

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Таюрский Д.А.



20__ г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дополнительные главы теории случайных процессов Б1.В.ОД.7

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Кареев И.А.

Рецензент(ы):

Володин И.Н.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No ____ от " ____ " _____ 201__ г

Регистрационный No 911016

Казань
2016

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) ассистент, к.н. Кареев И.А. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики, IAKareev@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью курса является обзорное изучение основных понятий и методов теории случайных процессов с последующим углублённым изучением специфических разделов, требующих сложного математического аппарата. Рассматриваемые математические модели и методы находят свои применения как в широком круге естественнонаучных задачах, так и при решении ряда практических проблем финансовых рынков, экономики, радиоэлектроники и т.п. Особое внимание уделяется постановке и методам решения задач для основных классов случайных процессов.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ОД.7 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.02 Прикладная математика и информатика и относится к обязательным дисциплинам. Осваивается на 1 курсе, 2 семестр.

Дисциплина "Дополнительные главы теории случайных процессов" входит в базовую часть математического и естественнонаучного цикла подготовки по направлению "Прикладная математика и информатика" и является разделом В.ОД.7 ООП.

Логическая и содержательно-методическая взаимосвязь с другими дисциплинами и частями ООП выражается в следующем.

Курс "Дополнительные главы теории случайных процессов" существенно использует многие разделы курсов "Прикладной функциональный анализ", имеет тесную взаимосвязь с курсом "Современные технологии в математике и статистике".

Изучение дисциплины "Дополнительные главы теории случайных процессов" необходимо для успешного освоения курса "Рынок денег и капиталов. Стохастические методы теоретического менеджмента", при выполнении научно-исследовательской работы.

Дисциплина изучается на 1-ом курсе.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-2 (общекультурные компетенции)	готовность действовать в нестандартных ситуациях, нести социальную и этическую ответственность за принятые решения
ОК-3 (общекультурные компетенции)	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-11 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий и развития корпоративных баз знаний
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать корпоративные стандарты и профили функциональной стандартизации приложений, систем, информационной инфраструктуры
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность к преподаванию математических дисциплин и информатики в образовательных организациях основного общего, среднего общего, среднего профессионального и высшего образования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия и методы элементарной математики, математического анализа; теории вероятностей и математической статистики, алгебры и геометрии; математических основ стохастики; функционального анализа.

2. должен уметь:

- вычислять вероятности элементарных событий;
- вычислять условные вероятности;
- находить основные характеристики случайных величин;
- использовать основные алгебраические тождества для преобразования алгебраических выражений;
- решать линейные и квадратичные уравнения и неравенства;
- находить интегралы и производные;
- доказывать математические утверждения.

3. должен владеть:

- методами теории вероятностей, математической статистики, функционального анализа и теории меры;
- приемами вычисления интегралов и производных;
- навыками использования математических справочников.

- изучать сложный математический материал;
- проводить самостоятельную исследовательскую работу;
- применять на практике основные методы теории случайных процессов.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

- 86 баллов и более - "отлично" (отл.);
 71-85 баллов - "хорошо" (хор.);
 55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);
 54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.	2	1-3	0	0	5	реферат
2.	Тема 2. Стохастическое интегрирование	2	2-5	0	0	6	реферат
3.	Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения	2	5-8	0	0	7	реферат
4.	Тема 4. Функционалы от броуновского движения	2	8-11	0	0	7	коллоквиум
5.	Тема 5. Диффузионные процессы	2	11-14	0	0	6	реферат
6.	Тема 6. Диффузии со скачками	2	14-17	0	0	7	реферат
7.	Тема 7. Принцип инвариантности для случайных блужданий	2	17-18	0	0	4	коллоквиум
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	42	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

лабораторная работа (5 часа(ов)):

Случайные величины. Случайные процессы. Критерий непрерывности. Моменты остановки. Гауссовские процессы. Стационарные случайные процессы. Процесс броуновского движения.

Тема 2. Стохастическое интегрирование

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Стохастическое интегрирование по броуновскому движению. Стохастические интегралы с переменным верхним пределом. Расширение класса интегрируемых функций. Формула Ито.

Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Стохастические дифференциальные уравнения. Методы решения стохастических дифференциальных уравнений. Зависимость решений стохастических дифференциальных уравнений от начальных данных. Вероятностное решение задачи Коши.

Тема 4. Функционалы от броуновского движения

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Распределения интегральных функционалов от броуновского движения. Совместное распределение интегрального функционала, инфимума и супремума броуновского движения. Распределения функционалов от броуновского движения с линейным сносом.

Тема 5. Диффузионные процессы

лабораторная работа (6 часа(ов)):

Диффузионные процессы. Обратное и прямое уравнения Колмогорова. Диффузионные процессы как решения стохастических уравнений. Распределения интегральных функционалов от диффузий и их инфимума и супремума.

Тема 6. Диффузии со скачками

лабораторная работа (7 часа(ов)):

Диффузии со скачками. Примеры диффузий со скачками. Распределения интегральных функционалов и функционалов инфимума и супремума. Случайная замена времени.

Тема 7. Принцип инвариантности для случайных блужданий

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Постановка задач. Схема вложения Скорохода. Принцип инвариантности для случайных блужданий. Оценки для вероятностей максимумов сумм случайных величин.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.	2	1-3	подготовка реферата по темам: мартингалы, марковские случайные процессы, процессы с независимыми при	16	реферат
2.	Тема 2. Стохастическое интегрирование	2	2-5	подготовка реферата по темам: виды стохастических интегралов, интеграл Ито, стохастическая мера.	14	реферат
3.	Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения	2	5-8	подготовка реферата по темам: обыкновенные дифференциальные уравнения, вероятностный подход; задача	13	реферат

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Функционалы от броуновского движения	2	8-11	подготовка к коллоквиуму по темам: распределения интегральных функционалов от броуновского движения,	13	коллоквиум
5.	Тема 5. Диффузионные процессы	2	11-14	подготовка реферата по темам: распределения функционалов от мостов диффузий; полугруппа операторов,	14	реферат
6.	Тема 6. Диффузии со скачками	2	14-17	подготовка реферата по темам: преобразование меры, переходная плотность броуновского движения со ска	13	реферат
7.	Тема 7. Принцип инвариантности для случайных блужданий	2	17-18	подготовка к коллоквиуму по темам: оценки для вероятностей максимумов сумм случайных величин, вспомо	19	коллоквиум
	Итого				102	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Чтение лекций по данной дисциплине проводится традиционным способом. Курс также включает в себя практический материал и задания на компьютерную симуляцию.

Студентам предоставляется возможность для самоподготовки и подготовки к теоретической части зачёта использовать электронный вариант конспекта лекций, подготовленный преподавателем в соответствии с планом лекций.

При работе используется диалоговая форма ведения занятий с постановкой и решением проблемных задач, обсуждением дискуссионных моментов и т.д.

При проведении коллоквиумов студентам предлагается ответить на некоторые теоретические и практические вопросы по курсу лекций и решить задачи, содержащие элементы научных исследований, которые могут потребовать углубленной самостоятельной проработки теоретического материала.

При организации внеаудиторной самостоятельной работы по данной дисциплине преподавателю рекомендуется использовать следующие ее формы:

- решение студентом самостоятельных задач обычной сложности, направленных на закрепление знаний и умений;
- выполнение индивидуальных заданий повышенной сложности, направленных на развитие у студентов научного мышления и инициативы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Основные понятия теории случайных процессов.

реферат , примерные темы:

реферат должен охватить следующие темы: мартингалы, марковские случайные процессы, процессы с независимыми приращениями.

Тема 2. Стохастическое интегрирование

реферат , примерные темы:

реферат должен охватить следующие темы: виды стохастических интегралов, интеграл Ито, стохастическая мера.

Тема 3. Стохастические дифференциальные уравнения

реферат , примерные темы:

реферат должен охватить следующие темы: обыкновенные дифференциальные уравнения, вероятностный подход; задача Коши, существование решения.

Тема 4. Функционалы от броуновского движения

коллоквиум , примерные вопросы:

коллоквиум включает в себя теоретические вопросы и практические задания по темам: распределения интегральных функционалов от броуновского движения, совместное распределение интегрального функционала, инфимума и супремума броуновского движения.

Тема 5. Диффузионные процессы

реферат , примерные темы:

реферат должен охватить следующие темы: распределения функционалов от мостов диффузий; полугруппа операторов, отвечающая диффузионному процессу.

Тема 6. Диффузии со скачками

реферат , примерные темы:

реферат должен охватить следующие темы: преобразование меры, переходная плотность броуновского движения со скачками, примеры для момента выхода из интервала.

Тема 7. Принцип инвариантности для случайных блужданий

коллоквиум , примерные вопросы:

коллоквиум включает в себя теоретические вопросы и практические задания по темам: оценки для вероятностей максимумов сумм случайных величин, вспомогательные результаты теории инвариантности для случайных блужданий.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы на зачёт:

1. Определение понятия случайной функции. Условия регулярности, критерии непрерывности. Сепарабельная модификация процесса.
2. Марковские моменты и моменты остановки, их физический смысл. Свойства марковских моментов.

3. Определение и свойства процессов с независимыми приращениями. Определение и свойства винеровских и гауссовских процессов, процессов броуновского движения.
4. Стационарные в узком и широком смыслах процессы. Их основные свойства.
5. Определение стохастических интегралов типа Римана и Римана-Стилтьеса. Их основные свойства и критерии существования.
6. Интеграл Ито и его основные свойства. Формула Ито.
7. Определение понятия сильного решения стохастического дифференциального уравнения. Теорема существования и единственности решения стохастического дифференциального уравнения.
8. Описание вероятностного представления задачи Коши. Теоремы существования и единственности решений вероятностных задач Коши.
9. Постановка задачи нахождения распределения интегральных функционалов от броуновского движения, применение преобразования Лапласа к её решению. Распределение времени, проведённого броуновским движением в заданном интервале.
10. Совместное распределение инфимума и супремума броуновского движения. Распределение функционалов от броуновского движения. Функция Грина.
11. Диффузионные процессы и их основные свойства. Обратное и прямое уравнения Колмогорова.
12. Диффузионные процессы как решения стохастических уравнений. Марковские решения дифференциальных уравнений.
13. Диффузии со скачками. Сложный процесс Пуассона. Скачкообразное броуновское движение с линейным сносом.
14. Распределения интегральных функционалов и функционалов инфимума и супремума. Случайная замена времени.
15. Принцип инвариантности для случайных блужданий. Локальное время случайного блуждания. Схема вложения Скорохода. Определения принципа инвариантности.
16. Принцип инвариантности для случайных блужданий. Оценки для вероятностей максимумов сумм случайных величин.

7.1. Основная литература:

1. Бородин А.Н. Случайные процессы. - СПб.: "Лань", 2013. - 640 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/12935/>
2. Плотников А.Н. Элементарная теория анализа и статистическое моделирование временных рядов. - СПб.: "Лань", 2015. - 224 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/65051/>
3. Бородин А.Н. Элементарный курс теории вероятностей и математической статистики. - СПб.: "Лань", 2011. - 256 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/2026/>
4. Свешников А.А. Прикладные методы теории случайных функций. - СПб.: "Лань", 2011. - 464 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/656/>
5. Свешников А.А. Прикладные методы теории вероятностей. - СПб.: "Лань", 2011. - 480 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/3184/>

7.2. Дополнительная литература:

1. Коралов Л.Б., Синай Я.Г. Теория вероятностей и случайные процессы. - м.: МЦНМО, 2013. - 408 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/56404/>

2. Кельберт М.Я., Сухов Ю.М. Вероятность и статистика в примерах и задачах. Т.2: Марковские цепи как отправная точка теории случайных процессов и их приложения. - М.: МЦНМО, 2010. - 560 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/9354/>
3. Соколов Г.А. Теория случайных процессов для экономистов. - М.: Физматлит, 2010. - 208 с.
ЭБС "Лань": <http://e.lanbook.com/view/book/59535/>

7.3. Интернет-ресурсы:

контрольная работа -

http://www.coolreferat.com/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80

курс лекций - http://chaos.phys.msu.ru/loskutov/PDF/Lectures_time_series_analysis.pdf

учебник -

http://baguzin.ru/wp/wp-content/uploads/2013/09/%D0%90%D0%BD%D0%B0%D0%BB%D0%B8%D0%B7_%D0%B2%D1%80

учебное пособие - <http://www.bestreferat.ru/referat-208334.html>

электронный учебник - <http://www.statsoft.ru/home/textbook/modules/sttimser.html>

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы теории случайных процессов" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Мультимедийная аудитория, вместимостью более 60 человек. Мультимедийная аудитория состоит из интегрированных инженерных систем с единой системой управления, оснащенная современными средствами воспроизведения и визуализации любой видео и аудио информации, получения и передачи электронных документов. Типовая комплектация мультимедийной аудитории состоит из: мультимедийного проектора, автоматизированного проекционного экрана, акустической системы, а также интерактивной трибуны преподавателя, включающей тач-скрин монитор с диагональю не менее 22 дюймов, персональный компьютер (с техническими характеристиками не ниже Intel Core i3-2100, DDR3 4096Mb, 500Gb), конференц-микрофон, беспроводной микрофон, блок управления оборудованием, интерфейсы подключения: USB, audio, HDMI. Интерактивная трибуна преподавателя является ключевым элементом управления, объединяющим все устройства в единую систему, и служит полноценным рабочим местом преподавателя. Преподаватель имеет возможность легко управлять всей системой, не отходя от трибуны, что позволяет проводить лекции, практические занятия, презентации, вебинары, конференции и другие виды аудиторной нагрузки обучающихся в удобной и доступной для них форме с применением современных интерактивных средств обучения, в том числе с использованием в процессе обучения всех корпоративных ресурсов. Мультимедийная аудитория также оснащена широкополосным доступом в сеть интернет. Компьютерное оборудование имеет соответствующее лицензионное программное обеспечение.

Компьютерный класс, представляющий собой рабочее место преподавателя и не менее 15 рабочих мест студентов, включающих компьютерный стол, стул, персональный компьютер, лицензионное программное обеспечение. Каждый компьютер имеет широкополосный доступ в сеть Интернет. Все компьютеры подключены к корпоративной компьютерной сети КФУ и находятся в едином домене.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань", доступ к которой предоставлен студентам. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Занятия проводятся как в обычной аудитории, так и в компьютерном классе

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Методы прикладной математической статистики .

Автор(ы):

Кареев И.А. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Володин И.Н. _____

"__" _____ 201__ г.