МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт вычислительной математики и информационных технологий

УТВЕРЖДАЮ
Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

подписано электронно-цифровой подписью

Программа дисциплины

Дополнительные главы линейной алгебры Б1.В.ДВ.1

Направление подготовки: 01.04.02 - Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки: Математическое моделирование
Квалификация выпускника: магистр
Форма обучения: очное
Язык обучения: русский

Автор(ы):
Карчевский Е.М.

Рецензент(ы):
Бахтиева Л.У.

СОГЛАСОВАНО:
Заведующий(ая) кафедрой: Плещинский Н. Б.
Протокол заседания кафедры No ___ от "____" _____ 201__г
Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:
Протокол заседания УМК No ____ от "____" _____ 201__г

Регистрационный No 922015

Казань
2015

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (доцент) Карчевский Е.М. Кафедра прикладной математики отделение прикладной математики и информатики , ekarchev@yandex.ru

1. Цели освоения дисциплины

Курс "Алгебра и геометрия 2" является логическим продолжением курса "Алгебра и геометрия 1". Вопросы разрешимости общих систем линейных алгебраических уравнений приводят к необходимости введения и систематического изучения таких фундаментальных понятий как линейное векторное пространство, линейный оператор, линейное уравнение. Изучение этих объектов в простейшем, но, тем не менее, важном для приложений случае конечно-мерного линейного векторного пространства составляет первую часть программы курса "Алгебра и геометрия 2". Вторая часть курса базируется на развитии методов теории квадратичных форм, применяющихся для изучения кривых и поверхностей второго порядка.

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б1.В.ДВ.1 Дисциплины (модули)" основной образовательной программы 01.04.02 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 1 курсе, 1 семестр.

Дисциплина Б2.В.3 "Алгебра и геометрия 2" относится к общепрофессиональному циклу дисциплин, изучается на первом курсе во 2 семестре. Для ее изучения требуется хорошее знание школьной программы по математике и знания, полученные в рамках дисциплины "Алгебра и геометрия 1". Полученные умения и готовности необходимы для успешного освоения курсов "Математический анализ", "Дифференциальные уравнения" и других дисциплин данного профиля, а также для успешной подготовки курсовых и дипломной работ.

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-1 (профессиональные компетенции)	способность демонстрации общенаучных базовых знаний естественных наук, математики и информатики, понимание основных фактов, концепций, принципов теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2 (профессиональные компетенции)	способность приобретать новые научные и профессиональные знания, используя современные образовательные и информационные технологии
ПК-6 (профессиональные компетенции)	способность осуществлять целенаправленный поиск информации о новейших научных и технологических достижениях в сети Интернет и из других источников
ПК-8 (профессиональные компетенции)	способность формировать суждения о значении и последствиях своей профессиональной деятельности с учетом социальных, профессиональных и этических позиций
ПК-9 (профессиональные компетенции)	способность решать задачи производственной и технологической деятельности на профессиональном уровне, включая: разработку алгоритмических и программных решений в области системного и прикладного программирования

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

основные методы линейной алгебры и аналитической геометрии;

2. должен уметь:

понимать и применять на практике методы решения задач линейной алгебры и аналитической геометрии

3. должен владеть:

навыками решения практических задач линейной алгебры и аналитической геометрии

4. должен демонстрировать способность и готовность:

: понимание определений и доказательств основных результатов линейной алгебры и аналитической геометрии

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных(ые) единиц(ы) 108 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 1 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Пространства Rn и Cn. Линейные и евклидовы пространства	1	1	0	0	2	домашнее задание
3.	Тема 3. Неравенство Коши-Буняковского. Линейная зависимость векторов	1	2	0	0	2	домашнее задание
5.	Тема 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы	1	3	0	0	2	письменная работа
6.	Тема 6. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы	1	4	0	0	2	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Базисы	1	5	0	0	2	домашнее задание
8.	Тема 8. Подпространства	1	6	0	0	2	контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные операторы	1	7	0	0	2	домашнее задание
10.	Тема 10. Матрица оператора. Некоторые классы операторов	1	8	0	0	2	домашнее задание
11.	Тема 11. Линейные уравнения	1	9	0	0	2	домашнее задание
12.	Тема 12. Инвариантные подпространства. Собственные векторы	1	10	0	0	2	домашнее задание
13.	Тема 13. Треугольная форма оператора	1	11	0	0	2	домашнее задание
14.	Тема 14. Самосопряженные операторы	1	12	0	0	2	контрольная точка
15.	Тема 15. Унитарные операторы	1	13	0	0	2	домашнее задание
16.	Тема 16. Операторы в вещественном евклидовом пространстве	1	14	0	0	2	домашнее задание
17.	Тема 17. Канонический вид квадратичной формы	1	15	0	0	2	домашнее задание
18.	Тема 18. Положительно определенные квадратичные формы	1	16	0	0	2	домашнее задание
19.	Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка	1	17-18	0	0	4	контрольная работа
.	Тема . Итоговая форма контроля	1		0	0	0	зачет
	Итого			0	0	36	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Пространства Rn и Cn. Линейные и евклидовы пространства

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Скалярное произведение в вещественном (комплексном) пространстве. Длина вектора

Тема 3. Неравенство Коши-Буняковского. Линейная зависимость векторов

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Неравенство Коши - Буняковского. Длина вектора

Тема 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Ранг матрицы. Теорема о ранге произведения матриц. Вычисление ранга матрицы

Тема 6. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Ортогональные системы векторов: определение ортогональной и ортонормированной системы; теорема Грама - Шмидта (процесс ортогонализации)

Тема 7. Базисы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Ортогональный базис, коэффициенты Фурье, вычисление скалярного произведения, матрица перехода от одного ортонормированного базиса к другому

Тема 8. Подпространства

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Подпространство линейного пространства: размерность, сумма, пересечение

Тема 9. Линейные операторы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Обратный оператор, оператор разложения по базису, изоморфизм конечномерных пространств (определение, теорема об изоморфизме). Линейные функционалы, теорема Рисса

Тема 10. Матрица оператора. Некоторые классы операторов

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Невырожденные, сопряженные, самосопряженные, унитарные операторы и их матрицы

Тема 11. Линейные уравнения

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Общее решение линейного уравнения, Теорема Кроне-кера-Капелли, теорема о размерности ядра и образа оператора

Тема 12. Инвариантные подпространства. Собственные векторы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Собственные векторы, теорема о линейной независимости собственных векторов

Тема 13. Треугольная форма оператора

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Треугольная форма оператора

Тема 14. Самосопряженные операторы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Теорема о перемежении собственных чисел эрмитовых матриц

Тема 15. Унитарные операторы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Определение и теорема о диагональном виде унитарного оператора

Тема 16. Операторы в вещественном евклидовом пространстве

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Самосопряженные операторы в вещественном евклидовом пространстве

Тема 17. Канонический вид квадратичной формы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

ЭЛЕКТРОННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА КФУ

Квадратичная форма, ее канонический вид, метод Лагранжа. Теорема о конгруэнтных матрицах и закон инерции квадратичных форм

Тема 18. Положительно определенные квадратичные формы

лабораторная работа (2 часа(ов)):

Критерий Сильвестра

Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка

лабораторная работа (4 часа(ов)):

Геометрические свойства поверхностей второго порядка

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Пространства Rn и Cn. Линейные и евклидовы пространства	1	1	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
3.	Тема 3. Неравенство Коши-Буняковского. Линейная зависимость векторов	1	2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы	1	3	подготовка домашнего задания	2	домашнее задание
				подготовка к письменной работе	2	письменная работа
6.	Тема 6. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы	1	4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
7.	Тема 7. Базисы	1	5	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Подпространства	1	6	подготовка к контрольной работе	4	контрольная работа
9.	Тема 9. Линейные операторы	1	7	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
10.	Тема 10. Матрица оператора. Некоторые классы операторов	1	8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
11.	Тема 11. Линейные уравнения	1	9	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
12.	Тема 12. Инвариантные подпространства. Собственные векторы	1	10	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
13.	Тема 13. Треугольная форма оператора	1	11	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
14.	Тема 14. Самосопряженные операторы	1	12	подготовка к контрольной точке	4	контрольная точка
15.	Тема 15. Унитарные операторы	1	13	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
16.	Тема 16. Операторы в вещественном евклидовом пространстве	1	14	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
17.	Тема 17. Канонический вид квадратичной формы	1	15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
18.	Тема 18. Положительно определенные квадратичные формы	1	16	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
19.	Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка	1	17-18	подготовка к контрольной работе	8	контрольная работа
	Итого				72	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Активные и интерактивные формы проведения занятий в сочетании с внеаудиторной работой.
.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Пространства Rn и Cn. Линейные и евклидовы пространства

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Свойства алгебраических операций. 2. Примеры векторных пространств. 3. Изоморфизм векторных пространств. 4. Базы. Координаты вектора в базе. 5. Размерность векторного пространства.

Тема 3. Неравенство Коши-Буняковского. Линейная зависимость векторов

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Неравенство Коши-Буняковского. Подготовка письменного отчета по теме: Матрица линейного оператора в данной базе

Тема 5. Ранг системы векторов. Ранг матрицы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Основные теоремы теории пространства Vn 2. Ранг системы векторов. 3. Ранг матрицы

письменная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Ранг матрицы

Тема 6. Критерии линейной независимости. Ортогональные системы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Критерии линейной независимости векторов. 2. Ортогональные системы 3. Симметрические операторы. 4. Симметрические операторы и ортонормированные базы.

Тема 7. Базисы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Базы. Координаты вектора в базе. 2. Размерность векторного пространства. 3. Матрица перехода от одной базы к другой, теорема о матрице перехода. 4. Преобразование координат вектора при замене базы.

Тема 8. Подпространства

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по темам: 1. Подпространства пространства Vn. 2. Подпространства линейного векторного пространства.

Тема 9. Линейные операторы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Линейные операторы, действующие в конечномерных векторных пространствах. 2. Матрица линейного оператора в данной базе. 3. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы. 4. Алгебра линейных операторов. Обратный оператор. 5. Размерность пространства линейных операторов, действующих в конечномерном векторном пространстве. 6. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора. 7. Ядро и область значений линейного оператора.

Тема 10. Матрица оператора. Некоторые классы операторов

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Матрица оператора. 2. Некоторые классы операторов

Тема 11. Линейные уравнения

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Совместность системы линейных уравнений. 2. Теорема Кронекера-Капелли. 3. Общее и частное решение системы линейных уравнений. 4. Однородные системы линейных алгебраических уравнений. 5. Фундаментальная система решений (ФСР). 6. Алгоритм построения общего решения неоднородной системы линейных уравнений. 7. Основная альтернатива теории систем линейных уравнений.

Тема 12. Инвариантные подпространства. Собственные векторы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам: 1. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора, их связь с основной задачей линейной алгебры. 2. Алгоритм отыскания собственных значений и собственных векторов линейного оператора. 3. Существование собственного значения и собственного вектора оператора, действующего в комплексном векторном пространстве. 4. Инвариантные подпространства.

Тема 13. Треугольная форма оператора

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Треугольная форма оператора

Тема 14. Самосопряженные операторы

контрольная точка , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Самосопряженные операторы

Тема 15. Унитарные операторы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по темам:

Тема 16. Операторы в вещественном евклидовом пространстве

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Унитарные операторы

Тема 17. Канонический вид квадратичной формы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: 17 Канонический вид квадратичной формы

Тема 18. Положительно определенные квадратичные формы

домашнее задание , примерные вопросы:

Изучение материалов лекции и решение задач по теме: Положительно определенные квадратичные формы

Тема 19. Кривые и поверхности второго порядка

контрольная работа , примерные вопросы:

Проверка знаний по теме: Кривые второго порядка

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету:

ВОПРОСЫ К ЗАЧЕТУ:

1. Пространства Rn и Cn
2. Линейные и евклидовы пространства
3. Матрица линейного оператора в данной базе.
4. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы.
5. Определение евклидова пространства.
6. Комплексное евклидово пространство.
7. Неравенство Коши-Буняковского
8. Линейно-зависимые и линейно-независимые системы векторов в линейных векторных пространствах.
9. Лемма о линейной зависимости системы векторов в пространстве Vn, содержащей более n векторов.
10. Ранг системы векторов. Ранг матрицы
11. Основные теоремы теории пространства Vn.
12. Ранг системы векторов.
13. Критерии линейной независимости.
14. Ортогональные системы
15. Симметрические операторы.
16. Базы. Координаты вектора в базе.
17. Матрица перехода от одной базы к другой, теорема о матрице перехода.
18. Преобразование координат вектора при замене базы.
19. Подпространства линейного векторного пространства.
20. Линейные операторы
21. Матрица линейного оператора в данной базе.
22. Закон преобразования матрицы линейного оператора при замене базы.
23. Алгебра линейных операторов. Обратный оператор.
24. Собственные векторы и собственные значения линейного оператора.
25. Ядро и область значений линейного оператора.
26. Совместность системы линейных уравнений.
27. Теорема Кронекера-Капелли.
28. Общее и частное решение системы линейных уравнений.
29. Однородные системы линейных алгебраических уравнений.

30. Фундаментальная система решений (ФСР).
31. Алгоритм построения общего решения неоднородной системы линейных уравнений.
32. Треугольная форма оператора
33.Самосопряженные операторы.
34. Ортогональные операторы и ортонормированные базы.
35. Симметрические операторы.
36. Канонический вид квадратичной формы домашнее задание Изучение материалов лекции и решение задач по темам:
37. Вещественные и комплексные формы от n неизвестных.
38. Матрица и ранг квадратичной формы.
39. Закон преобразования матрицы квадратичной формы при линейном преобразовании неизвестных.
40. Канонический вид квадратичной формы.
41. Теорема Лагранжа о приведении квадратичной формы к каноническому виду.
42. Положительно-определенные квадратичные формы.
43. Первый и второй критерий Сильвестра положительной определенности квадратичных форм.
44. Классификация кривых 2-го порядка.
45. Общие уравнения кривой и поверхности 2-го порядка.
46. Эллипс, гипербола и парабола в канонической системе координат.
47. Классификация поверхностей второго порядка.
48. Применение инвариантов для определения типа кривой и поверхности второго порядка.

7.1. Основная литература:

1. Карчевский, Е. М. Линейная алгебра и аналитическая геометрия: учебное пособие / Е. М. Карчевский, М. М. Карчевский.?Казань: Казанский университет, 2011.?269 с.

2. Ильин, В. А. Линейная алгебра: учебник для студентов физических специальностей и специальности "Прикладная математика" / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк.?Изд. 6-е, стер..?Москва: Физматлит, 2010.-278 с.

3. Столов Е.Л. Категория электронных образовательных ресурсов "Алгебра и геометрия", 2013 http://zilant.kpfu.ru/course/category.php?id=89

4. Шершнев В.Г. Основы линейной алгебры и аналитической геометрии: Учебное пособие / В.Г. Шершнев. - М.: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 168 с.- ISBN-online: 978-5-16-101126-3.

http://www.znanium.com/go.php?id=455245

5. Карчевский Е.М., Карчевский М.М. Лекции по геометрии и алгебре. Учебное пособие - Казанский федеральный университет, 2011. - Режим доступа: - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf, свобод-ный. - 222 с.

7.2. Дополнительная литература:

1. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре: Учеб. пособие для студентов физ.-мат. спец. вузов / И.В.Проскуряков.?8-е изд..?М.: Лаб. Базовых Знаний, 2003.?382 с.

2. Ильин В.А. Аналитическая геометрия: Учеб. для студентов физ. спец. и спец. "Прикладная математика"/ В.А.Ильин. - 6-е изд., стер..- Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2002. - 224 с.

3. Бурмистров Б.Н. Элементы линейной алгебры и аналитическая геометрия на плоскости и в пространстве: учебное пособие / Б. Н. Бурмистров, Л. Р. Секаева; Казан. гос. ун-т. - Казань: [Изд-во Казан. гос. ун-та], 2009, 81 с.

4. Беклемишев Д.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры: учеб. пособие для студ.вузов / Д. В. Беклемишев.?10-е изд., испр..?М.: Физматлит, 2003.?304 с.

5. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты: Учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - М.: Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с.-ISBN -online: 978-5-16-100523-1.

ЭБС "ZNANIUM.COM" http://znanium.com/go.php?id=438021

7.3. Интернет-ресурсы:

G_and_A_lectures - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf

G_and_A_lectures - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf

G_and_A_lectures - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf

G_and_A_lectures - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf

G_and_A_lectures - http://www.ksu.ru/f9/bin_files/G_and_A_lectures.pdf

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы линейной алгебры" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Занятия проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 01.04.02 "Прикладная математика и информатика" и магистерской программе Математическое моделирование .

Автор(ы):
Карчевский Е.М. _____
"__" _____ 201 __ г.

Рецензент(ы):
Бахтиева Л.У. _____
"__" _____ 201 __ г.