

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



### Программа дисциплины

#### Теория функций комплексного переменного Б1.Б.6

Направление подготовки: 01.03.04 - Прикладная математика

Профиль подготовки: Математическое моделирование

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Турилова Е.А.

**Рецензент(ы):**

-

#### **СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г

Регистрационный № 995515

Казань

2015

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Турилова Е.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики , Ekaterina.Turilova@kpfu.ru

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Комплексный анализ" являются изучение методов, задач и теорем теории функций комплексного переменного, их применение к решению задач прикладной математики и информатики.

## 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.Б.6 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.03.04 Прикладная математика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина "Комплексный анализ" изучается в весеннем семестре второго года обучения. Данная дисциплина является логическим продолжением ряда курсов, изученных студентами по программе бакалавриата направления "Прикладная математика и информатика", включая "Математический анализ" и "Линейная алгебра".

В результате освоения дисциплины "Комплексный анализ" студенты смогут применить полученные теоретические и практические знания при изучении отдельных курсов, связанных с постановкой и решением математических и прикладных задач, при написании курсовых и дипломной работ и выполнении дальнейших практической и научно-исследовательской работы.

## 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность собирать, обрабатывать и интерпретировать данные современных научных исследований, необходимые для формирования выводов по соответствующим научным, профессиональным, социальным и этическим проблемам
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- теоретические основы функций комплексного переменного;
- основные методы комплексного анализа;

2. должен уметь:

- понимать и применять на практике компьютерные технологии для решения различных задач комплексного анализа;

- применять методы комплексного интегрирования и дифференцирования;

3. должен владеть:

- умениями и навыками решения задач теории функций комплексного переменного;
- умением применять теоретические аспекты теории функций комплексного переменного для решения математических, экономических и других прикладных задач;

- применять полученные знания и навыки в своей профессиональной деятельности

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа и действия над ними	4	1-2	2	0	2	домашнее задание
2.	Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел	4	3-5	2	0	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Элементарные функции и отображения	4	6-7	2	0	2	домашнее задание
4.	Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	4	8-11	4	0	4	контрольная работа домашнее задание
5.	Тема 5. Представление аналитической функции рядами	4	12-15	4	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Особые точки	4	16-18	4	0	4	домашнее задание контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	зачет
	Итого			18	0	18	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Комплексные числа и действия над ними

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Различные подходы к определению комплексных чисел, арифметические операции над комплексными числами

#### лабораторная работа (2 часа(ов)):

алгебраическая форма записи комплексных комплексных чисел, модуль, аргумент, тригонометрическая и показательная формы, арифметические операции над комплексными числами, корень из комплексного числа.

### Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Комплексные последовательности, предел и непрерывность функций на множестве комплексных чисел, два вида дифференцируемости, условия Коши-Римана

#### лабораторная работа (2 часа(ов)):

предел, непрерывность и дифференцируемость функций КП, проверка условий Коши-Римана, восстановление аналитической функции.

### Тема 3. Элементарные функции и отображения

#### лекционное занятие (2 часа(ов)):

Элементарные функции: степенная, корень, показательная, логарифмическая, тригонометрические. Определения и свойства.

#### лабораторная работа (2 часа(ов)):

Вычисление значений элементарных функций, отображения, осуществляемые функциями.

### Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного

#### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Интеграл от функции комплексного переменного: определения, свойства. Теорема Коши для многосвязной и односвязной области. Аналитичность функции  $F(z)$ . Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля, лемма Шварца. Производные высших порядков. Неравенства Коши. Теоремы Мореры и Лиувилля.

#### лабораторная работа (4 часа(ов)):

Интегральное исчисление функций комплексного переменного Вычисление интегралов от функций КП, первообразная, вычисление интегралов с использованием интегральной формулы Коши. Контрольная работа.

### Тема 5. Представление аналитической функции рядами

#### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Представление аналитической функции в круге рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса.  
Теорема единственности аналитической функции. Нули аналитической функции и их  
свойства. Ряд Лорана, область его сходимости. Разложение аналитической в кольце функции в  
ряд Лорана.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Основные разложения. Нахождение  
порядка нулей аналитических функций с помощью разложения в ряд. Разложение функций в  
ряд Лорана.

**Тема 6. Особые точки**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Виды особых точек и их характеристика. Теорема Сохоцкого. Вычеты. Связь вычетов с  
коэффициентами ряда Лорана. Теорема Коши о вычетах и ее приложения.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Особые точки Определение характера особых точек. Вычисление вычетов. Применение  
вычетов к вычислению интегралов: комплексный и действительный случаи. Контрольная  
работа

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Комплексные числа и действия над ними	4	1-2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел	4	3-5	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
3.	Тема 3. Элементарные функции и отображения	4	6-7	подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
4.	Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного	4	8-11	подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	контрольная работа
5.	Тема 5. Представление аналитической функции рядами	4	12-15	подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
6.	Тема 6. Особые точки	4	16-18	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
	Итого				36	

**5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

В соответствии с требованиями ФГОС удельный вес занятий, проводимых в активных и интерактивных формах, составляет не менее 40% аудиторных занятий. Так, в процессе изучения дисциплины "Комплексный Анализ" 100% практических и до 50% лекционных занятий проходят в форме эвристической беседы, призванной не только сформировать у студентов соответствующие знания, умения и навыки, а также привить культуру научной беседы-спорта.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Комплексные числа и действия над ними**

домашнее задание , примерные вопросы:

найти модуль и главное значение аргумента комплексного числа, представить комплексное число в тригонометрической форме, решить уравнение над полем комплексных чисел, возвести комплексное число в степень, найти корень из комплексного числа.

### **Тема 2. Функции на множестве комплексных чисел**

домашнее задание , примерные вопросы:

выделить действительную и мнимую части функции, найти предел функции КП, найти производную в комплексном смысле, проверить на аналитичность, используя условия Коши-Римана, восстановить аналитическую функцию по известной действительной или мнимой части

### **Тема 3. Элементарные функции и отображения**

домашнее задание , примерные вопросы:

вычислить значение показательной, тригонометрических, логарифмической функций в конкретных точках, определить область, в которую данная область с помощью заданного конформного отображения.

### **Тема 4. Интегральное исчисление функций комплексного переменного**

домашнее задание , примерные вопросы:

вычислить интеграл, сведя его к двум криволинейным действительным интегралам, вычислить интеграл, используя понятие первообразной, вычислить интеграл, используя интегральную формулу Коши для самой функции и для производных

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Извлечь корень из комплексного числа, представив его предварительно в тригонометрической форме 2. Вычислить значение заданной тригонометрической функции в конкретной точке 3. Восстановить аналитическую функцию по известной действительной части 4. Вычислить интеграл по определению 5. Вычислить интеграл, используя формулу Коши-Римана

### **Тема 5. Представление аналитической функции рядами**

домашнее задание , примерные вопросы:

разложить аналитическую в кольце функцию в ряд Лорана, разложить функцию в ряд Тейлора

### **Тема 6. Особые точки**

домашнее задание , примерные вопросы:

определить порядок нуля аналитической функции, определить тип особой точки через разложение в ряд, найти вычет

контрольная работа , примерные вопросы:

1. Разложить функцию в ряд Тейлора 2. Разложить функцию в ряд Лорана 3. Определить порядок нуля аналитической функции 4. Определить характер особой точки

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

## Примерные вопросы к зачету

Определение комплексных чисел и действия с ними. Комплексные последовательности. Функции на множестве комплексных чисел. Кривые и области. Два вида дифференцируемости, условия Коши-Римана. Элементарные функции: степенная, корень  $n$ -ой степени, показательная, логарифмическая, тригонометрические. Интеграл от функции комплексного переменного: определения, свойства. Теорема Коши (для односвязной и многосвязной областей). Аналитичность функции  $F(z)$ . Общий вид первообразной. Интегральная формула Коши. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Производные высших порядков. Неравенства Коши. Теорема Лиувилля. Теорема Мореры. Представление аналитической в круге функции рядом Тейлора. Теорема Вейерштрасса. Степенные ряды. Теорема единственности аналитической функции. Нули аналитической функции и их свойства. Область сходимости билогарифмического ряда. Разложение аналитической в кольце функции в ряд Лорана. Виды особых точек и их характеристики. Теорема Сохоцкого. Вычет относительно изолированной особой точки, правила вычисления вычетов, логарифмический вычет, приложение теории вычетов.

### 7.1. Основная литература:

1. Свешников А.Г., Тихонов А.Н. Теория функций комплексной переменной. - М.: Физматлит, 2010. - 336 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/48167/>
2. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. - СПб.: Лань, 2009. - 432с  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=322](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=322)
3. Посицельская Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях. - М.: Физматлит, 2006. - 136с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2283](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2283)
4. Шабунин М.И., Половинкин Е.С., Карлов М.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: Бином, 2012. - 362 с.  
ЭБС "Лань": [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4400](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4400)
5. Турилова Е.А. Элементы теории функций комплексного переменного. - Казань, 2009. URL: [http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_66\\_2009\\_000115.pdf](http://libweb.kpfu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_66_2009_000115.pdf)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Карасев И.П. Теория функций комплексного переменного. - М.: Физматлит, 2008. - 216 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2190/>
2. Волклышский Л.И., Лунц Г.Л., Араманович И.Г. Сборник задач по теории функций комплексного переменного. - М.: Физматлит, 2006. - 312 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2763/>
3. Сидоров Ю.В., Шабунин М.И. Теория функций комплексного переменного. - М.: Бином. Лаборатория знаний, 2013. - 344 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/42610/>
4. Соловьев И.А., Шевелев В.В., Червяков А.В., Репин А.Ю. Практическое руководство к решению задач по высшей математике. Кратные интегралы, теория поля, теория функций комплексного переменного, обыкновенные дифференциальные уравнения. - СПб.: Лань, 2009. - 448 с.  
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/372/>

5. Введение в теорию функций комплексного переменного - примеры и задачи [Текст : электронный ресурс]: (методические указания) / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак.; сост.: С. Н. Киясов, Ю. В. Обносов, Л. Г. Салехов.?Электронные данные (1 файл: 0,41 Мб).?Б.м.: Б.и., Б.г..?Загл. с экрана.?Режим доступа: открытый.

Введение в теорию функций комплексного переменного - примеры и задачи: (методические указания) / Казан. гос. ун-т, Мех.-мат. фак.; сост.: С. Н. Киясов, Ю. В. Обносов, Л. Г. Салехов.?Казань, 2004 .? <URL:<http://libweb.ksu.ru/ebooks/publicat/0-746576.pdf>>.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Википедия - <http://ru.wikipedia.org>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.allmath.com/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.math.ru/>

Портал математических интернет-ресурсов - <http://www.exponenta.ru>

Портал ресурсов по математике, алгоритмике и ИТ - <http://algolist.manual.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория функций комплексного переменного" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Проекционное оборудование, используемое для проведения презентаций.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.03.04 "Прикладная математика" и профилю подготовки Математическое моделирование .

Автор(ы):

Турилова Е.А. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_\_" \_\_\_\_ 201 \_\_\_\_ г.