

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Талорский Д.А.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

## Программа дисциплины

Теория чисел БЗ.В.3

Направление подготовки: 050100.62 - Педагогическое образование

Профиль подготовки: Математика, информатика и информационные технологии

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Игнатъев Ю. Г.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 81721818

Казань  
2018

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Формирование представлений об основах теории целых чисел, теории сравнений и их арифметических приложениях, воспитание алгебраической культуры студента, фундаментальная подготовка в области теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, овладение математическим аппаратом для дальнейшего использования в процессе

будущей педагогической деятельности в качестве учителя математики и информатики.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.В.3 Профессиональный" основной образовательной программы 050100.62 Педагогическое образование и относится к вариативной части. Осваивается на 3 курсе, 5 семестр.

Для её успешного изучения курса 'Теория чисел' необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения дисциплины 'Алгебра'. Изучение данной дисциплины должно предшествовать изучению дисциплин, как 'Элементарная математика' и 'Методика преподавания математики', так как в ней дается теоретическое обоснование вопросов, изучаемых в средней школе, к школьной математике относятся так же признаки делимости и обращение обыкновенных дробей в десятичные.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-12 (профессиональные компетенции)	владеет математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов;
СПК-10 (профессиональные компетенции)	способен понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
СПК-11 (профессиональные компетенции)	владеет современными формализованными математическими, информационно-логическими и логико-семантическими моделями и методами представления, сбора и обработки информации для учебных целей;
СПК-8 (профессиональные компетенции)	владеет основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-9 (профессиональные компетенции)	владеет культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, пользоваться языком математики, выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания;

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные понятия теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, определения и свойства математических объектов в этих областях, формулировки утверждений, методы доказательства основных из них, возможные сферы их приложений в школьной математике.

2. должен уметь:

решать задачи вычислительного и теоретического характера в области теории делимости и теории сравнений в множестве целых чисел, доказывать утверждения в этой области.

3. должен владеть:

математическим аппаратом теории делимости и теории сравнений в кольце целых чисел, методами решения задач и доказательства утверждений в этой области.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания в своей профессиональной деятельности.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 5 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Теория делимости.	5	1-4	4	0	8	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Основные теоретико-числовые функции.	5	5-6	2	0	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения по модулю.	5	7-10	4	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.	5	11-14	4	0	8	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
5.	Тема 5. Первообразные корни и индексы	5	15-18	4	0	8	Контрольная работа Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	5		0	0	0	Экзамен
	Итого			18	0	36	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Теория делимости.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Отношение делимости и его основные свойства. Деление с остатком. Наибольший общий делитель и его свойства. Алгоритм Евклида. Наименьшее общее кратное чисел и его связь с НОД. Взаимно-простые числа. Связь алгоритма Евклида с непрерывными дробями. Решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида. Простые и составные числа. Бесконечность множества простых чисел. Разложение целых чисел на простые множители. Основная теорема арифметики.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

Простые и составные числа. Разложение целых чисел на простые множители. Представление рациональных чисел в виде конечных цепных дробей. Разложение квадратичной иррациональности в бесконечную цепную дробь. Решение диофантовых уравнений с помощью алгоритма Евклида и с помощью цепных дробей.

### Тема 2. Основные теоретико-числовые функции.

#### *лекционное занятие (2 часа(ов)):*

Арифметические (числовые) функции: функция целой части числа, число и сумма натуральных делителей. Функция Эйлера и ее свойства. Мультипликативные функции.

#### *лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Арифметические функции.

### Тема 3. Сравнения по модулю.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Отношение сравнения в кольце целых чисел. Признак сравнимости. Основные свойства отношения сравнения. Классы вычетов. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Связь между отношением сравнения и отношением делимости. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости. Теорема Эйлера и Ферма.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

Сравнения. Свойства сравнений. Классы вычетов. Полная и приведенная системы вычетов по данному модулю и их свойства. Связь между отношением сравнения и отношением делимости. Приложение теории сравнений к выводу признаков делимости. Теорема Эйлера и Ферма.

### Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.

#### *лекционное занятие (4 часа(ов)):*

Сравнения, содержащие неизвестное. Равносильные сравнения. Линейные сравнения. Теоремы о количестве решений линейного сравнения. Различные методы решения линейных сравнений. Система сравнений первой степени. Решение диофантовых уравнений с помощью сравнений.

#### *лабораторная работа (8 часа(ов)):*

Сравнения, содержащие неизвестное. Равносильные сравнения. Линейные сравнения. Теоремы о количестве решений линейного сравнения. Различные методы решения линейных сравнений. Система сравнений первой степени. Решение диофантовых уравнений с помощью сравнений.

### Тема 5. Первообразные корни и индексы

#### лекционное занятие (4 часа(ов)):

Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Первообразные корни по простому модулю и их существование. Индекс числа по простому модулю. Основные свойства индексов. Таблицы индексов и антииндексов. Применение индексов при нахождении порядка числа по простому модулю. Обращение обыкновенной дроби в десятичную. Длина периода и предпериода. Обращение бесконечных десятичных дробей в обыкновенные дроби.

#### лабораторная работа (8 часа(ов)):

Порядок числа и класса вычетов по данному модулю. Первообразные корни по простому модулю. Индекс числа по простому модулю. Основные свойства индексов. Таблицы индексов и антииндексов. Применение индексов при нахождении порядка числа по простому модулю. Обращение обыкновенной дроби в десятичную. Длина периода и предпериода. Обращение бесконечных десятичных дробей в обыкновенные дроби.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Теория делимости.	5	1-4	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Основные теоретико-числовые функции.	5	5-6	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Сравнения по модулю.	5	7-10	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
4.	Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.	5	11-14	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Первообразные корни и индексы	5	15-18	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
Итого					18	

### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Теория делимости.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Выяснить, простыми или составными являются заданные целые числа. Найти их канонические разложения. 2. Найти все простые числа из указанного промежутка чисел. 3. Данное рациональное число записать в виде цепной дроби. Вычислить подходящие дроби и соответствующие им погрешности. 4. Меньший корень квадратного уравнения разложить в периодическую цепную дробь и вычислить с указанной точностью. 5. Найти квадратное уравнение, имеющее одним из своих корней данную периодическую цепную дробь. 6. Решить диофантово уравнение методом цепных дробей с помощью алгоритма Евклида.

### **Тема 2. Основные теоретико-числовые функции.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Выяснить, на какую максимальную степень числа  $m$  делится  $n!$ ? 2. Сколькими нулями оканчивается  $n!$ ? 3. Для числа  $n$  найти количество и сумму натуральных делителей, а также значение функции Эйлера.

### **Тема 3. Сравнения по модулю.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Вычислите число делителей и их сумму для числа 4704. 2. Большой корень квадратного уравнения разложите в цепную дробь. Вычислите приближенное значение этого корня с точностью 0,001. 3. Найдите квадратное уравнение, имеющее одним из своих корней периодическую цепную дробь  $[-4;(2,3)]$ . 4. Найдите две последние цифры числа 844 в степени 297. 5. Решите диофантово уравнение  $153x+297y=9$ . 6. Постройте график функции  $y=[-2x]$ , на промежутке  $[-2;2]$ .

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Найти остаток от деления числа  $a$  на число  $b$ . 2. Найти две последние цифры числа  $a$ .

### **Тема 4. Сравнения с одним неизвестным.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Решить линейное сравнение методом подбора, методом Эйлера и методом преобразования коэффициентов. 2. Решить линейное сравнение с помощью цепных дробей. 3. Решить диофантово уравнение с помощью сравнений и найти все решения, заключенные в указанном прямоугольнике. 4. Решить систему линейных сравнений.

### **Тема 5. Первообразные корни и индексы**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Решите линейное сравнение. 2. Решите систему линейных сравнений. 3. Для данного модуля  $m$ : 1) проверьте, что заданное число является первообразным корнем по модулю  $m$ ; 2) составьте таблицы индексов и антииндексов по модулю  $m$ ; 3) найдите все остальные первообразные корни по модулю  $m$ ; 4) пользуясь составленными таблицами решите заданное сравнение  $n$ -ой степени. 4. Вычислите длину периода и предпериода у представления дроби  $30/143$  в виде десятичной дроби. Запишите эту дробь.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

1. Для данного модуля  $m$ : 1) проверить, что заданное число является первообразным корнем по модулю  $m$ ; 2) составить таблицы индексов и антииндексов по модулю  $m$ ; 3) найти все остальные первообразные корни по модулю  $m$ ; 4) пользуясь составленными таблицами решить сравнение. 2. Вычислить длину периода и предпериода у представления указанной обыкновенной дроби в виде десятичной дроби. Записать эту дробь.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

1. Простые и составные числа. Свойства простых чисел.

2. Бесконечность множества простых чисел.
3. Теорема о наименьшем простом делителе составного числа.
4. Разложение составных чисел на простые множители. Основная теорема арифметики.
5. Следствие из основной теоремы арифметики. Каноническое представление делителей данного числа.
6. Следствие из основной теоремы арифметики. Каноническое представление наибольшего общего делителя данных чисел.
7. Следствие из основной теоремы арифметики. Каноническое представление наименьшего общего кратного данных чисел.
8. Арифметические функции. Функция целой части и ее свойства.
9. Арифметические функции. Количество натуральных делителей данного числа.
10. Арифметические функции. Сумма натуральных делителей данного числа.
11. Конечные цепные дроби.
12. Подходящие дроби и их свойства.
13. Отношение сравнения в кольце целых чисел и его простейшие свойства.
14. Признаки делимости (на 3, 9; на 2, 5, 10; на 4, 8; на 7, 11, 13).
15. Классы вычетов. Свойства полной системы вычетов.
16. Приведенная система вычетов и ее свойства.
17. Функция Эйлера и ее простейшие свойства.
18. Свойство мультипликативности функции Эйлера.
19. Теорема Эйлера.
20. Теорема Ферма.
21. Сравнения первой степени. Теорема о единственности решения линейного сравнения.
22. Сравнения первой степени. Теорема о существовании множества решений линейного сравнения.
23. Различные методы решения линейных сравнений.
24. Линейные уравнения с двумя неизвестными. Решение линейных уравнений методом сравнений.
25. Линейные уравнения с двумя неизвестными. Решение линейных уравнений с помощью наибольшего общего делителя.
26. Система из двух линейных сравнений.
27. Китайская теорема об остатках.
28. Порядок числа по данному модулю и его свойства.
29. Первообразные корни по простому модулю.
30. Представление несократимой дроби в виде конечной десятичной дроби.
31. Представление несократимой дроби в виде чисто периодической и смешанной периодической десятичной дроби.

### 7.1. Основная литература:

1. Курош, А.Г. Курс высшей алгебры. [Электронный ресурс] : учеб. - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2013. - 432 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/30198>
2. Виноградов, И.М. Основы теории чисел. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2009. 176 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/46>

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Сизый, С.В. Лекции по теории чисел. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - М. : Физматлит, 2008. - 192 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/2319>



2. Василенко, О.Н. Теоретико-числовые алгоритмы в криптографии [Электронный ресурс] : монография - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2006. - 336 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/9303>
3. Бухштаб, А.А. Теория чисел. [Электронный ресурс] : учеб. пособие - Электрон. дан. - СПб. : Лань, 2015. - 384 с. - Режим доступа: <http://e.lanbook.com/book/65053>

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

Алфрутова, Н.Б. Алгебра и теория чисел. Сборник задач для математических школ. - <https://e.lanbook.com/book/9279#authors>

Онлайн помощник в изучении математики - <http://umath.ru/>

Решение задач по высшей математике - <http://math24.ru/index.html>

Решение задач по теории чисел. - [http://ru.onlinesechool.com/math/assistance/number\\_theory/](http://ru.onlinesechool.com/math/assistance/number_theory/)

Справочник математических формул - <http://www.pm298.ru/reshenie/analitpl.php>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Теория чисел" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

На кафедре высшей математики и математического моделирования имеется собственный кафедральный фонд книг (свыше 700 книг).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 050100.62 "Педагогическое образование" и профилю подготовки Математика, информатика и информационные технологии .

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.