

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

\_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Вычислительные методы механики деформируемого твердого тела М2.ДВ.3

Направление подготовки: 010800.68 - Механика и математическое моделирование

Профиль подготовки: Механика жидкости, газа и плазмы

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Султанов Л.У.

**Рецензент(ы):**

-

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой:

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Султанов Л.У. Кафедра теоретической механики отделение механики , Lenar.Sultanov@kpfu.ru

### **1. Цели освоения дисциплины**

Целями освоения дисциплины (модуля) "Вычислительные методы в нелинейной механики" являются освоение курса, посвященного построению определяющих соотношений, которые используются в численных алгоритмах соответствующих информационных систем. Рассматривается класс гиперупругих материалов. Строятся общие и частные выражения тензоров напряжений Коши-Эйлера и Пиолы-Кирхгофа в виде производных от упругого потенциала по мерам деформации Коши-Грина и Фингера. Кратко описываются несжимаемые материалы. Много внимания уделяется упругопластическим материалам. В рамках теории течения даются сведения о построении определяющих соотношений в скоростях напряжений и деформаций. Приводятся основы мультипликативного разложения градиента деформаций на упругую и пластическую составляющие. Заключительная часть посвящена материалам, обладающим упругими и вязкими свойствами, свойствами ползучести и пластичности. Строятся новые модели для различных сред в условиях больших деформаций. изучаются методы последовательного нагружения и пошагового интегрирования по времени, используемые в настоящее время в современных информационных системах для решения существенно нелинейных задач. Рассматриваются три группы методов: первый основан на уравнении виртуальных перемещений в отсчетной конфигурации (глобальная Лагранжевая постановка), второй предполагает использование того же вариационного принципа, но определенного в текущей конфигурации (модернизированная Лагранжевая постановка), третий основан на уравнении виртуальных мощностей в актуальной конфигурации.

### **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010800.68 Механика и математическое моделирование и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1, 2 семестры.

Целями освоения дисциплины (модуля) "Вычислительные методы в нелинейной механики" являются освоение курса, посвященного построению определяющих соотношений, которые используются в численных алгоритмах соответствующих информационных систем. Рассматривается класс гиперупругих материалов. Строятся общие и частные выражения тензоров напряжений Коши-Эйлера и Пиолы-Кирхгофа в виде производных от упругого потенциала по мерам деформации Коши-Грина и Фингера. Кратко описываются несжимаемые материалы. Много внимания уделяется упругопластическим материалам. В рамках теории течения даются сведения о построении определяющих соотношений в скоростях напряжений и деформаций. Приводятся основы мультипликативного разложения градиента деформаций на упругую и пластическую составляющие. Заключительная часть посвящена материалам, обладающим упругими и вязкими свойствами, свойствами ползучести и пластичности. Строятся новые модели для различных сред в условиях больших деформаций. изучаются методы последовательного нагружения и пошагового интегрирования по времени, используемые в настоящее время в современных информационных системах для решения существенно нелинейных задач. Рассматриваются три группы методов: первый основан на уравнении виртуальных перемещений в отсчетной конфигурации (глобальная Лагранжевая постановка), второй предполагает использование того же вариационного принципа, но определенного в текущей конфигурации (модернизированная Лагранжевая постановка), третий основан на уравнении виртуальных мощностей в актуальной конфигурации.

### **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

знать физические основы построения определяющих соотношений;

2. должен уметь:

уметь составлять определяющие соотношения для гиперупругих, несжимаемых и упругопластических сред;

уметь составлять дискретные модели на основе основных численных методов.

3. должен владеть:

ориентироваться в проблемах обобщения физических моделей на случай конечных деформаций.

понимать основные способы получения разрешающих уравнений;

#### **4. Структура и содержание дисциплины/ модуля**

Общая трудоемкость дисциплины составляет зачетных(ые) единиц(ы) 144 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре; зачет во 2 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### **4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю**

##### **Тематический план дисциплины/модуля**

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Нелинейная упругость. Определение нелинейной упругости и гиперупругости, потенциал упругой деформации. Выражение тензоров напряжений Коши-Эйлера и Пиолы-Кирхгофа, производные потенциала по мерам деформации Коши-Грина и Фингера. Изотропные материалы, общий вид определяющих соотношений, стандартный материал первого и второго порядков, материал Джона, материал Блейцо и Ко, тело Сетха, малосжимаемые эластомеры и др. Несжимаемые материалы, условие несжимаемости, обобщенный потенциал упругой деформации, гидростатическое давление, обобщенное уравнение виртуальных перемещений. Примеры несжимаемых материалов: Трилора, Муни, Клоснера-Сегала, Бидермана и др. Определяющие соотношения.	3	1-4	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Упругопластическое деформирование. Теория пластического течения, поверхность пластичности, условие пластического деформирования, аддитивное представление скоростей деформации, ассоциированный закон пластического течения. Идеально пластическая среда, алгоритмы решения: ?нос напряжений на поверхность текучести?, метод Ньютона, учет геометрической нелинейности, шаговое нагружение, соотношения Прандля-Рейсса. Пластическая среда с подкреплением, параметры упрочнения, касательная жесткость, метод дополнительных напряжений, метод Ньютона и его модификации, учет больших деформаций. Мультипликативное разложение деформаций, обоснование, определяющие соотношения для скоростей деформаций и напряжений.	3	5-6	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
3.	Тема 3. Метод последовательных нагружений в отсчетной конфигурации. Глобальная Лагранжевая постановка задачи. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений для задач статики и динамики. Алгоритм расчета. Упругопластический материал при малых и конечных деформациях (деформационная теория и теория пластического течения). Построение линеаризованных физических соотношений. Гиперупругий материал. Итерационное уточнение на шаге нагружения.	3	7-11	0	0	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Метод последовательных нагружений в текущей конфигурации. Модернизированная Лагранжевая постановка задачи. Вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений в актуальной конфигурации. Модернизированный тензор напряжений Кирхгофа. Упругопластический материал при малых деформациях, при конечных поворотах, при конечных деформациях с мультипликативным разложением. Алгоритм расчета.	3	12-16	0	0	0	
5.	Тема 5. Пошаговое интегрирование уравнений движения в актуальной конфигурации. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных скоростей. Статические нагрузки (пошаговое нагружение). Метод проецирования напряжений на поверхность текучести. Алгоритм расчета. Динамические задачи. Явная схема интегрирования по времени. Метод дробных шагов. Упругопластический материал.	3	17-18	0	0	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Тема . Итоговая форма контроля	2		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Нелинейная упругость. Определение нелинейной упругости и гиперупругости, потенциал упругой деформации. Выражение тензоров напряжений Коши-Эйлера и Пиолы-Кирхгофа, производные потенциала по мерам деформации Коши-Грина и Фингера. Изотропные материалы, общий вид определяющих соотношений, стандартный материал первого и второго порядков, материал Джона, материал Блейца и Ко, тело Сетха, малосжимаемые эластомеры и др. Несжимаемые материалы, условие несжимаемости, обобщенный потенциал упругой деформации, гидростатической давление, обобщенное уравнение виртуальных перемещений. Примеры несжимаемых материалов: Трилора, Муни, Клоснера-Сегала, Бидермана и др. Определяющие соотношения.**

**Тема 2. Упругопластическое деформирование. Теория пластического течения, поверхность пластичности, условие пластического деформирования, аддитивное представление скоростей деформации, ассоциированный закон пластического течения. Идеально пластическая среда, алгоритмы решения: ?снос напряжений на поверхность текучести?, метод Ньютона, учет геометрической нелинейности, шаговое нагружение, соотношения Прандля-Рейсса. Пластическая среда с подкреплением, параметры упрочнения, касательная жесткость, метод дополнительных напряжений, метод Ньютона и его модификации, учет больших деформаций. Мультипликативное разложение деформаций, обоснование, определяющие соотношения для скоростей деформаций и напряжений.**

**Тема 3. Метод последовательных нагружений в отсчетной конфигурации. Глобальная Лагранжевая постановка задачи. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений для задач статики и динамики. Алгоритм расчета. Упругопластический материал при малых и конечных деформациях (деформационная теория и теория пластического течения). Построение линеаризованных физических соотношений. Гиперупругий материал. Итерационное уточнение на шаге нагружения.**

**Тема 4. Метод последовательных нагружений в текущей конфигурации. Модернизированная Лагранжевая постановка задачи. Вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений в актуальной конфигурации. Модернизированный тензор напряжений Кирхгофа. Упругопластический материал при малых деформациях, при конечных поворотах, при конечных деформациях с мультипликативным разложением. Алгоритм расчета.**

**Тема 5. Пошаговое интегрирование уравнений движения в актуальной конфигурации. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных скоростей. Статические нагрузки (пошаговое нагружение). Метод проецирования напряжений на поверхность текучести. Алгоритм расчета. Динамические задачи. Явная схема интегрирования по времени. Метод дробных шагов. Упругопластический материал.**

#### 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Курсы лекций и семинарских занятий, организованные по стандартной технологии.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Нелинейная упругость. Определение нелинейной упругости и гиперупругости, потенциал упругой деформации. Выражение тензоров напряжений Коши-Эйлера и Пиолы-Кирхгофа, производные потенциала по мерам деформации Коши-Грина и Фингера. Изотропные материалы, общий вид определяющих соотношений, стандартный материал первого и второго порядков, материал Джона, материал Блейцо и Ко, тело Сетха, малосжимаемые эластомеры и др. Несжимаемые материалы, условие несжимаемости, обобщенный потенциал упругой деформации, гидростатической давление, обобщенное уравнение виртуальных перемещений. Примеры несжимаемых материалов: Трилора, Муни, Клоснера-Сегала, Бидермана и др. Определяющие соотношения.**

**Тема 2. Уругопластическое деформирование. Теория пластического течения, поверхность пластичности, условие пластического деформирования, аддитивное представление скоростей деформации, ассоциированный закон пластического течения. Идеально пластическая среда, алгоритмы решения: ?снос напряжений на поверхность текучести?, метод Ньютона, учет геометрической нелинейности, шаговое нагружение, соотношения Прандля-Рейсса. Пластическая среда с подкреплением, параметры упрочнения, касательная жесткость, метод дополнительных напряжений, метод Ньютона и его модификации, учет больших деформаций. Мультипликативное разложение деформаций, обоснование, определяющие соотношения для скоростей деформаций и напряжений.**

**Тема 3. Метод последовательных нагружений в отсчетной конфигурации. Глобальная Лагранжевая постановка задачи. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений для задач статики и динамики. Алгоритм расчета. Уругопластический материал при малых и конечных деформациях (деформационная теория и теория пластического течения). Построение линеаризованных физических соотношений. Гиперупругий материал. Итерационное уточнение на шаге нагружения.**

**Тема 4. Метод последовательных нагружений в текущей конфигурации. Модернизированная Лагранжевая постановка задачи. Вариационное уравнение принципа виртуальных перемещений в актуальной конфигурации. Модернизированный тензор напряжений Кирхгофа. Уругопластический материал при малых деформациях, при конечных поворотах, при конечных деформациях с мультипликативным разложением. Алгоритм расчета.**

**Тема 5. Пошаговое интегрирование уравнений движения в актуальной конфигурации. Линеаризованное вариационное уравнение принципа виртуальных скоростей. Статические нагрузки (пошаговое нагружение). Метод проецирования напряжений на поверхность текучести. Алгоритм расчета. Динамические задачи. Явная схема интегрирования по времени. Метод дробных шагов. Уругопластический материал.**

**Тема . Итоговая форма контроля**

**Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Экзамены оцениваются по системе: неудовлетворительно, посредственно, удовлетворительно, хорошо, очень хорошо, отлично. На семинарских занятиях контроль осуществляется при выступлении у доски.

Контрольные вопросы задач практикума приведены в соответствующих разделах учебно-методической литературы.

### **7.1. Основная литература:**

1. Голованов А.И., Султанов Л.У. Теоретические основы вычислительной нелинейной механики. Курс лекций. - Казань, КГУ. 2008.

2. Поздеев А.А., Трусов П.В., Няшин Ю.И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритм, приложения. - М.: Наука, 1986. - 232 с.
3. Левитас В.И. Большие упругопластические деформации материалов при высоком давлении. - Киев: Наукова думка, 1987.
4. Лурье А.И. Нелинейная теория упругости. - М.: Наука, 1980. - 512 с.
5. Голованов А.И., Султанов Л.У. Математические модели вычислительной нелинейной механики. - Казань, КГУ. 2009.

## **7.2. Дополнительная литература:**

1. Голованов А.И., Бережной Д.В. Метод конечных элементов в механике деформируемых твердых тел. - Казань, "ДАС", 2001.
2. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. - М.: Мир, 1987.
3. Коробейников С.Н. Нелинейное деформирование твердых тел. - Новосибирск, 2000. - 262 с.

## **7.3. Интернет-ресурсы:**

## **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану**

Освоение дисциплины "Вычислительные методы механики деформируемого твердого тела" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010800.68 "Механика и математическое моделирование" и магистерской программе Механика жидкости, газа и плазмы .

Автор(ы):

Султанов Л.У. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.