

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Непрерывные математические модели Б1.В.ДВ.1

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Методы прикладной математической статистики

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Лапин А.В.

**Рецензент(ы):**

Даутов Р.З.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Турилова Е. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2016

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Лапин А.В. кафедра математической статистики отделение прикладной математики и информатики ,  
Alexandr.Lapin@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

Рассматриваются современные численные методы решения основных задач линейной алгебры с разреженными матрицами большой размерности, а также методы решения краевых задач для стационарных и нестационарных многомерных дифференциальных уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.1 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

"Непрерывные математические модели" входит в состав общенаучных дисциплин, раздел М1.В.2. Читается на 1 курсе в 1 семестре.

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность к абстрактному мышлению, анализу, синтезу
ОК-3 (общекультурные компетенции)	готовность к саморазвитию, самореализации, использованию творческого потенциала
ОПК-3 (профессиональные компетенции)	способность самостоятельно приобретать с помощью информационных технологий и использовать в практической деятельности новые знания и умения, в том числе, в новых областях знаний, непосредственно не связанных со сферой деятельности, расширять и углублять своё научное мировоззрение
ОПК-4 (профессиональные компетенции)	способность использовать и применять углубленные знания в области прикладной математики и информатики
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность проводить научные исследования и получать новые научные и прикладные результаты самостоятельно и в составе научного коллектива
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать концептуальные и теоретические модели решаемых научных проблем и задач
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способность управлять проектами, планировать научно-исследовательскую деятельность, анализировать риски, управлять командой проекта
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность организовывать процессы корпоративного обучения на основе технологий и развития корпоративных баз знаний

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать и оптимизировать бизнес-планы научно-прикладных проектов

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- итерационные методы решения систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

2. должен уметь:

- программно реализовывать основные алгоритмы для систем нелинейных уравнений и задач оптимизации большой размерности.

3. должен владеть:

- базовыми знаниями в области аппроксимации непрерывных моделей дискретными.

- понимать круг прикладных задач, математическими моделями которых выступают уравнения в частных производных и задачи оптимизации.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Методы математического моделирования.	1		3	0	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных	1		3	0	0	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Задачи оптимального управления	1		3	0	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.	1		3	0	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач	1		3	0	0	домашнее задание
6.	Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений	1		3	0	0	домашнее задание
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств	1		3	0	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Обсуждение вопросов эффективности реализуемости методов	1		3	0	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Итерационные методы	1		4	0	0	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			28	0	0	

## 4.2 Содержание дисциплины

### Тема 1. Методы математического моделирования.

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Методы математического моделирования. Примеры линейных краевых задач для уравнений в частных производных, моделирующих процессы механики и физики.

### Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных, в том числе, задач с ограничениями, математическими моделями которых являются задачи на минимум функционалов энергии или вариационные неравенства.

### Тема 3. Задачи оптимального управления

#### *лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Задачи оптимального управления правой частью и граничными условиями линейных эллиптических уравнений. Задачи с ограничениями на управление и состояние системы.

#### **Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей. Методы конечных разностей, конечных элементов и конечных объемов для линейных эллиптических задач. Основные свойства матриц дискретных моделей.

#### **Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач, вариационных неравенств, задач оптимального управления. Основные свойства матриц и конечномерных операторов. Теоремы существования решений

#### **Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений с большими разреженными матрицами. Итерационные методы решения больших систем нелинейных уравнений -- метод Ньютона, его обобщения и модификации.

#### **Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: итерационные методы для задач с положительно определенными матрицами

#### **Тема 8. Обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств: обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов, контроля точности вычислений и критериев окончания вычислительного процесса.

#### **Тема 9. Итерационные методы**

**лекционное занятие (4 часа(ов)):**

Итерационные методы для задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств большой размерности: с седловыми матрицами.

### **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Методы математического моделирования.	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
2.	Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
3.	Тема 3. Задачи оптимального управления	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
4.	Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
5.	Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
6.	Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
7.	Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
8.	Тема 8. Обсуждение вопросов эффективности реализуемости методов	1		подготовка домашнего задания	7	домашнее задание
9.	Тема 9. Итерационные методы	1		подготовка домашнего задания	6	домашнее задание
	Итого				62	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Непрерывные математические модели" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

### **Тема 1. Методы математического моделирования.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Обсуждение. Моделирование одномерных стационарных задач математической физики.

### **Тема 2. Примеры нелинейных краевых задач для уравнений в частных производных**

домашнее задание , примерные вопросы:

Простейшие вариационные неравенства как примеры нелинейных задач (задач со свободными границами) механики и физики.

### **Тема 3. Задачи оптимального управления**

домашнее задание , примерные вопросы:

Постановки задач оптимального управления системами, описываемыми уравнениями в частных производных.

### **Тема 4. Дискретные модели, построенные на основе конечномерных аппроксимаций непрерывных моделей.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Введение в методы конечных разностей и конечных элементов.

### **Тема 5. Сеточные аппроксимации нелинейных краевых задач**

домашнее задание , примерные вопросы:

Аппроксимация эллиптических вариационных неравенств.

### **Тема 6. Краткий обзор методов решения систем линейных алгебраических уравнений**

домашнее задание , примерные вопросы:

Прямые и одношаговые итерационные методы решения систем сеточных уравнений.

### **Тема 7. Решение задач оптимизации и конечномерных вариационных неравенств**

домашнее задание , примерные вопросы:

Методы верхней релаксации и Удзавы для вариационных неравенств и задач оптимизации.

### **Тема 8. Обсуждение вопросов эффективной реализуемости методов**

домашнее задание , примерные вопросы:

Проектирование на конечномерные замкнутые множества. Решение систем уравнений с разреженными матрицами.

### **Тема 9. Итерационные методы**

домашнее задание , примерные вопросы:

Обзор итерационных методов для решения сеточных вариационных неравенств.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Примерные вопросы экзаменационных билетов (ссылки на пункты из электронного курса лекций):

1. Теорема об эквивалентности задачи минимизации, вариационного неравенства и включения (Теорема 4.1).



2. Теорема существования решения у вариационного неравенства с положительно определенной матрицей (Теорема 4.2).
3. Задача о препятствии; ее аппроксимация по методу конечных элементов; алгебраическая формулировка, запись в виде включения (Пункт 5.1, пример 1; Пункт 5.2.1).
4. Методы релаксации для вариационного неравенства с положительно определенной матрицей (Пункт 6.2).
5. Конечно-разностная аппроксимация одномерной задачи с ограничением на производную от решения (Пункт 7.2.1).
6. Эквивалентные формулировки седловой задачи (7.11) (Пункт 7.3, стр. 70-72).
7. Комбинированный метод блочной релаксации-Удзавы (Пункт 8.2).

### 7.1. Основная литература:

1. Лекции по численным методам математической физики: Учебное пособие / М.В. Абакумов, А.В. Гулин; МГУ им. М.В. Ломоносова - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2013. - 158 с.: 60x88 1/16. - (Высшее образование: Бакалавриат). (обложка) ISBN 978-5-16-006108-5, 500 экз.  
[www.znanium.com](http://znanium.com) <http://znanium.com/go.php?id=364601>
2. Бахвалов Н.С., Жидков Н.П., Кобельков Г.М. Численные методы. - М.:Бином. Лаборатория знаний, 2012. - 636 с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=4397](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=4397)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Численные методы и программирование: Учебное пособие / В.Д. Колдаев; Под ред. Л.Г. Гагариной. - М.: ИД ФОРУМ: НИЦ Инфра-М, 2013. - 336 с.: ил.; 60x90 1/16. - (Профессиональное образование). (переплет) ISBN 978-5-8199-0333-9 (<http://znanium.com/catalog.php?bookinfo=370603>)
2. Балдин, К. В. Математические методы и модели в экономике [Электронный ресурс] : учебник / К. В. Балдин, В. Н. Башлыков, А. В. Рукосуев; под общ. ред. К. В. Балдина. - М.: ФЛИНТА : НОУ ВПО "МПСи", 2012. - 328 с.  
<http://znanium.com/bookread.php?book=454661>
3. Дуреева, Н. С. Роль моделей в теории познания [Электронный ресурс]: Учеб. пособие / Н. С. Дуреева, Р. Н. Галиахметов. - Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2011. - 192 с. - Режим доступа: <http://www.znanium.com/bookread.php?book=443234>

### 7.3. Интернет-ресурсы:

- Википедия - <http://ru.wikipedia.org>  
Интернет-портал образовательных ресурсов по ИТ - <http://www.intuit.ru>  
Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.math.ru>  
Интернет-портал ресурсов по математическим наукам - <http://www.allmath.com/>  
Электронная библиотека по техническим наукам - <http://techlibrary.ru>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Непрерывные математические модели" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Методы прикладной математической статистики .

Автор(ы):

Лапин А.В. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Даутов Р.З. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.