

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



**УТВЕРЖДАЮ**

Проректор  
по образовательной деятельности КФУ  
Проф. Минзарипов Р.Г.

"\_\_" \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

**Программа дисциплины**

Дифференциальные уравнения Б3.Б.2

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Плещинский Н.Б., Волошановская Светлана Николаевна

**Рецензент(ы):**

Асхатов Р.М.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от "\_\_\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No

Казань  
2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) Плещинский Н.Б. , Nikolai.Pleshchinskii@kpfu.ru ; Волошановская Светлана Николаевна

### 1. Цели освоения дисциплины

В рамках этого курса предполагается рассмотреть такие разделы, как обыкновенные дифференциальные уравнения, уравнения в частных производных первого порядка, дифференциальные уравнения высших порядков и системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Уравнения математической физики: классификация уравнений математической физики, волновое и телеграфное уравнение, уравнение теплопроводности, уравнение Лапласа. Разностные уравнения.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.Б.2 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к базовой (общепрофессиональной) части. Осваивается на 2 курсе, 3 семестр.

Данная дисциплина относится к общепрофессиональным дисциплинам.

Читается на 3 курсе в 5 семестре для студентов обучающихся по направлению "Фундаментальная информатика и информационные технологии".

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов, теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-3 (профессиональные компетенции)	способность понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

- основные понятия, приемы и методы решения дифференциальных и разностных уравнений различных типов

2. должен уметь:

- решать обыкновенные дифференциальные уравнения первого порядка  
 - решать линейные дифференциальные уравнения произвольного порядка с постоянными коэффициентами  
 - проводить классификацию уравнений с частными производными второго порядка  
 - применять метод разделения переменных для решения волнового уравнения и уравнения теплопроводности

3. должен владеть:

- навыками работы с линейными разностными уравнениями

4. должен продемонстрировать способность и готовность:

- применять полученные знания в своей профессиональной деятельности

#### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных(ые) единиц(ы) 252 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 3 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

##### Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.	3		3	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.	3		3	0	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.	3		3	0	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.	3		3	0	4	контрольная работа
5.	Тема 5. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	3		3	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения n-го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		3	0	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.	3		3	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
8.	Тема 8. Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		3	0	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.	3		3	0	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.	3		3	0	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.	3		3	0	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.	3		3	0	4	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
13.	Тема 13. Уравнения с разделяющимися переменными.	3		3	0	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Однородные уравнения.	3		3	0	4	домашнее задание
15.	Тема 15. Линейные уравнения первого порядка.	3		3	0	4	домашнее задание
16.	Тема 16. Уравнения в полных дифференциалах.	3		3	0	3	домашнее задание
17.	Тема 17. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		2	0	3	домашнее задание
18.	Тема 18. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.	3		2	0	3	домашнее задание
19.	Тема 19. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.	3		2	0	3	контрольная работа
	Тема . Итоговая форма контроля	3		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	0	72	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.

**Тема 2. Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.

*лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.

**Тема 3. Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.

*лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.

**Тема 4. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной

*лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной

**Тема 5. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

*лабораторная работа (4 часа(ов)):*

Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.

**Тема 6. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения n-го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.**

*лекционное занятие (3 часа(ов)):*

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 7. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.

**Тема 8. Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 9. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.

**Тема 10. Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.

**Тема 11. Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.

**Тема 12. Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.

**Тема 13. Уравнения с разделяющимися переменными.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Уравнения с разделяющимися переменными.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Уравнения с разделяющимися переменными.

**Тема 14. Однородные уравнения.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Однородные уравнения.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Однородные уравнения.

**Тема 15. Линейные уравнения первого порядка.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Линейные уравнения первого порядка.

**лабораторная работа (4 часа(ов)):**

Линейные уравнения первого порядка.

**Тема 16. Уравнения в полных дифференциалах.**

**лекционное занятие (3 часа(ов)):**

Уравнения в полных дифференциалах.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Уравнения в полных дифференциалах.

**Тема 17. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.

**Тема 18. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Классификация уравнений с частными производными второго порядка.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Классификация уравнений с частными производными второго порядка.

**Тема 19. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.**

**лекционное занятие (2 часа(ов)):**

Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

**лабораторная работа (3 часа(ов)):**

Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

**4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.	3		подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
5.	Тема 5. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.	3		подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
6.	Тема 6. Линейные дифференциальные уравнения n-го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения n-го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения n-го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения n-го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
7.	Тема 7. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
8.	Тема 8. Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание



N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
9.	Тема 9. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
10.	Тема 10. Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
11.	Тема 11. Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
12.	Тема 12. Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
13.	Тема 13. Уравнения с разделяющимися переменными.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
14.	Тема 14. Однородные уравнения.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
15.	Тема 15. Линейные уравнения первого порядка.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
16.	Тема 16. Уравнения в полных дифференциалах.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
17.	Тема 17. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
18.	Тема 18. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.	3		подготовка домашнего задания	5	домашнее задание
19.	Тема 19. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.	3		подготовка к контрольной работе	5	контрольная работа
	Итого				90	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Обучение происходит в форме лекционных и практических занятий, а также самостоятельной работы студентов.

Теоретический материал излагается на лекциях. Причем конспект лекций, который остается у студента в результате прослушивания лекции не может заменить учебник. Его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, полезно ознакомиться с более подробным изложением материала в учебнике. Список литературы разделен на две категории: необходимый для сдачи зачета минимум и дополнительная литература.

Изучение курса подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков для более глубокого понимания разделов дисциплины "Дифференциальные и разностные уравнения" на основе решения задач и упражнений, иллюстрирующих доказываемые теоретические положения, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения.

Самостоятельная работа предполагает выполнение домашних работ. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определенного типа. Закрепить навыки можно лишь в результате самостоятельной работы. Кроме того, самостоятельная работа включает подготовку к зачету. При подготовке к сдаче зачета весь объем работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведенным для подготовки к зачету, контролировать каждый день выполнения работы. Лучше, если можно перевыполнить план. Тогда всегда будет резерв времени.

## **6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов**

**Тема 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация. Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 2. Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 3. Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 4. Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа по теме "Простейшие виды уравнений"

**Тема 5. Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 6. Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 7. Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 8. Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 9. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 10. Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 11. Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 12. Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 13. Уравнения с разделяющимися переменными.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 14. Однородные уравнения.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

**Тема 15. Линейные уравнения первого порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

### **Тема 16. Уравнения в полных дифференциалах.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

### **Тема 17. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

### **Тема 18. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по изучаемой теме

### **Тема 19. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.**

контрольная работа , примерные вопросы:

Контрольная работа по всем темам курса

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

По данной дисциплине предусмотрено проведение зачета.

Примерные вопросы для зачета:

- 1.Обыкновенные дифференциальные уравнения. Общие понятия, основные определения, примеры задач, приводящих к обыкновенным дифференциальным уравнениям, геометрическая интерпретация.
- 2.Простейшие дифференциальные уравнения: уравнение с разделяющимися переменными, однородное уравнение, уравнение в полных дифференциалах, линейное уравнение первого порядка.
- 3.Простейшие приближенные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений: метод изоклин, метод Эйлера, построение приближенного решения в виде степенного ряда.
- 4.Задача Коши для уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Теорема существования и единственности. Непрерывная зависимость решения задачи Коши от правых частей уравнения и начального условия.
- 5.Простейшие типы уравнений, не разрешенных относительно производной.
- 6.Однородная система линейных обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка. Линейно независимые вектор-функции и их свойства. Фундаментальная система решений. Построение общего решения неоднородной системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
- 7.Линейные дифференциальные уравнения  $n$ -го порядка. Эквивалентность линейного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка и системы обыкновенных дифференциальных уравнений первого порядка.
- 8.Общее решение линейного однородного дифференциального уравнения  $n$ -го порядка. Понижение порядка линейного однородного уравнения. Линейные неоднородные уравнения  $n$ -го порядка. Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами.
- 9.Линейные уравнения в частных производных первого порядка. Общее решение линейного уравнения в частных производных первого порядка. Геометрическая интерпретация линейного уравнения в частных производных первого порядка.
- 10.Линейные разностные уравнения. Однородное разностное уравнение с переменными коэффициентами. Общее решение неоднородного разностного уравнения с переменными коэффициентами. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного разностного уравнения. Линейные разностные уравнения с постоянными коэффициентами.

11. Уравнения в частных производных второго порядка. Классификация уравнений в частных производных второго порядка. Канонический вид уравнения в частных производных второго порядка. Приведение уравнения второго порядка к каноническому виду в случае двух независимых переменных.
12. Гиперболические уравнения. Простейшие задачи, приводящие к уравнениям гиперболического типа. Задача Коши для уравнения колебаний струны. Формула Даламбера. Метод разделения переменных для решения первой краевой задачи для уравнения колебаний струны. Анализ решения. Стоячие волны. Явление резонанса.
13. Параболические уравнения. Вывод уравнения теплопроводности стержня. Задача Коши для уравнения теплопроводности. Метод разделения переменных для задачи о распространении тепла в ограниченном стержне.
14. Эллиптические уравнения. Постановка основных граничных задач для уравнения Пуассона. Исследование единственности решения. Гармонические функции. Теорема о среднем. Принцип максимума. Метод разделения переменных решения задачи Дирихле для круга. Формула Пуассона.
15. Уравнения с разделяющимися переменными.
16. Однородные уравнения.
17. Линейные уравнения первого порядка.
18. Уравнения в полных дифференциалах.
19. Линейные уравнения с постоянными коэффициентами.
20. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.
21. Приведение к каноническому виду линейных уравнений с частными производными второго порядка с двумя независимыми переменными.

### 7.1. Основная литература:

1. Киясов С.Н. Дифференциальные уравнения. Основы теории, методы решения задач: учебное пособие / С. Н. Киясов, В. В. Шурыгин; Казан. федер. ун-т. Казань: [Казанский университет], 2011. ?112 с.
2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения: учебник для физических и физико-математических факультетов университетов / Л. Э. Эльсгольц. ?Изд. стер..?Москва: URSS: [Изд-во ЛКИ, 2013]. ?309 с.
3. Туганбаев, А. А. Дифференциальные уравнения [Электронный ресурс] : учеб. пособие / А. А. Туганбаев. ? 2-е изд., стереотип. ? М. : ФЛИНТА, 2011. ? 31 с.  
<http://www.znaniyum.com/go.php?id=454637>
4. Пантелеева, А. В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практический курс [Электронный ресурс] : учеб. пособие с мультимедиа сопровождением / А. В. Пантелеева, А. С. Якимова, К. А. Рыбаков. - М.: Логос, 2010. - 384 с.  
<http://znaniyum.com/bookread.php?book=469288>
5. Демидович Б.П., Моденов В.П. Дифференциальные уравнения. - М.: Лань, 2008. - 288 с.  
URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=126](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=126)
6. Треногин В. А. Обыкновенные дифференциальные уравнения. - М. Физматлит, 2009. - 312с.  
[http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2341](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2341)

### 7.2. Дополнительная литература:

1. Карташев А.П., Рождественский Б.Л. Обыкновенные дифференциальные уравнения и основы вариационного исчисления. - М.: Наука, 1980, 287 с.

2. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. - М.: Едиториал УРСС, 2002, 319 с.
3. Филиппов А.Ф. Сборник задач по дифференциальным уравнениям. - М.: Ижевск: РХД, 2005, 174 с..
4. Мокейчев, Валерий Степанович. Введение в теорию дифференциальных уравнений: учебное пособие / В. С. Мокейчев; Казан. гос. ун-т. Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008. 46 с.
5. Мокейчев В.С. Практические занятия по дифференциальным уравнениям: учебно-методическое пособие / В. С. Мокейчев; Казан. гос. ун-т - Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2009, 63 с.

### **7.3. Интернет-ресурсы:**

- Краткий справочник формул по математике - <http://matembook.chat.ru/>  
Образовательный портал по математике - <http://www.math.ru/>  
Портал ресурсов по естественным наукам - <http://en.edu.ru/>  
Портал ресурсов по математике - <http://www.allmath.com/>  
Сайт электронных ресурсов по математике - <http://www.exponenta.ru/>

### **8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)**

Освоение дисциплины "Дифференциальные уравнения" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лекции и практические занятия по дисциплине проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом(маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Математическое и информационное обеспечение экономической деятельности .

Автор(ы):

Плещинский Н.Б. \_\_\_\_\_

Волошановская Светлана Николаевна \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Асхатов Р.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.