

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

*подписано электронно-цифровой подписью*

**Программа дисциплины**  
Теория случайных процессов Б1.В.ДВ.9

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Кареев И.А.

**Рецензент(ы):**

Гумеров Р.Н.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 952116

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , IAKareev@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является систематическое изучение основных понятий и методов теории случайных процессов, которые используются в качестве математических моделей широкого круга явлений в технике, экономике, физике и других разделах естествознания. Особое внимание уделяется постановке и методам решения задач для основных классов случайных процессов.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.9 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина "Теория случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки бакалавра по направлению "Прикладная математика" и является разделом В.ДВ.16 ООП.

Логическая и содержательно - методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Теория случайных процессов" существенно использует многие разделы курсов "Теория вероятностей и математическая статистика", "Математический анализ", "Алгебра и геометрия", "Математические основы стохастики", "Функциональный анализ".

Дисциплина "Теория случайных процессов" является основой для специального курса "Статистика случайных процессов".

Дисциплина изучается на 4 курсе обучения.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

| Шифр компетенции                        | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|---|--|
| ПК-1<br>(профессиональные компетенции)  | способностью использовать стандартные пакеты прикладных программ для решения практических задач на ЭВМ, отлаживать, тестировать прикладное программное обеспечение |
| ПК-11<br>(профессиональные компетенции) | готовностью применять знания и навыки управления информацией   |
| ПК-12<br>(профессиональные компетенции) | способностью самостоятельно изучать новые разделы фундаментальных наук   |
| ПК-2<br>(профессиональные компетенции)  | способностью и готовностью настраивать, тестировать и осуществлять проверку вычислительной техники и программных средств   |
| ПК-5<br>(профессиональные компетенции)  | способностью проводить организационно-управленческие расчёты, осуществлять организацию и техническое оснащение рабочих мест  |

| Шифр компетенции                       | Расшифровка приобретаемой компетенции  |
|--|--|
| ПК-9<br>(профессиональные компетенции) | способностью выявить естественнонаучную сущность проблем, возникающих в ходе профессиональной деятельности, готовностью использовать для их решения соответствующий естественнонаучный аппарат |

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения;

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей и математической статистики;
- приемами вычислений интегралов и производных;
- навыками использования математических справочников.

применять на практике основные методы теории случайных процессов

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

| N                                | Раздел Дисциплины/ Модуля  | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля |
|----------------------------------|--|---------|-----------------|--|----------------------|---------------------|------------------------|
|                                  |  |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| N                                | Раздел Дисциплины/ Модуля  | Семестр | Неделя семестра | Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах) |                      |                     | Текущие формы контроля |
|                                  |  |         |                 | Лекции   | Практические занятия | Лабораторные работы |                        |
| 1.                               | Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.                                     | 7       | 1-2             | 0  | 0                    | 4                   | реферат                |
| 2.                               | Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория | 7       | 3-4             | 0  | 0                    | 4                   | реферат                |
| 3.                               | Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры                              | 7       | 4-6             | 0  | 0                    | 5                   | реферат                |
| 4.                               | Тема 4. Процессы с независимыми приращениями   | 7       | 6-8             | 0  | 0                    | 6                   | письменная работа      |
| 5.                               | Тема 5. Марковские процессы  | 7       | 9-12            | 0  | 0                    | 5                   | реферат                |
| 6.                               | Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)   | 7       | 13-15           | 0  | 0                    | 6                   | реферат                |
| 7.                               | Тема 7. Стохастический   | 7       | 16-18           | 0  | 0                    | 6                   | письменная работа      |
| <b>4.2 Содержание дисциплины</b> |  |         |                 |  |                      |                     |                        |
| Тема 1.                          | Основные понятия теории случайных процессов.   |         |                 |  | 0                    | 0                   | зачет                  |

**4.2 Содержание дисциплины**

**Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Обзор методов теории случайных процессов. Важнейшие классы случайных процессов.

**Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория**

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Стационарные случайные процессы. Связи между теорией стационарных случайных процессов и эргодической теорией. Сохраняющие меру преобразования. Динамические системы. Теорема Пуанкаре о возвращении. Эргодичность и перемешивание. Критерии эргодичности. Эргодичность классических теоретикочисловых преобразований. Максимальная эргодическая теорема. Индивидуальная эргодическая теорема Биркгофа-Хинчина. Эргодическая теорема в среднем. Эргодическая теорема для стационарных случайных последовательностей. Эргодичность стационарных последовательностей с исчезающей корреляцией. УЗБЧ Колмогорова.

**Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры**

**лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры. Моменты первого достижения. Закон нуля или единицы Колмогорова.

**Тема 4. Процессы с независимыми приращениями**

**лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Безгранично делимые распределения и процессы с независимыми приращениями. Характеристические функции безгранично делимых распределений и процессов с независимыми приращениями. Траектории стохастически непрерывных однородных процессов с независимыми приращениями. Траектории пуассоновского процесса. Свойства траекторий винеровского процесса. Описание класса однородных процессов с независимыми приращениями. Теорема Колмогорова о существовании непрерывной модификации процесса.

### **Тема 5. Марковские процессы**

#### **лабораторная работа (5 часа(ов)):**

Марковские процессы. Цепи Маркова. Переходные вероятности. Переходные функции. Однородные марковские процессы. Эргодическая теорема для цепей Маркова. Прямая и обратная системы уравнений Колмогорова. Системы массового обслуживания. Формулы Эрланга.

### **Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)**

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Процессы второго порядка. Свойства ковариационных функций. Непрерывность в среднем квадратическом. Эргодическая теорема для процессов второго порядка. Процессы с ортогональными приращениями и их ковариационные функции. Стационарные процессы второго порядка. Непрерывность. Свойства ковариационных функций. Теорема Бохнера. Спектральная теорема. Следствия. Эргодическая теорема для стационарных последовательностей второго порядка.

### **Тема 7. Стохастический интеграл**

#### **лабораторная работа (6 часа(ов)):**

Стохастические интегралы в среднем квадратическом. Стохастические интегралы по процессу с ортогональными приращениями. Стохастический интеграл Ито.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

| N  | Раздел Дисциплины  | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов   | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|--|---------|-----------------|---|------------------------|---------------------------------------|
| 1. | Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.                                     | 7       | 1-2             | изучение дополнительной литературы по темам:<br>определение мартингалов, определение винеровских процес | 4                      | реферат                               |
| 2. | Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория | 7       | 3-4             | изучение дополнительной литературы по темам:<br>перемешивающие преобразования, эргодичность стационарны | 9                      | реферат                               |

| N  | Раздел Дисциплины   | Семестр | Неделя семестра | Виды самостоятельной работы студентов  | Трудоемкость (в часах) | Формы контроля самостоятельной работы |
|----|---|---------|-----------------|--|------------------------|---------------------------------------|
| 3. | Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры | 7       | 4-6             | изучение дополнительной литературы по темам: момент остановки, свойства марковских моментов          | 4                      | реферат                               |
| 4. | Тема 4. Процессы с независимыми приращениями                | 7       | 6-8             | подготовка к письменной работе   | 6                      | письменная работа                     |
| 5. | Тема 5. Марковские процессы                                 | 7       | 9-12            | изучение дополнительной литературы по темам: непрерывные марковские процессы, марковские моменты и м | 5                      | реферат                               |
| 6. | Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)            | 7       | 13-15           | изучение дополнительной литературы по темам: автокорреляционная функция, спектральное представление  | 4                      | реферат                               |
| 7. | Тема 7. Стохастический интеграл                             | 7       | 16-18           | подготовка к письменной работе   | 4                      | письменная работа                     |
|    | Итого   |         |                 |  | 36                     |                                       |

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций и практические занятия по данной дисциплине проводятся традиционным способом.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к зачёту использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения лекций и практики с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении контрольных работ студентам предлагается ответить на некоторые теоретические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.**

реферат , примерные темы:

Изложение важнейших свойств гауссовских случайных процессов, процессов с независимыми приращениями, стационарных процессов (в узком и широком смысле).

### **Тема 2. Стационарные (в узком смысле) случайные последовательности и эргодическая теория**

реферат , примерные темы:

Изложение основных свойств стационарных (в узком смысле) случайных процессов. Выявление их связи с эргодической теоремой. Описание сохраняющих меру преобразований. Изложение эргодической теоремы для стационарных (в узком смысле) процессов.

### **Тема 3. Марковские моменты и связанные с ними сигма-алгебры**

реферат , примерные темы:

Изложение определения и основных свойств марковских моментов и связанных с ними сигма-алгебр. Изложение закона нуля и единицы Колмогорова.

### **Тема 4. Процессы с независимыми приращениями**

письменная работа , примерные вопросы:

Решение теоретических задач по изученным темам и краткое изложение основных свойств процессов с независимыми приращениями.

### **Тема 5. Марковские процессы**

реферат , примерные темы:

Изложение определения и основных свойств марковских процессов. Описание классификации марковских цепей.

### **Тема 6. Стационарные процессы (в широком смысле)**

реферат , примерные темы:

Изложение свойств автокорреляционной функции стационарных в широком смысле процессов, связи между непрерывностью процессов и их автокорреляционных функций. Описание спектрального представления процессов.

### **Тема 7. Стохастический интеграл**

письменная работа , примерные вопросы:

Определение свойств и распределений простейших стохастических интегралов.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Всего по текущей работе студент может набрать 50 баллов, в том числе:

контрольные работы - всего 50 баллов.

Студент допускается к зачёту, если он набрал по текущей работе не менее 28 баллов.

Минимальное количество баллов по каждому из видов текущей работы составляет половину от максимального.

Вопросы и задания к зачёту:

1. Основные классы случайных процессов и их свойства.
2. Марковские моменты и их свойства. Сигма-алгебры, связанные с марковскими моментами.
3. Марковские цепи, основные определения и свойства. Классификация марковских цепей в соответствии с арифметическими свойствами переходных вероятностей.



4. Классификация марковских цепей в соответствии с предельными свойствами переходных вероятностей.
5. Процессы с независимыми приращениями. Связь процессов с независимыми приращениями и безгранично делимых распределений.
6. Определение процессов с непрерывным временем. Примеры процессов с независимыми приращениями и основные свойства.
7. Доказать, что момент  $n$ -го достижения множества есть марковский момент.
8. Произвести классификацию данной марковской цепи, определить все возвратные состояния.
9. Построить прогноз значения марковской цепи на шаг вперед.
10. Свойства гауссовских процессов.
11. Доказать, что нормальное распределение - бесконечно делимо.

### 7.1. Основная литература:

1. Булинский А.В., Ширяев А.Н. Теория случайных процессов. - М.:Физматлит, 2005. - 400 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59319/>
2. Бородин А.Н. Случайные процессы. - СПб.: "Лань", 2013. - 640 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/12935/>
3. Хрущева И.В., Щербаков В.И., Леванова Д.С. Основы математической статистики и теории случайных процессов. - СПб.: "Лань", 2009. - 336 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/426/>
4. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - М.: МЦНМО, 2013. - 408 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>
5. Миллер Б.М., Панков А.Р. Теория случайных процессов в примерах и задачах. - М.: Физматлит, 2007. - 320 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/48168/>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Шихеева В.В. Теория случайных процессов: марковские цепи. - М.: МИСиС, 2013. - 70 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/47483/>
2. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М.: МЦНМО, 2010. - 560 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9354/>
3. Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов. - М.: Физматлит, 2010. - 208 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59535/>
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории марковских процессов.- СПб.: Лань, 2007. - 192 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=590](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=590)
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций.- СПб.: Лань, 2011. - 464с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=656](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=656)

### 7.3. Интернет-ресурсы:

БСЭ о теории случайных процессов -

<http://slovari.yandex.ru/~%D0%BA%D0%BD%D0%B8%D0%B3%D0%B8/%D0%91%D0%A1%D0%AD/>

лекции по теории случайных процессов -

[http://kyrator.com.ua/index.php?option=com\\_content&view=article&id=824:1235&catid=10&Itemid=119](http://kyrator.com.ua/index.php?option=com_content&view=article&id=824:1235&catid=10&Itemid=119)

лекции по теории случайных процессов -

[http://gendocs.ru/v9211/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8\\_-\\_D1%82%D0%B5%](http://gendocs.ru/v9211/%D0%BB%D0%B5%D0%BA%D1%86%D0%B8%D0%B8_-_D1%82%D0%B5%)

материалы по теории случайных процессов -

<http://student48.ru/materials.php?semestr=none&predmet=tsp>

случайные процессы - [http://scask.ru/book\\_brts.php?id=32](http://scask.ru/book_brts.php?id=32)

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория случайных процессов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

занятия проводятся как в обычной аудитории, так и в компьютерном классе, оснащенном пакетом "Математика"

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Кареев И.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Гумеров Р.Н. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.