

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ  
Проректор по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Д.А. Гаурский

\_\_\_\_\_» \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
**Дискретная математика Б1.В.ОД.5**

Направление подготовки: 44.03.05 - Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)

Профиль подготовки: Математика и иностранный язык (английский)

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Киндер М.И.

**Рецензент(ы):**

Сушков С.В.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Агафонов А. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от "\_\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 817218719

Казань  
2019

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Киндер М.И. кафедра высшей математики и математического моделирования отделение педагогического образования ,  
mkinder@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Дискретная математика является основным математическим аппаратом информатики и вычислительной техники. Знание основ теории множеств, алгебры, математической логики и теории графов необходимо для формализации и компьютеризации различных прикладных задач, а также для усвоения и разработки современных информационных технологий. Задача курса - познакомить будущих учителей с фундаментальными понятиями дискретной математики: соответствиями, рекуррентными соотношениями, элементами комбинаторики, алгебры логики, а также центральными понятиями и методами теории графов, представлением и анализом свойств различных классов графов (деревьев, планарных, двудольных графов).

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел "Б1.В.ОД.5 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 44.03.05 Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки) и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 2 курсе, 4 семестр.

Дисциплина 'Дискретная математика' относится к вариативной части профессионального цикла математических и естественнонаучных дисциплин. Освоение дисциплины 'Дискретная математика' опирается на знания, умения, навыки, полученные и сформированные в курсах алгебры и теории чисел, геометрии и математического анализа, и является необходимой основой для последующего изучения дисциплин вариативной части профессионального цикла, прохождения педагогической практики.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-01 (профессиональные компетенции)	Владение основными положениями классических разделов математической науки, базовыми идеями и методами математики, системой основных математических структур и аксиоматическим методом;
СПК-02 (профессиональные компетенции)	Владение культурой математического мышления, логической и алгоритмической культурой, способность понимать общую структуру математического знания, взаимосвязь между различными математическими дисциплинами, реализовывать основные методы математических рассуждений на основе общих методов научного исследования и опыта решения учебных и научных проблем, способность пользоваться языком математики, корректно выражать и аргументировано обосновывать имеющиеся знания;
СПК-03 (профессиональные компетенции)	Способность понимать универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности, роль и место математики в системе наук, значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике, общекультурное значение математики;

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
СПК-04 (профессиональные компетенции)	Владение математикой как универсальным языком науки, средством моделирования явлений и процессов, способность пользоваться построением математических моделей для решения практических проблем, понимать критерии качества математических исследований, принципы экспериментальной и эмпирической проверки научных теорий;
СПК-05 (профессиональные компетенции)	Владение методами математического и алгоритмического моделирования при анализе задач прикладного характера.
СПК-08 (профессиональные компетенции)	Знание и умение применять научный понятийный математический аппарат;
СПК-09 (профессиональные компетенции)	Владение математическим языком и математической терминологией;
СПК-10 (профессиональные компетенции)	Знание и умение применять универсальные математические методы;
СПК-11 (профессиональные компетенции)	Умением логически организовывать математический материал;
СПК-12 (профессиональные компетенции)	Умение исследовать класс моделей, к которому принадлежит полученная модель конкретной ситуации.

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные правила комбинаторики - правила суммы и произведения, принцип включения и исключения, формулы для вычисления числа размещений и сочетаний;
- производящие функции;
- методы суммирования,
- методы решения рекуррентных соотношений;
- основные определения теории графов: понятие степени вершины, матрицы смежности и инцидентности, связности в графах;
- теорему Эйлера об обходе графа, понятия эйлерова и гамильтонова графа;
- свойства деревьев; понятие остовного графа;
- понятия плоского и планарного графа;
- теорему Эйлера о многогранниках;
- понятие двудольного графа, теоремы Кёнига и Холла.

2. должен уметь:

- реализовывать классические арифметические, теоретико-числовые и комбинаторные алгоритмы при решении практических задач;
- оценивать эффективность и сложность алгоритмов символьных преобразований;

3. должен владеть:

- классическими арифметическими, теоретико-числовыми и комбинаторными алгоритмами;
- основными приемами комбинаторного анализа;
- навыками построения дискретных моделей при решении профессиональных задач.

4. должен демонстрировать способность и готовность:

применять полученные знания для исследования и решения задач в учебно-практической деятельности учителя математики.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Введение. Рекуррентные соотношения. Задача о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости.	4	1	2	0	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Задача Фибоначчи. Формула Бине-Муавра. Числа Фибоначчи и их свойства. Однородные линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение. Случай простых корней.	4	2	2	0	2	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Неоднородные уравнения.	4	3	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Конечные суммы. Рекурсивное вычисление сумм. Степенные суммы натуральных чисел. Методы суммирования.	4	4	2	0	2	Письменное домашнее задание
5.	Тема 5. Производящие функции и формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Действия над формальными рядами.	4	5	2	0	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Производящая функция для последовательности чисел Фибоначчи. Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.	4	6	2	0	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Числа Каталана. Производящая функция и общая формула для чисел Каталана. Вывод простых рекуррентных соотношений для подсчета чисел Каталана.	4	7	2	0	2	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Рекуррентная формула Эйлера.	4	8	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
9.	Тема 9. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.	4	9	2	0	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Разбиения чисел. Шары и перегородки. Число сочетаний с повторениями специального типа.	4	10	2	0	2	Письменное домашнее задание
11.	Тема 11. Биномиальные тождества. Тождество Коши. Комбинаторные и биномиальные доказательства тождеств. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.	4	11	2	0	2	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Числа Стирлинга первого и второго рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга.	4	12	2	0	2	Контрольная работа Письменное домашнее задание
13.	Тема 13. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфизм графов.	4	13	2	0	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Степень вершины и лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.	4	14	2	0	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
15.	Тема 15. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.	4	15	2	0	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Двудольные графы. Теорема Кенига. Волновой процесс. Обход графа в ширину и в глубину.	4	16	2	0	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Деревья и леса. Различные характеристики дерева. Каркас дерева. Центр дерева.	4	17	2	0	2	Письменное домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	4		0	0	0	Экзамен
	Итого			34	0	34	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Введение. Рекуррентные соотношения. Задача о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Понятие о рекуррентных соотношениях. Решение задачи о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости. Решение простейших рекуррентных соотношений методом математической индукции.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Метод математической индукции. Решение простейших рекуррентных соотношений. Задача о разбиении плоскости прямыми, окружностями. Задача о подсчете неограниченных и ограниченных частей разбиения.

**Тема 2. Задача Фибоначчи. Формула Бине-Муавра. Числа Фибоначчи и их свойства. Однородные линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение. Случай простых корней.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение задачи Фибоначчи. Вывод формулы Бине. Решение линейных однородных рекуррентных уравнений второго порядка. Характеристическое уравнение. Определитель Вандермонда. Решение рекуррентных уравнений порядка  $n$ .

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение линейных однородных рекуррентных уравнений. Характеристическое уравнение с простыми корнями.

**Тема 3. Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Неоднородные уравнения.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Решение линейных однородных рекуррентных уравнений. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Общая формула решения рекуррентного уравнения порядка  $n$ .

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение линейных однородных рекуррентных уравнений. Характеристическое уравнение с кратными корнями.

#### **Тема 4. Конечные суммы. Рекурсивное вычисление сумм. Степенные суммы натуральных чисел. Методы суммирования.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Различные методы суммирования. Рекурсия и ее применение для подсчета степенных сумм натуральных чисел.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Решение задач на подсчет различных конечных сумм.

#### **Тема 5. Производящие функции и формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Действия над формальными рядами.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Производящие функции. Формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Разложение в ряд Тейлора элементарных функций и его связь с производящими функциями.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Решение задач на вычисление элементарных производящих функций.

#### **Тема 6. Производящая функция для последовательности чисел Фибоначчи. Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Производящая функция последовательности чисел Фибоначчи. Функциональное уравнение для производящей функции. Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью дробно-рациональных производящих функций.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью аппарата производящих функций.

#### **Тема 7. Числа Каталана. Производящая функция и общая формула для чисел Каталана. Вывод простых рекуррентных соотношений для подсчета чисел Каталана.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Числа Каталана и их различные интерпретации. Производящая функция последовательности чисел Каталана. Вывод общей формулы для чисел Каталана.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Числа Каталана. Решение рекуррентных уравнений для последовательностей типа Каталана.

#### **Тема 8. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Рекуррентная формула Эйлера.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Основные понятия комбинаторики. Правила суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Асимптотическая формула. Рекурсивное доказательство формулы Эйлера. Беспорядки на множествах с заданным числом совпадений.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Решение задач на метод включения и исключения. Вывод формулы для функции Эйлера подсчета числа взаимно простых чисел, не превосходящих числа  $n$ .

#### **Тема 9. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями. Примеры. Простейшие свойства.

##### ***лабораторная работа (2 часа(ов)):***

Решение задач на основные комбинаторные конфигурации.

#### **Тема 10. Разбиения чисел. Шары и перегородки. Число сочетаний с повторениями специального типа.**

##### ***лекционное занятие (2 часа(ов)):***

Разбиение натуральных чисел в сумму  $k$  положительных слагаемых. Разбиение натуральных чисел в сумму  $k$  неотрицательных слагаемых. Идея шаров и перегородок. Сочетания с повторениями.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на разбиение натуральных чисел. Сочетания с повторениями.

**Тема 11. Биномиальные тождества. Тождество Коши. Комбинаторные и биномиальные доказательства тождеств. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Бином Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов. Биномиальные тождества. Тождество Коши. Комбинаторные и биномиальные доказательства тождеств. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на свойства биномиальных коэффициентов. Доказательство биномиальных тождеств различными методами.

**Тема 12. Числа Стирлинга первого и второго рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Числа Стирлинга первого и второго рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга. Тождества для чисел Стирлинга. Связь с числами Эйлера.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на числа Стирлинга первого и второго рода. Числа Эйлера. Комбинаторная интерпретация чисел Эйлера, их связь с числами Стирлинга.

**Тема 13. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфизм графов.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Вершина, ребра. Степень вершины. Различные способы задания графа. Матрица графа. Изоморфизм графов.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение несложных задач на свойства графов. Введение графов в решение. Задачи на различные способы задания графа. Матрица графа. Доказательство изоморфизма некоторых графов.

**Тема 14. Степень вершины и лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Применение леммы о рукопожатиях в задачах теории графов. Решение задач на применение достаточных условий связности графов.

**Тема 15. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на применение критерия эйлеровости графа. Уникурсальные кривые. Задачи на применение теоремы Дирака.

**Тема 16. Двудольные графы. Теорема Кенига. Волновой процесс. Обход графа в ширину и в глубину.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Двудольные графы. Теорема Кенига. Волновой процесс. Обход графа в ширину и в глубину.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на двудольные графы.

**Тема 17. Деревья и леса. Различные характеристики дерева. Каркас дерева. Центр дерева.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Деревья и леса. Различные характеристики дерева. Каркас (остов) дерева. Центр дерева. Минимальное остовное дерево.

**лабораторная работа (2 часа(ов)):**

Решение задач на применение критерия дерева. Поиск минимального остовного дерева с помощью алгоритма Прима или Краскала.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Введение. Рекуррентные соотношения. Задача о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости.	4	1	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
2.	Тема 2. Задача Фибоначчи. Формула Бине-Муавра. Числа Фибоначчи и их свойства. Однородные линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение. Случай простых корней.	4	2	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
3.	Тема 3. Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Неоднородные уравнения.	4	3	подготовка домашнего задания	4	Письменное домашнее задание
4.	Тема 4. Конечные суммы. Рекурсивное вычисление сумм. Степенные суммы натуральных чисел. Методы суммирования.	4	4	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Производящие функции и формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Действия над формальными рядами.	4	5	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
6.	Тема 6. Производящая функция для последовательности чисел Фибоначчи. Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.	4	6	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
7.	Тема 7. Числа Каталана. Производящая функция и общая формула для чисел Каталана. Вывод простых рекуррентных соотношений для подсчета чисел Каталана.	4	7	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
8.	Тема 8. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Рекуррентная формула Эйлера.	4	8	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
9.	Тема 9. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.	4	9	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
10.	Тема 10. Разбиения чисел. Шары и перегородки. Число сочетаний с повторениями специального типа.	4	10	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
11.	Тема 11. Биномиальные тождества. Тождество Коши. Комбинаторные и биномиальные доказательства тождеств. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.	4	11	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
12.	Тема 12. Числа Стирлинга первого и второго рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга.	4	12	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
				подготовка к контрольной работе	2	Контрольная работа
13.	Тема 13. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфизм графов.	4	13	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
14.	Тема 14. Степень вершины и лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.	4	14	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
15.	Тема 15. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.	4	15	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
16.	Тема 16. Двудольные графы. Теорема Кенига. Волновой процесс. Обход графа в ширину и в глубину.	4	16	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
17.	Тема 17. Деревья и леса. Различные характеристики дерева. Каркас дерева. Центр дерева.	4	17	подготовка домашнего задания	2	Письменное домашнее задание
	Итого				40	

## **5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения**

Традиционные лекционные и лабораторные занятия, интерактивные формы обучения с помощью компьютерной системы Maple, в форме эвристической беседы и дискуссии, технологии модульного обучения, проектная деятельность.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Введение. Рекуррентные соотношения. Задача о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Введение. Метода математической индукции. Понятие рекуррентного соотношения. Задача о ханойских башнях и ее разновидности. Задача о разрезании плоскости прямыми и окружностями. Задачи на подсчет количества ограниченных и неограниченных частей разбиения.

### **Тема 2. Задача Фибоначчи. Формула Бине-Муавра. Числа Фибоначчи и их свойства. Однородные линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение. Случай простых корней.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Задача Фибоначчи. Числа Фибоначчи и их свойства. Доказательство тождеств для чисел Фибоначчи. Однородные линейные рекуррентные соотношения второго порядка. Характеристическое уравнение. Случай простых корней.

### **Тема 3. Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Неоднородные уравнения.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Общая формула решения. Решение неоднородных уравнений.

### **Тема 4. Конечные суммы. Рекурсивное вычисление сумм. Степенные суммы натуральных чисел. Методы суммирования.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Линейные рекуррентные соотношения. Характеристическое уравнение с кратными корнями. Неоднородные уравнения.

### **Тема 5. Производящие функции и формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Действия над формальными рядами.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Производящие функции и формальные степенные ряды. Примеры элементарных производящих функций. Разложение в ряд Тейлора. Действия над формальными рядами.

### **Тема 6. Производящая функция для последовательности чисел Фибоначчи. Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение линейных рекуррентных уравнений с помощью производящих функций.

### **Тема 7. Числа Каталана. Производящая функция и общая формула для чисел Каталана. Вывод простых рекуррентных соотношений для подсчета чисел Каталана.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Свойства чисел Каталана. Доказательство тождеств для чисел Каталана. Различные геометрические и комбинаторные интерпретации чисел Каталана.

### **Тема 8. Комбинаторика. Правила суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Задача о беспорядках. Рекуррентная формула Эйлера.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на применение правил суммы и произведения. Принцип включения и исключения. Решение задач с помощью принципа включения и исключения.

### **Тема 9. Основные комбинаторные конфигурации: размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на размещения, перестановки, перестановки с повторениями, сочетания, сочетания с повторениями.

### **Тема 10. Разбиения чисел. Шары и перегородки. Число сочетаний с повторениями специального типа.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на разбиения натуральных чисел. Шары и перегородки.

### **Тема 11. Биномиальные тождества. Тождество Коши. Комбинаторные и биномиальные доказательства тождеств. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Биномиальные тождества. Доказательство комбинаторных тождеств методами математического анализа.

### **Тема 12. Числа Стирлинга первого и второго рода. Комбинаторная интерпретация чисел Стирлинга.**

Контрольная работа , примерные вопросы:

1. Линейные рекуррентные соотношения. 2. Свойства чисел Каталана. 3. Решение задач на разбиения натуральных чисел. 4. Биномиальные тождества.

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Числа Стирлинга первого и второго рода.

### **Тема 13. Элементы теории графов. Основные понятия теории графов. Способы задания графа. Изоморфизм графов.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Основные понятия теории графов. Способы задания графа.

### **Тема 14. Степень вершины и лемма о рукопожатиях. Обходы, пути и маршруты. Цикл, простая цепь. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Лемма о рукопожатиях. Циклы. Связные графы, связные компоненты. Достаточные условия связности графа.

### **Тема 15. Эйлеровы графы. Критерий эйлеровости графа. Гамильтоновы графы. Теорема Дирака.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Эйлеровы и гамильтоновы графы.

### **Тема 16. Двудольные графы. Теорема Кенига. Волновой процесс. Обход графа в ширину и в глубину.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на двудольные графы.

### **Тема 17. Деревья и леса. Различные характеристики дерева. Каркас дерева. Центр дерева.**

Письменное домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач на свойства графа-дерева.

### **Итоговая форма контроля**

экзамен (в 4 семестре)

Примерные вопросы к экзамену:

## РЕКУРРЕНТНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

1. Задача "о ханойских башнях". Однородные линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
2. Задача "о разрезании пиццы". Однородные линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
3. Задача Фибоначчи. (Задача "о кроликах"). Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
4. Задача Трибоначчи. (Задача "о лестнице"). Линейные рекуррентные соотношения с постоянными коэффициентами.
5. Однородные линейные рекуррентные соотношения 2-го порядка. Различные корни характеристического уравнения.
6. Однородные линейные рекуррентные соотношения 2-го порядка. Совпадающие корни характеристического уравнения.
7. Однородные линейные рекуррентные соотношения высокого порядка. Различные корни характеристического уравнения.
8. Однородные линейные рекуррентные соотношения высокого порядка. Совпадающие корни характеристического уравнения.
9. Задача о замощении полосы.
10. Вычисление степенных сумм. Рекуррентное соотношение для вычисления степенных сумм.

## ПРОИЗВОДЯЩИЕ ФУНКЦИИ И КОМБИНАТОРИКА

11. Числа Каталана. Правильные скобочные структуры.
12. Числа Каталана. Задача Эйлера о разрезании многоугольника на треугольники. Рекуррентная формула Эйлера.
13. Числа Каталана. Пути Дика.
14. Формальные степенные ряды. Действия над формальными рядами. Примеры.
15. Элементарные производящие функции.
16. Производящая функция последовательности Фибоначчи.
17. Производящая функция последовательности Каталана.
18. Формула включений и исключений (с доказательством). Примеры.
19. Формула включений и исключений. Задача "о беспорядках". Асимптотическая формула для подсчета числа беспорядков.
20. Разбиения чисел на натуральные и неотрицательные целые слагаемые.
21. Совершенные разбиения чисел.
22. Формула бинома Ньютона и следствия из нее.
23. Биномиальные тождества.

## ТЕОРИЯ ГРАФОВ

24. Основные понятия теории графов. Лемма "о рукопожатиях".
25. Полные графы. Число ребер полного графа.
26. Путь в графе. Связные графы. Оценка снизу числа ребер в связном графе.
27. Связные графы. Достаточные условия связности графа.
28. Деревья. Свойства деревьев. Концевая вершина.
29. Критерии графа-дерева.

### 7.1. Основная литература:

1. Ландо, С.К. Введение в дискретную математику [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.К. Ландо. - Электрон. дан. - Москва : МЦНМО, 2012. - 264 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/56405>.

2. Микони, С.В. Дискретная математика для бакалавра: множества, отношения, функции, графы [Электронный ресурс] : учебное пособие / С.В. Микони. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4316>.

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Мальцев, И.А. Дискретная математика [Электронный ресурс] / И.А. Мальцев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 304 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/638>.

2. Шевелев, Ю.П. Сборник задач по дискретной математике (для практических занятий в группах) [Электронный ресурс] : учебное пособие / Ю.П. Шевелев, Л.А. Писаренко, М.Ю. Шевелев. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 528 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/5251>.

3. Бабичева, И.В. Дискретная математика. Контролирующие материалы к тестированию [Электронный ресурс] : учебное пособие / И.В. Бабичева. - Электрон. дан. - Санкт-Петербург : Лань, 2013. - 160 с. - Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/30193>.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

WolframMathWorld - <http://mathworld.wolfram.com/>

Алгоритмы и методы - <http://algotlist.manual.ru/>

Алексеев В.Е., Таланов В.А. Графы и алгоритмы. (Электронная книга.) - <http://www.intuit.ru/department/algorithms/gaa/>

Костюкова Н.И. Графы и их применение. (Электронная книга.) - <http://www.intuit.ru/department/algorithms/graphsuse/>

Физико-Математическая библиотека EqWorld - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru/library/mathematics.htm>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретная математика" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 44.03.05 "Педагогическое образование (с двумя профилями подготовки)" и профилю подготовки Математика и иностранный язык (английский) .

Автор(ы):

Киндер М.И. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Сушков С.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.