

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Таюрский Д.А.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Многомерный статистический анализ Б1.В.ДВ.10

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Симушкин С.В.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Симушкин С.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Sergey.Simushkin@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

изучить методы обработки статистических данных, зависящих от ряда контролируемых факторов, возникающих при анализе физических, экономических, медицинских процессов естествознания;

ознакомить с основными принципами проведения статистических экспериментов;

научить решать практические задачи с использованием методов многомерного статистического анализа;

дать представление о математических (теоретико-вероятностных) основаниях построения процедур проверки многомерных гипотез и оценивания многомерных характеристик

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.10 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 3, 4 курсах, 6, 7 семестры.

Курс "Многомерный статистический анализ" входит в вариативную часть подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика".

Изучению курса предшествует изучение базовых дисциплин "Линейная алгебра", "Математический анализ" и "Теория вероятностей и математическая статистика". В результате освоения предшествующих дисциплин студент должен:

знать:

основные понятия и методы линейной алгебры (решение систем линейных уравнений, обращение матриц, приведение квадратичных форм к главным осям, формирование базиса линейных пространств);

основные способы решения оптимизационных задач (метод Лагранжа), основные интегральные соотношения (интегралы Эйлера, Дирихле, Лапласа);

основные вероятностные законы (нормальный, Фишера, хи-квадрат), метод характеристических функций и дельта-метод отыскания асимптотического распределения;

принципы формирования статистических гипотез и их основных вероятностных характеристик (ошибки 1-го и 2-го рода, мощность критерия, среднеквадратическая ошибка, распределение статистик, асимптотическое распределение);

уметь:

производить алгебраические операции над матрицами и векторами;

решать линейные уравнения в матричной форме;

решать задачи на экстремум функций многих переменных;

использовать разложение в ряд Тейлора функцию многих переменных;

использовать основные алгебраические и тригонометрические тождества для преобразования алгебраических выражений;

находить распределение статистик и их основные характеристики (среднее значение, ковариация, корреляция);

владеть:

навыками использования математических справочников и таблиц;

приемами работы в основных пакетах прикладных программ ("Excel", "Mathematica").

Дисциплина читается на 3-4 курсах обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1 (профессиональные компетенции)	готовность к самостоятельной работе
ОПК-2 (профессиональные компетенции)	способность использовать современные математические методы и современные прикладные программные средства и осваивать современные технологии программирования
ПК-10 (профессиональные компетенции)	готовность применять математический аппарат для решения поставленных задач, способностью применить соответствующую процессу математическую модель и проверить ее адекватность, провести анализ результатов моделирования, принять решение на основе полученных результатов
ПК-12 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные вероятностные законы, описывающие поведение случайных векторов (нормальный закон, мультиномиальный закон);

основные принципы построения моделей регрессионных связей между исследуемыми характеристиками (регрессия с линейной зависимостью от неизвестных параметров, полная, частная и множественная корреляция);

основные формы представления многомерных данных и особенности работы с ними; методы, применяемые для анализа и обработки многомерных совокупностей (полный корреляционный анализ, метод главных компонент, факторный анализ);

2. должен уметь:

применять методы многомерного статистического анализа для обработки реальных числовых данных, учитывая границы применимости математической модели;

применять специализированные программные продукты для проведения вычислительных процедур многомерного анализа;

реализовывать процедуры многомерного статистического анализа в рамках имеющихся средств обработки данных;

выбирать методику статистического исследования экспериментальных данных

3. должен владеть:

методами построения математической модели профессиональных задач и содержательной интерпретации полученных результатов.

навыками выбора математических методов обработки экспериментальных данных, адекватных целям исследования;

навыками реализации математических методов обработки экспериментальных данных в виде прикладных программных продуктов;

навыками составления отчетов по методикам исследования и их реализации в виде ПО, анализа результатов обработки

применять на практике основные методы многомерного статистического анализа

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 6 семестре; зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теоретико-вероятностные аспекты многомерного анализа Многомерное нормальное распределение	6	1-9	0	0	18	
2.	Тема 2. Методы сокращения размерности пространства признаков	6	10-18	0	0	18	
3.	Тема 3. Статистические оценки многомерных параметров и их распределения	7	1-10	0	0	20	коллоквиум
4.	Тема 4. Проверка гипотез о параметрах многомерных совокупностей	7	10-18	0	0	16	коллоквиум

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	6		0	0	0	зачет
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	72	

#### 4.2 Содержание дисциплины

##### Тема 1. Теоретико-вероятностные аспекты многомерного анализа Многомерное нормальное распределение

###### *лабораторная работа (18 часа(ов)):*

Линейная регрессия. Множественная корреляция. Частная корреляция. Каноническая корреляция. Эллипсоид рассеяния. Способы задания многомерной нормальной модели -- характеристическая функция, линейные преобразования, квадратичные формы.

##### Тема 2. Методы сокращения размерности пространства признаков

###### *лабораторная работа (18 часа(ов)):*

Метод главных компонент. Понижение размерности. Способы интерпретации. Связь сокращенного вектора главных компонент с матрицей исходных данных. Модель факторного анализа. Фундаментальное уравнение факторного анализа. Методы построения факторной модели -- метод максимального правдоподобия, итерационные методы. Различные способы оценки факторных нагрузок. Проблема вращения, метод варимакса.

##### Тема 3. Статистические оценки многомерных параметров и их распределения

###### *лабораторная работа (20 часа(ов)):*

Оценки по методу моментов многомерных характеристик. Оценки максимального правдоподобия. Дельта-метод при асимптотическом анализе свойств статистических оценок. Асимптотическое распределение основных статистических характеристик -- коэффициенты корреляции, коэффициенты регрессии, поверхность линейной регрессии. Доверительные интервалы.

##### Тема 4. Проверка гипотез о параметрах многомерных совокупностей

###### *лабораторная работа (16 часа(ов)):*

Статистические критерии проверки гипотез о параметрах многомерного нормального распределения, основанные на точном и асимптотическом распределении выборочных статистик. Статистика Стьюдента для коэффициента корреляции. Сравнение векторов средних значений. Критерий Фишера и его асимптотические аналоги. Элементарные и неэлементарные дискриминантные признаки. Отсев наименее значимых признаков.

#### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Статистические оценки многомерных параметров и их распределения	7	1-10	Изучение литературных первоисточников и интернет-ресурсов	36	коллоквиум

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Проверка гипотез о параметрах многомерных совокупностей	7	10-18	Изучение литературных первоисточников и интернет-ресурсов	36	коллоквиум
	Итого				72	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Часть материала теоретического характера преподается в виде лекций у доски или в виде презентаций на мультимедийном экране. Предполагается использование диалоговой формы ведения занятий с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов.

Некоторые разделы курса студенты изучают самостоятельно по указанным методическим материалам или по Интернет-источникам с последующим докладом в виде презентаций и дискуссией.

При проведении практических занятий, на которых теоретический материал применяется к конкретным данным, используются готовые статистические процедуры стандартных пакетов, а также предлагается студентам разработать самостоятельные вычислительные процедуры.

Перед каждым занятием, как лекционной, так и практической направленности проводится экспресс-опрос по пройденному теоретическому материалу.

В целях выработки навыков работы в коллективе и развития коммуникативных способностей, часть вычислительных заданий, а также проработку новейших методов многомерного статистического анализа студенты выполняют, разбившись на творческие группы

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

**Тема 1. Теоретико-вероятностные аспекты многомерного анализа Многомерное нормальное распределение**

**Тема 2. Методы сокращения размерности пространства признаков**

**Тема 3. Статистические оценки многомерных параметров и их распределения**

коллоквиум, примерные вопросы:

Ответить на вопросы теоретического плана: 1. Доверительная полоса Уоркинга-Хотеллинга. 2. Распределение Уишарта и его связь с хи-квадрат распределением. 3. Преобразование Стьюдента для коэффициентов корреляции.

**Тема 4. Проверка гипотез о параметрах многомерных совокупностей**

коллоквиум, примерные вопросы:

Ответить на вопросы теоретического плана: 1. Преобразование Фишера, стабилизирующее дисперсию. 2. Критерий Фишера сравнения двух групп. 3. Асимптотическое распределение выборочного коэффициента регрессии.

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Проводится коллоквиум в виде опроса по пройденному материалу

Итоговая оценка по дисциплине (из расчета 100 баллов) складывается из текущей работы

(50 баллов = 36 баллов за ответы на коллоквиумах + 14 баллов за подготовку доклада по выбранной теме) и ответа на билет во время зачёта (50 баллов).

Билет включает в себя три блока вопросов.

В первом блоке содержится 5 вопросов, для правильного ответа на которые необходимо привести формулировку определений и утверждений из списка определений и основных теорем (30% экзаменационной оценки).

Во втором блоке необходимо сформулировать теоретическое утверждение из списка основных теорем и привести подробную схему его доказательства (50% оценки).

В третьем блоке решить задачу с применением любых доступных средств обработки статистических данных (20% итоговой оценки)

Список вопросов (вопросы теоретического характера отмечены \*)

- 1\*. Определение и формула линейной регрессии.
- 2\*. Определение и свойства матриц ковариации и корреляции.
3. Определение, свойства, формулы для вычисления множественных и частных коэффициентов корреляции.
4. Определение, формула эллипсоида рассеяния.
5. Плотность многомерного нормального закона. Двумерное нормальное распределение. Связь с эллипсом рассеяния.
6. Характеристическая функция нормального закона.
7. Линейные преобразования от нормального вектора.
8. Распределение квадратичной формы от нормального вектора.
9. Определение главных компонент.
- 10\*. Способ вычисления главных компонент.
11. Свойства главных компонент.
12. Способ сокращения пространства признаков.
13. Связь сокращенного вектора главных компонент с матрицей исходных данных.
14. Интерпретация нагрузочных коэффициентов.
15. Модель факторного анализа.
16. Фундаментальное уравнение факторного анализа.
17. Проблема вращения, метод варимакса.
18. Оценки параметров многомерного случайного вектора по методу моментов.
19. Оценки максимального правдоподобия для нормальной модели данных.
20. Асимптотическое распределение парного коэффициента корреляции.
21. Асимптотическое распределение коэффициента парной регрессии.
22. Асимптотическое распределение наилучшего линейного прогноза.
- 23\*. Доверительная полоса Уоркинга-Хотеллинга.
24. Распределение Уишарта и его связь с хи-квадрат распределением.
- 25\*. Преобразование Стюдента для коэффициентов корреляции.
26. Дельта-метод асимптотического анализа
- 27\*. Преобразование Фишера, стабилизирующее дисперсию.
28. Критерий Фишера сравнения двух групп.
29. Асимптотическое распределение выборочного коэффициента регрессии.
30. Определение элементарных и неэлементарных дискриминантных признаков.
31. Критерий выделения наименее значимых признаков.

### 7.1. Основная литература:

1. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: Лань, 2011. - 256с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2026](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2026)
2. Боровков А.А. Математическая статистика.- СПб.: Лань, 2010. - 704 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=381](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=381)
3. Королев В.Ю., Бенинг В.Е., Шоргин С.Я. Математические основы теории риска. - М.: Физматлит, 2011. - 620 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2742/>
4. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - м.: МЦНМО, 2013. - 408 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей.- СПб.: Лань, 2012. - 480 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=318](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=318)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
2. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)
3. Алон Н., Спенсер Дж. Вероятностный метод. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015. - 323 с. - URL: <http://e.lanbook.com/view/book/70705/>
4. Лагутин М.Б. Наглядная математическая статистика. - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2013. - 472 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56887/>
5. Вуколов Э.А. Основы статистического анализа. Практикум по статистическим методам и исследованию операций с использованием пакетов STATISTICA и EXCEL. - М.:ФОРУМ: инфра-м, 2013. - 464 с.  
ЭБС "Знаниум": <http://znanium.com/bookread.php?book=369689>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- StatPlus аналитическая статистика - <http://www.statplus.net.ua/ru/>  
StatSoft электронный учебник по статистике - <http://www.statsoft.ru/home/textbook/>  
Иллюстрированный самоучитель по SPSS - <http://www.learnspss.ru/>  
Профессиональный информационно-аналитический ресурс - <http://www.machinelearning.ru/>  
Федеральный образовательный портал ЭСМ - <http://ecsocman.hse.ru/>

### 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Многомерный статистический анализ" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего профессионального образования (ФГОС ВПО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Аудитория с учебной доской и мелом

Мультимедийные средства

Компьютерный класс

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Симушкин С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.