема 3. Статистические свойства периодограммы**

реферат , примерные темы:

Изложение понятий периодограммы и окон, различные формы их записи.

## **Тема 4. Дискретное преобразование Фурье**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по прошедшим темам и краткое изложение дискретного преобразования Фурье.

## **Тема 5. Оценивание спектральной плотности**

реферат , примерные темы:

Изложение способа оценивания спектральной функции плотности с помощью периодограммы. Изложение способов оценивания автокорреляции и взаимной корреляции.

## **Тема 6. Регулярные и сингулярные последовательности**

реферат , примерные темы:

Изложение определений регулярной и сингулярной последовательностей, изложение разложения Вольда последовательностей на регулярную и сингулярную компоненты.

## **Тема 7. Экстраполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи экстраполяции и основных результатов, касающихся её оценок. Приведения примера экстраполяции для регулярных и сингулярных последовательностей.

## **Тема 8. Интерполяция**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи интерполяции и теоремы Колмогорова.

## **Тема 9. Фильтры**

реферат , примерные темы:

Изложение определения задачи фильтрации. Изложение решения для частного случая - задачи выделения сигнала из смеси с шумом. Рассмотрение фильтра Калмана-Бьюси.

## **Тема 10. Линейные модели временных рядов**

реферат , примерные темы:

Изложения описания линейных моделей временных рядов, задачи идентификации модели и оценивания параметров.

## **Тема 11. Прогнозирование временных рядов**

контрольная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по пройденным темам и краткое изложение основных результатов, касающихся прогнозирования временных рядов, подгонки модели и прогнозирования по выборочным данным.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

контрольные работы - всего 50 баллов.



Студент допускается к экзамену, если он набрал по текущей работе не менее 28 баллов. Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы и задания к экзамену:

1. Критерии состоятельности оценки ковариационной функции стационарного случайного процесса в гауссовском случае.
2. Статистические свойства периодограммы.
3. Состоятельные оценки спектральной плотности стационарной последовательности.
4. Регулярные и сингулярные последовательности. Разложение Вольда.
5. Стационарные последовательности. Экстраполяция (прогноз).
6. Линейные фильтры. Следствия спектральной теоремы. Спектральные плотности основных моделей.
7. Белый шум. AP-, CC-, APCС-последовательности.
8. Теорема о представлении последовательности, имеющей спектральную плотность, в виде CC-последовательности.
9. Стационарные последовательности. Общая задача фильтрации.
10. Оценивание ковариационной функции стационарного процесса второго порядка. Несмещенность, состоятельность.
11. Построить оптимальную линейную оценку для задачи пропущенного наблюдения в стационарной последовательности.
12. Построить оптимальный линейный прогноз стационарной последовательности при известной спектральной плотности и найти его ошибку.
13. Решить задачу представления в виде AP обратимой последовательности CC.
14. Найти связь между параметрами последовательности CC и значениями её ковариационной функции.
15. Найти связь между параметрами последовательности AP и значениями её ковариационной функции.

### 7.1. Основная литература:

1. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>
2. Бородин А.Н. Случайные процессы. - СПб.: "Лань", 2013. - 640 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/12935/>
3. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. - СПб.: "Лань", 2009. - 336 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/426/>
4. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - М.: МЦНМО, 2013. - 408 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>
5. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. - М.: Физматлит, 2007. - 320 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/48168/>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов: марковские цепи. - М.: МИСиС, 2013. - 70 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/47483/>

2. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М.: МЦНМО, 2010. - 560 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9354/>
3. Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов. - М.: Физматлит, 2010. - 208 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59535/>
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

контрольная работа -

[http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7\\_%D0%B2%D1%80](http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80)

курс лекций - [http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures\\_time\\_series\\_analysis.pdf](http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf)

учебник -

[http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7\\_%D0%B2%D1%80](http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80)

учебное пособие - <http://www.bestreferat.ru/referat-208334.html>

электронный учебник - <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Статистика случайных процессов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

занятия проводятся как в обычной аудитории, так и в компьютерном классе

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.