

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по образовательной деятельности КФУ

Проф. Татарский Да



20\_\_ г.

подписано электронно-цифровой подписью

**Программа дисциплины**  
Дискретные и вероятностные модели М2.Б.2

Направление подготовки: 010400.68 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Анализ данных и его приложения

Квалификация выпускника: магистр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Гайнутдинова А.Ф.

**Рецензент(ы):**

Салимов Ф.И.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Аблаев Ф. М.

Протокол заседания кафедры № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК № \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" 201\_\_ г

Регистрационный № 941116

Казань  
2016

## **Содержание**

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. Гайнутдинова А.Ф. кафедра теоретической кибернетики отделение фундаментальной информатики и информационных технологий , Aida.Gainutdinova@kpfu.ru

## **1. Цели освоения дисциплины**

Данный курс предназначен для студентов факультета ВМК четвертого года обучения. Целью данного курса является изучение различных детерминированных и вероятностных вычислительных моделей.

Дискретные вычислительные модели могут быть классифицированы по объему используемой памяти как модели без памяти (схемы), модели с конечной памятью (автоматы), модели с потенциально бесконечной памятью (машины Тьюринга); по способу функционирования как детерминированные, недетерминированные, вероятностные модели.

Вычислительные модели также могут рассматриваться как формализация понятия алгоритм. Известно, что вычислительные задачи могут быть разбиты на классы в соответствии со сложностью их решения. Классы задач, которые могут быть решены на рассматриваемой вычислительной модели с определенными ограничениями на память и время составляют соответствующий класс сложности. Крайне важно понимать, каким образом соотносятся между собой основные сложностные классы, а также, какие вопросы в данной области на сегодняшний день пока нерешены. Так, известно, что один из таких открытых вопросов о соотношении классов P и NP входит в список важнейших нерешенных проблем тысячелетия. Решение данной проблемы будет иметь важное значение для различных областей науки и практики.

В данном курсе рассматриваются такие вычислительные модели, как детерминированные, недетерминированные и вероятностные машины Тьюринга, автоматы и схемы из функциональных элементов. На основе моделей машин Тьюринга вводятся классы сложности, определяющие языки, распознаваемые с различными ограничениями на время и память. Рассматриваются соотношения между классами сложности и методы их доказательства. Приводятся примеры языков, принадлежащих рассматриваемым сложностным классам.

Для вероятностных вычислительных моделей рассматриваются классы сложности, определяемые различными критериями распознавания языков и соотношения между ними и детерминированными классами.

Также в курсе рассматривается понятие С-трудного и С-полного языка, примеры NP-полных языков и методы доказательства NP-полноты. Рассматриваются однородные и неоднородные классы сложности, обсуждается разница между однородными и неоднородными вычислительными моделями.

Программа курса предусматривает лекции (36 часов). В самостоятельную работу студентов входит освоение теоретического материала, изучение основной литературы, знакомство с дополнительной литературой, выполнение домашних заданий и подготовка к зачету.

## **2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования**

Данная учебная дисциплина включена в раздел " М2.Б.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.68 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 1 курсе, 1 семестре.

"Дискретные и вероятностные модели" входит в состав профессиональных дисциплин. Читается на 1 курсе, в 1 семестре.

## **3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля**

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-1 (общекультурные компетенции)	способность понимать и анализировать мировоззренческие, социально и лично значимые философские проблемы.
ОК-2 (общекультурные компетенции)	способность совершенствовать и развивать свой интеллектуальный и общекультурный уровень, добиваться нравственного и физического совершенствования своей личности;
ОК-3 (общекультурные компетенции)	способность к самостоятельному обучению новым методам исследований, к изменению научного и научно-производственного профиля своей профессиональной деятельности;
ОК-4 (общекультурные компетенции)	способность свободно пользоваться русским и иностранными языками как средством делового общения
ОК-7 (общекультурные компетенции)	способность и готовность к активному общению в научной, производственной и социально-общественной сферах деятельности
ПК-10 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать аналитические обзоры состояния области прикладной математики и информационных технологий по направлениям профильной подготовки
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность проводить семинарские и практические занятия со студентами, а также лекционные занятия спецкурсов по профилю специализации
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность разрабатывать учебно-методические комплексы для электронного (e-learning) и мобильного обучения (m-learning)

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

назначение, определения различных дискретных и вероятностных моделей вычислений (машин Тьюринга, автоматов, схем из функциональных элементов); то, каким образом производится обработка входных слов и распознавание языков в данных моделях; различия между классами рекурсивных и рекурсивно-перечислимых языков; определения основных сложностных классов для детерминированных, недетерминированных и вероятностных машин Тьюринга (LSPACE, P, PSPACE, NP, EXPTIME, PP, BPP, RP, co-RP, ZPP); смысл понятий С-трудный и С-полный язык; различие между однородными и неоднородными вычислительными моделями;

2. должен уметь:

ориентироваться в области сложности вычислений, и в том, где применяются знания из этой области.

3. должен владеть:

приемами и методами доказательства принадлежности языков определенным классам сложности, методами доказательств соотношений между различными классами сложности, методами доказательства NP-полноты языков.

готовность и способность применять полученные знания на практике.

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины экзамен в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации.	1		1	0	0	
2.	Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.	1		1	0	1	
3.	Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ).	1		1	0	0	
4.	Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME.	1		1	0	1	
5.	Тема 5. Определение конечного автомата. Класс сложности Reg.	1		1	0	1	
6.	Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.	1		1	0	1	
7.	Тема 7. Класс сложности NP.	1		1	0	0	
8.	Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков.	1		1	0	1	
9.	Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка.	1		1	0	1	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Доказательство NP-полноты.	1		1	0	1	
11.	Тема 11. Классы сложностей-дополнений.	1		0	0	1	
12.	Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.	1		1	0	1	
13.	Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.	1		1	0	1	
14.	Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.	1		1	0	1	
15.	Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP.	1		0	0	1	
16.	Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP.	1		1	0	1	
17.	Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели.	1		1	0	1	
18.	Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.	1		0	0	1	
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	экзамен
	Итого			15	0	15	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации. Вычислительные модели как формализация понятия алгоритм. Вычислительные задачи как языки. Пространственная и времененная сложность.

#### Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение детерминированной машины Тьюринга для заданного языка. Распознавание языков.

**Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)).**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)). Теоремы о соотношении классов сложности Time(f(n)) и Space(f(n)).

**Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME.

Доказательство соотношений между ними. Примеры языков, принадлежащих классам LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME .

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение детерминированной машины Тьюринга с заданными характеристиками по времени и памяти.

**Тема 5. Определение конечного автомата. Класс сложности Reg.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE. Свойства: язык MULT (умножение) принадлежит P, язык SAT принадлежит PSPACE.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение детерминированного конечного для заданных языков.

**Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Соотношения детерминированных и недетерминированных классов сложности (по времени и памяти).

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение недетерминированной машины Тьюринга для заданных языков. Сравнительная сложность детерминированной и недетерминированной машины Тьюринга.

**Тема 7. Класс сложности NP.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Класс сложности NP. Свойство: SAT принадлежит NP. Соотношение классов P и NP. Теорема о вхождении класса NP в PSPACE.

**Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятие полиномиальной сводимости языков. Свойства полиномиальной сводимости.

Примеры полиномиальной сводимости: PALINDROM  $\leq_p$  SAT. Полиномиальная эквивалентность  $\equiv_p$  языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение полиномиальная сводимости языков.

**Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Понятие С-трудного и С-полного языка. NP-полный язык, Теорема: Пусть L принадлежит NPC. Тогда если L принадлежит P, то P=NP.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Доказательство полноты языков.

**Тема 10. Доказательство NP-полноты.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Доказательство NP-полноты. Теорема: язык K-NP-полный язык. Теорема: SAT - NP-полный язык.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Доказательство NP-полноты заданных языков.

**Тема 11. Классы сложностей-дополнений.**

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Классы сложностей-дополнений. Свойства Reg=co-Reg, LSPACE=co-LSPACE, PSPACE=co-PSPACE, P=co-P, EXPTIME=co-EXPTIME. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.

**Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности PP. Теорема о соотношении классов сложности P, PP, PSPACE. Теорема о вхождении класса NP в PP.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение вероятностной машины Тьюринга для заданных языков.

**Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, PP, BPP.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение вероятностных алгоритмов с ограниченной и неограниченной ошибкой их сравнительный анализ.

**Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Методы увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, PP.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение надежных вероятностных алгоритмов для заданных языков.

**Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP.**

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношения классов сложности RP, co-RP, BPP.

**Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Вероятностный класс сложности ZPP. Соотношение с другими классами сложности.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение вероятностной машины Тьюринга распознающей заданный язык с нулевой ошибкой.

**Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели.**

**лекционное занятие (1 часа(ов)):**

Однородные и неоднородные вычислительные модели. Однородные и неоднородные классы сложности. Теорема о распознавании нерекурсивного языка.

**лабораторная работа (1 часа(ов)):**

Построение схемы из функциональных элементов для заданных функций и исследование их сложности.

## Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.

### лабораторная работа (1 часа(ов)):

Теорема о включении класса BPP в класс P/poly. Сравнительный анализ детерминированной, недетерминированной, вероятностной и неоднородной машины Тьюринга.

### 4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
2.	Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
3.	Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ).	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
4.	Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
5.	Тема 5. Определение конечного автомата. Класс сложности Reg.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
6.	Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
7.	Тема 7. Класс сложности NP.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
9.	Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
10.	Тема 10. Доказательство NP-полноты.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
11.	Тема 11. Классы сложностей-дополнений.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
12.	Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	2	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
13.	Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
14.	Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов ВРР, РР.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.
15.	Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос.

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
16.	Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
17.	Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
18.	Тема 18. Теорема о включении класса ВРР в класс Р/poly.	1		Изучение дополнительной литературы. Выполнение домашнего задания.	3	Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос.
Итого					42	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель-формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы.

Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к экзамену. При подготовке к сдаче экзамена весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к экзамену, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда будет резерв времени.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Метод диагонализации.

Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос., примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Пространственная и временная сложность решения задач. Метод диагонализации.

## **Тема 2. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 3. Тезис Черча. Классы сложности Time(f(n)), Space(f(n)).**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Временные и пространственные классы сложности.

## **Тема 4. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Сравнение автомата и машины Тьюринга с ограничениями по их вычислительным возможностям.

## **Тема 5. Определение конечного автомата. Класс сложности Reg.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 6. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 7. Класс сложности NP.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 8. Понятие полиномиальной сводимости языков.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 9. Понятие С-трудного и С-полного языка.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Проблема P=NP? Ее важность.

## **Тема 10. Доказательство NP-полноты.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 11. Классы сложностей-дополнений.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 12. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 13. Распознавание языков с изолированной ошибкой.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Построение надежных вероятностных алгоритмов.

## **Тема 14. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, RP.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение. Построение надежных вероятностных алгоритмов.

## **Тема 15. Вероятностные классы сложности RP, co-RP.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания.Опрос. , примерные вопросы:

Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 16. Вероятностный класс сложности ZPP.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос. , примерные вопросы:  
Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 17. Однородные и неоднородные вычислительные модели.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос. , примерные вопросы:  
Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема 18. Теорема о включении класса BPP в класс P/poly.**

Проверка правильности выполнения домашнего задания. Опрос. , примерные вопросы:  
Углубленное изучение литературы. Обсуждение.

## **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к экзамену:

Содержание письменных проверочных работ:

1. Метод диагонализации. Множество всех языков несчетно, доказательство.
2. Доказательство Теоремы о рекурсивности языка.
3. Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ). 2
4. Доказательство Теоремы о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.
5. Примеры полиномиальной сводимости языков.
6. Доказательство NP-полноты языков.
7. Доказательство утверждений о соотношении классов P, PP, PSPACE.
8. Доказательство утверждения о соотношении классов NP и PP.
9. Увеличение вероятности правильного результата для классов \$BPP, PP, RP, co-RP\$.
10. Доказательство Теоремы о распознавании нерекурсивного языка неоднородной моделью машины Тьюринга.

По данной дисциплине предусмотрено проведение экзамена.

Вопросы для экзамена.

### **Билет 1**

1. Алфавит, слова в алфавите, язык. Свойства: множество всех слов счетно; множество всех языков несчетно. Метод диагонализации.
2. Примеры эффективных вероятностных алгоритмов: существование совершенного паросочетания в двудольном графе.

### **Билет 2**

1. Вычислительные задачи как языки. Тезис Черча. Понятие временной и пространственной сложности. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).
2. Определение конечного недетерминированного автомата. Распознавание языков. Сравнение с моделью машины Тьюринга. Теорема: класс языков, распознаваемых недетерминированными конечными автоматами = Reg.

### **Билет 3**

1. Теоремы Хартманиса о пространственной и временной иерархии детерминированных классов сложности. Доказательство Теоремы о пространственной иерархии.
2. Свойство: язык PALINDROM принадлежит LSPACE.

### **Билет 4**

1. Детерминированная машина Тьюринга, распознавание слов, языков. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).
2. Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка "Independent Set" (Независимое множество вершин в графе).

### **Билет 5**

1. Рекурсивные и рекурсивно-перечислимые языки. Теорема о рекурсивности языка.

2. Распознавание языка ZEROP (Равенства нулю полиномов) вероятностными и детерминированными машинами Тьюринга.

Билет 6

1. Различные критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга.

Соотношения детерминированных и вероятностных классов сложности. Распознавание языка ZEROP (Равенства нулю полиномов) вероятностными и детерминированными машинами Тьюринга.

2. Доказательство соотношений классов сложности  $\text{NTIME}(f(n))$  и  $\text{TIME}(f(n))$ ,  $\text{NTIME}(f(n))$  и  $\text{SPACE}(f(n))$ .

Билет 7

1. Уменьшение вероятности ошибки для классов BPP, PP.

2. Примеры языков, принадлежащих классам LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME с доказательством.

Билет 7

1. Основные детерминированные классы сложности LSPACE, P, PSPACE, EXPTIME. Доказательство соотношений между ними.

2. Свойство: SAT принадлежит NP.

Билет 8

1. Недетерминированные машины Тьюринга, представление слов, распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ). Класс сложности NP.

2. Методы доказательства NP-полноты. Примеры NP-полных языков.

Билет 9

1. Примеры эффективных вероятностных алгоритмов: существование совершенного паросочетания в двудольном графе.

2. Свойство: 3-SAT принадлежит NP.

Билет 10

1. Определение С-трудного и С-полного языка. Примеры. NP-полнота. Методы доказательства NP-полноты.

2. Доказательство соотношение классов P и NP, классов NP и PSPACE.

Билет 11

1. Полиномиальная сводимость языков и ее свойства. Примеры полиномиальной сводимости: PALINDROM  $\leq_p$  SAT. Полиномиальная эквивалентность  $\equiv_p$  языков. Свойства полиномиальной эквивалентности.

2. Доказательство соотношения классов сложности RP, co=RP, BPP.

Билет 12

1. Понятие пространственной и временной сложности. Классы сложности Time( $f(n)$ ), Space( $f(n)$ ). Теоремы о соотношении классов сложности Time( $f(n)$ ) и Space( $f(n)$ ).

2. Класс сложности Reg. Доказательство собственного включения класса Reg в класс LogSpace.

Билет 13

1. NP-полный язык. Теорема: Пусть L принадлежит NPC. Тогда если L принадлежит P, то  $P=NP$ .

2. Доказательство NP-полноты языка методом сведения на примере доказательства NP-полноты языка "Independent Set" (Независимое множество вершин в графе).

Билет 14

1. Классы сложностей-дополнений. Доказательство соотношений детерминированных классов и их дополнений. Соотношения недетерминированных классов и их дополнений.

2. Понятие NP-полного языка. Примеры NP-полных языков. Методы доказательства NP-полноты. Соотношение классов P и NP.

Билет 15

1. Определение вероятностной машины Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Вероятностные классы сложности, их различие.
2. Основные понятия квантовых вычислений. Квантовая машина Тьюринга. Сравнение с классическими машинами Тьюринга.

Билет 16

1. Класс сложности RP. Теорема о соотношении классов сложности P, RP, PSPACE. Увеличение вероятности правильного результата для языков из класса RP.

2. Свойство: Язык 3-SAT - NP-полный язык.

Билет 17

1. Недетерминированная машина Тьюринга. Распознавание языков недетерминированной машиной Тьюринга. Доказательство теоремы о вхождении класса NP в RP.

2. Определение детерминированного конечного автомата. Класс Reg. Свойство: Язык  $L=\{0,1\}^*$  принадлежит Reg.

Билет 18

1. Распознавание языков с изолированной ошибкой. Класс сложности BPP. Соотношение классов сложности P, RP, BPP. Увеличение вероятности правильного результата для классов BPP, RP.

2. Свойства: язык SAT принадлежит PSPACE.

Билет 19

1. Язык-дополнение. Классы сложностей-дополнений. Соотношение классов сложностей и их дополнений в детерминированном и недетерминированном случаях.

2. Вероятностные вычисления с нулевой ошибкой. Класс сложности ZPP. Его соотношение с другими вероятностными классами сложности.

Билет 20

1. Вероятностные классы сложности RP, co-RP. Увеличение вероятности правильного результата для этих классов. Соотношение с вероятностными классами сложности.

2. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LSPACE.

Билет 21

1. Определение детерминированной машины Тьюринга. Тезис Черча. Полиномиальный тезис Черча.

2. Детерминированный конечный автомат. Критерий регулярности языка. Свойство: Язык  $L=\{0^*1^*\}$  принадлежит Reg.

Билет 22

1. Вероятностный класс сложности ZPP. Доказательство соотношение с другими классами сложности.

2. Определение конечного детерминированного автомата. Сравнение моделей конечного автомата и машины Тьюринга. Класс языков, распознаваемых конечным детерминированным автоматом. Критерий регулярности языка.

Билет 23

1. Определение конечного автомата. Теорема о соотношении классов сложности Reg и LogSPACE. Свойства: язык MULT (умножение) принадлежит P, язык SAT принадлежит PSPACE.

2. Вероятностная машина Тьюринга. Принятие слов, критерии распознавания языков вероятностными машинами Тьюринга. Класс сложности RP. Теорема о соотношении классов сложности P, RP, PSPACE. Теорема о вхождении класса NP в RP.

## 7.1. Основная литература:

Новиков, Ф.А. Дискретная математика: для бакалавров и магистров: учебник для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки "Системный анализ и управление" / Ф.А. Новиков. ?2-е изд.. ?Санкт-Петербург [и др.]: Питер, 2013 . ?399 с.

Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. ?Издание 2-е, исправленное и дополненное. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. ?362 с.: ил.; 21 см.. ?(Учебники для вузов, Специальная литература).

Асанов, Магаз Оразкимович. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы: учебное пособие / М. О. Асанов, В. А. Баранский, В. В. Расин. ?Издание 2-е, исправленное и дополненное. ?Санкт-Петербург [и др.]: Лань, 2010. ?362 с.:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_cid=25&pl1\\_id=536](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_cid=25&pl1_id=536)

Шоломов Л.А Основы теории дискретных логических и вычислительных устройств. - СПб: Лань, 2011-432с.- Режим доступа:

<http://e.lanbook.com/view/book/1556/>

Мальцев И.А. Дискретная математика. - СПб.:Лань, 2011. - 304 с. URL:

[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=638](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=638)

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Аблаев Ф. М., Васильев А. В. Классические и квантовые ветвящиеся программы. Казанский (Приволжский) федеральный университет: Ин-ститут вычислительной математики и информационных технологий, Кафедра теоретической кибернетики, 2010.

[http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09\\_62\\_2010\\_000088.pdf](http://libweb.ksu.ru/ebooks/09-IVMIT/09_62_2010_000088.pdf)

2. Громкович, Юрай. Теоретическая информатика : Введение в теорию автоматов, теорию вычислимости, теорию сложности, теорию алгоритмов, рандомизацию, теорию связи и криптографию.– Издание 3- е .– СПб : БХВ- Петербург, 2010 . – 336 с.

3. Аблаев Ф.М., Хайруллин А.Ф., Аблаев М.Ф. Коммуникационные вычисления [http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F527417760/cmtn\\_cmr\\_course\\_2013\\_.pdf](http://shelly.kpfu.ru/e-ksu/docs/F527417760/cmtn_cmr_course_2013_.pdf)

## 7.3. Интернет-ресурсы:

Интернет-портал образовательных ресурсов КФУ - <http://www.kfu-elearning.ru/>

Интернет- портал образовательных ресурсов по IT - <http://algolist.manual.ru>

Интернет- портал по математическим наукам - <http://www.mathnet.ru>

Интернет- портал ресурсов по математике - [http://www.allmath.com/](http://www.allmath.com)

Интернет- портал ресурсов по математическим наукам - [http://www.math.ru/](http://www.math.ru)

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дискретные и вероятностные модели" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

лекции и лабораторные занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером)

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.68 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Анализ данных и его приложения .

Автор(ы):

Гайнутдинова А.Ф. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.

Рецензент(ы):

Салимов Ф.И. \_\_\_\_\_  
"\_\_\_" 201 \_\_\_ г.