

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное учреждение
высшего профессионального образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского



УТВЕРЖДАЮ

Проректор
по образовательной деятельности КФУ
Проф. Минзарипов Р.Г.

_____ 20__ г.

Программа дисциплины

Дополнительные главы уравнений в частных производных БЗ.ДВ.3

Направление подготовки: 010100.62 - Математика

Профиль подготовки: Общий профиль

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Автор(ы):

Салехов Л.Г. , Салахудинов Р.Г.

Рецензент(ы):

Агачев Ю.Р.

СОГЛАСОВАНО:

Заведующий(ая) кафедрой: Насыров С. Р.

Протокол заседания кафедры No _____ от "_____" _____ 201__ г

Учебно-методическая комиссия Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского :

Протокол заседания УМК No _____ от "_____" _____ 201__ г

Регистрационный No

Казань
2014

Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) доцент, к.н. (доцент) Салахудинов Р.Г. Кафедра математического анализа отделение математики , Rustem.Salahudinov@kpfu.ru ; доцент, к.н. (доцент) Салехов Л.Г. Кафедра дифференциальных уравнений отделение математики , Leonard.Salekhov@kpfu.ru

1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения данного курса по выбору является углубление и расширение базового курса "Уравнения в частных производных".

2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010100.62 Математика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Данная учебная дисциплина входит в раздел "Б3.ДВ.3 Общепрофессиональный цикл. Вариативную (профильную) часть" ФГОС-3 по направлению подготовки "Математика".

Для изучения дисциплины необходимы компетенции, сформированные у обучающихся в результате освоения дисциплины "Уравнения в частных производных". Осваивается на четвертом курсе (7 семестр).

3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ок-6	способность применять знания на практике
пк-21	владение методами математического моделирования
пк-8	умение строить математические модели

В результате освоения дисциплины студент:

1. должен знать:

теория ядер, определения ядер, преобразования, порождаемые этими ядрами, классификации ядер;

основные понятия фундаментальных ядер для дифференциальных операторов в частных производных с переменными коэффициентами,

критерии гипотетичности операторов в частных производных,

потенциалы обобщенных функций, определения пространств Соболева и теоремы вложения, понятия следов в случае полупространства,

2. должен уметь:

строить элементарные решения операторов в частных производных,

решать задачи Дирихле для оператора Лапласа, задачи Коши-Адамара для оператора теплопроводности.

3. должен владеть:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

готовность к формулировке задач математической физики и способность их решать.

4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных(ые) единиц(ы) 180 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет и экзамен в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю

Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$, где U – открытое множество из R^n . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.	7	1-2	4	4	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
2.	Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.	7	3-4	4	4	0	
3.	Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$. Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$. Приложение фундаментальных ядер.	7	5-6	4	4	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
4.	Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.	7	7	2	2	0	
5.	Тема 5. Гипоэллиптичность операторов Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптически.	7	8-9	2	2	0	
6.	Тема 6. Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $E_{ps}(R)$. б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). с) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. d) Негипоэллиптичность волнового оператора.	7	10-11	4	4	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
7.	Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.	7	12-13	4	4	0	
8.	Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$, k принадлежит \mathbb{R} , $H_0^k(U)$. Пространство $H^{-k}(U)$. Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{-k}(U)$.	7	14-15	4	4	0	
9.	Тема 9. Пространства $L^2(\mathbb{R}^n)$, Свойства этих пространств.	7	16-17	2	2	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
10.	Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.	7	18-19	4	4	0	
11.	Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.	7	20-21	4	4	0	
13.	Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора A . Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.	7	22-23	4	4	0	
14.	Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.	7	24-25	4	4	0	
15.	Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.	7	26-27	2	2	0	

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
16.	Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.	7	28-29	2	2	0	
17.	Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений	7	30-31	2	2	0	
18.	Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.	7	32-33	2	2	0	
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	экзамен зачет
	Итого			54	54	0	

4.2 Содержание дисциплины

Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$, где U – открытое множество из R^n . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$, где U – открытое множество из R^n . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение.

Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.

Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$. Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$. Приложение фундаментальных ядер.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$. Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$. Приложение фундаментальных ядер.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Приложение фундаментальных ядер.

Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.

Тема 5. Гипоэллиптичность операторов. Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптичен.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Гипоэллиптичность операторов. Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптичен.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Гипоэллиптичность операторов. Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптичен.

Тема 6. Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $E_p(R)$. б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). в) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. г) Негипоэллиптичность волнового оператора.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $E_p(R)$. б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). в) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. г) Негипоэллиптичность волнового оператора.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Теорема о гипоеллиптичности Л. Шварца. а) Гипоеллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $C^\infty(\mathbb{R})$. б) Гипоеллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). в) Гипоеллиптичность оператора теплопроводности. г) Негипоеллиптичность волнового оператора.

Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Приложение интегральной формулы Пуассона.

Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$, k принадлежит \mathbb{R} , $H_0^k(U)$. Пространство $H^{(-k)}(U)$. Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{(-k)}(U)$.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$, k принадлежит \mathbb{R} , $H_0^k(U)$. Пространство $H^{(-k)}(U)$. Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{(-k)}(U)$.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{(-k)}(U)$.

Тема 9. Пространства $L^2(\mathbb{R}^n)$, Свойства этих пространств.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Пространства $L^2(\mathbb{R}^n)$, Свойства этих пространств.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Пространства $L^2(\mathbb{R}^n)$, Свойства этих пространств.

Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.

Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.

Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора А. Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Задача Штурма-Лиувилля для оператора А. Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Задача Штурма-Лиувилля для оператора А. Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.

Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.

лекционное занятие (4 часа(ов)):

Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.

практическое занятие (4 часа(ов)):

Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.

Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.

Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.

Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений

практическое занятие (2 часа(ов)):

Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений

Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.

лекционное занятие (2 часа(ов)):

Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.

практическое занятие (2 часа(ов)):

Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.

4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
1.	Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$, где U – открытое множество из R^n . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.	7	1-2	подготовка к докладу к докладу подготовка	4	доклад
2.	Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.	7	3-4	подготовка к докладу	2	доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$. Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$. Приложение фундаментальных ядер.	7	5-6	подготовка к докладу	2	доклад
4.	Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.	7	7	подготовка к докладу	2	доклад
5.	Тема 5. Гипоэллиптичность операторов Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптичен.	7	8-9	подготовка к докладу	2	доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
6.	Тема 6. Теорема о гипоеллиптичности Л. Шварца. а) Гипоеллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $E_p(\mathbb{R})$. б) Гипоеллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). с) Гипоеллиптичность оператора теплопроводности. d) Негипоеллиптичность волнового оператора.	7	10-11	подготовка к докладу	2	доклад
7.	Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньтоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.	7	12-13	подготовка к докладу	2	доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
8.	Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$, k принадлежит R , $H_0^k(U)$. Пространство $H^{(-k)}(U)$. Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{(-k)}(U)$.	7	14-15	подготовка к докладу	2	доклад
9.	Тема 9. Пространства $L_2(R^n)$, Свойства этих пространств.	7	16-17	подготовка к докладу	2	доклад
10.	Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.	7	18-19	подготовка к докладу	2	доклад
11.	Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.	7	20-21	подготовка к докладу	2	доклад
13.	Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора A . Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.	7	22-23	подготовка к докладу	2	доклад
14.	Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.	7	24-25	подготовка к докладу	2	доклад

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
15.	Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.	7	26-27	подготовка к докладу	2	доклад
16.	Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.	7	28-29	подготовка к докладу	2	доклад
17.	Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений	7	30-31	подготовка к докладу	2	доклад
				подготовка к докладу	2	доклад
18.	Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.	7	32-33			
Итого					36	

5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Рекомендуемые образовательные технологии: лекции, лабораторные занятия, дискуссия и беседа, решение задач, самостоятельная работа студентов, проектная деятельность..

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

Тема 1. Техника ядер. Символика Л. Шварца. Линейный оператор в частных производных с коэффициентами из $Eps(U)$, где U – открытое множество из R^n . Линейный оператор в частных производных с постоянными коэффициентами как частный случай оператора свертки. Транспонированный оператор. Его построение. Понятие решения в смысле обобщенных функций.

доклад , примерные вопросы:

на указанную тему

Тема 2. Сведения из теории ядер. Определение ядра, симметричного ядра, симметрического ядра. Преобразования, порождаемые ядром. Примеры. Регулярные ядра. Определение ядра полурегулярного слева и справа. Определение регулярного ядра. Преобразования, порождаемые регулярным ядром. Пример регулярного ядра. Регуляризирующие ядра (сглаживающие ядра). Стандартный пример регуляризирующего ядра. Сильно регулярные ядра (вполне регулярные ядра). Стандартный пример сильно регулярного ядра.

доклад , примерные вопросы:

на указанную тему

Тема 3. Фундаментальные ядра операторов частных производных с переменными коэффициентами. Определение фундаментального ядра слева для оператора $P(x,D)$. Определение фундаментального ядра справа для оператора $P(x,D)$. Приложение фундаментальных ядер.

доклад , примерные вопросы:

и т д

Тема 4. Соотношение между фундаментальными ядрами и элементарными решениями. Случай операторов с постоянными коэффициентами. Случай операторов с переменными коэффициентами.

доклад , примерные вопросы:

Тема 5. Гипоэллиптичность операторов Определение гипоэллиптичности оператора $P(x,D)$. Теоремы о множестве решений уравнения $P(x,D)T=0$, если $P(x,D)$ гипоэллиптичен.

доклад , примерные вопросы:

Тема 6. Теорема о гипоэллиптичности Л. Шварца. а) Гипоэллиптичность регулярных обыкновенных дифференциальных операторов с коэффициентами из $E_{ps}(R)$. б) Гипоэллиптичность оператора Лапласа (лемма Вейля). в) Гипоэллиптичность оператора теплопроводности. г) Негипоэллиптичность волнового оператора.

доклад , примерные вопросы:

Тема 7. Потенциалы обобщенных функций Определение потенциала. Случай оператора Лапласа. Ньютоновские потенциалы. Свойства потенциалов. Представление решений уравнения Пуассона через потенциалы. Постановка задачи Дирихле в смысле обобщенных функций. Определение функции Грина. Ядро Грина. Теорема об интегральном представлении решения уравнения Пуассона через функцию Грина в предположении ее существования. Приложение интегральной формулы Пуассона. Теорема Лиувилля для гармонических функций.

доклад , примерные вопросы:

на указанную тему

Тема 8. Некоторые сведения из функционального анализа. Пространства С.Л. Соболева. Пространства $H^k(U)$, k принадлежит R , $H_0^k(U)$. Пространство $H^{(-k)}(U)$. Теоремы о изоморфизме и структуре элементов из $H^{(-k)}(U)$.

доклад , примерные вопросы:

на указанную тему

Тема 9. Пространства $L_s^2(R^n)$, Свойства этих пространств.

доклад , примерные вопросы:

и т д

Тема 10. Теорема вложения С.Л. Соболева. Контактное вложение. Теорема Рёлиха-Кондрашова. Понятие следа. Исследование следов. Интегральный след.

доклад , примерные вопросы:

Тема 11. Свойства полупространства. Теорема о следах для полупространств. Задачи Дирихле. Лемма об энергии. Свойства оператора Грина задачи Дирихле.

доклад , примерные вопросы:

Тема 13. Задача Штурма-Лиувилля для оператора А. Неравенство Фридрихса. Понятия, относящиеся к векторно-значимым функциям.

доклад , примерные вопросы:

Тема 14. Задача Коши-Адамара для оператора диффузии. Постановка задачи. Свойства решения. Теорема единственности. Существование и конструирование решения задачи Коши-Адамара.

доклад , примерные вопросы:

Тема 15. Приближенные решения. Априорная оценка. Сходимость приближенных решений. Сходимость приближенных решений по слабой топологии пространства $(0, T)$.

доклад , примерные вопросы:

Тема 16. Метод собственных функций (метод разделения переменных) при решении задачи Коши-Адамара для оператора диффузии.

доклад , примерные вопросы:

Тема 17. Задача Коши-Адамара для волнового уравнения. Свойства решений

доклад , примерные вопросы:

доклад , примерные вопросы:

Тема 18. Понятие векторно-значных обобщенных функций. Существование и конструирование решений.

Тема . Итоговая форма контроля

Примерные вопросы к зачету и экзамену:

Устные ответы, решение задач

7.1. Основная литература:

1. Уравнения математической физики: учебник для вузов / В. С. Владимиров, В. В. Жаринов. ?Издание 2-е, стереотипное. ?Москва: ФИЗМАТЛИТ, 2004. ?400 с.
2. Уравнения математической физики: сборник задач / Р. А. Даишев, Б. С. Никитин; Казан. гос. ун-т, Физ. фак.. ?Казань: [КГУ], 2005. ?80 с.
3. Ильин А.М. Уравнения математической физики: учебное пособие. - М.: Физматлит, 2009. - 192 с. <http://e.lanbook.com/view/book/2181/>
4. Емельянов В.М., Рыбакина Е.А. Уравнения математической физики. Практикум по решению задач. - Санкт-Петербург: Лань, 2008. - 224 с. <http://e.lanbook.com/view/book/140/>
5. Уравнения математической физики. Дополнительные главы : учебное пособие / М. М. Карчевский, М. Ф. Павлова .? Казань : Изд-во Казан. гос. ун-та, 2008 .? 227 с.

7.2. Дополнительная литература:

1. Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу "Уравнения математической физики" / Казан. (Приволж.) федер. ун-т; [сост.: к.ф.-м.н., доц. И. Г. Салехова, к.ф.-м.н. С. Г. Аблаева]. ?Казань: [Казанский (Приволжский) федеральный университет], 2010. ?149 с.:
2. Методическое пособие для проведения практических занятий по курсу "Уравнения математической физики" [Текст: электронный ресурс] / Казан. (Приволж.) федер. ун-т ; [сост.: к.ф.-м.н., доц. И. Г. Салехова, к.ф.-м.н. С. Г. Аблаева] .? Электронные данные (1 файл: 1,47 Мб) .? (Казань : Казанский федеральный университет, 2014) .? Загл. с экрана .? Режим доступа: открытый .
<URL:<http://libweb.kpfu.ru/ebooks/publicat/0-785436.pdf>>.

3. Лекции по уравнениям математической физики / М. М. Карчевский ; Казан. гос. ун-т .? Казань : Казанский государственный университет, 2009 .? 148, [1] с. : ил. ; 21 .? Библиогр. в конце кн. (15 назв.), 200.

7.3. Интернет-ресурсы:

INTRODUCTION AUX EQUATIONS AUX DERIVEES PAR - WWW.LES EQUATIONS AUX DERIVEES PARTIELLES.

meca.unicaen.fr. - www.meca.unicaen.fr/enseignement/Licence/math/cours/html

www. L.Hormander. - The Analysis of linear PARTIAL DIFFERENTIAL OPERATORS.

www.Laurent Schwartz. - Theorie des distributions

WWW.siam.phILADELPHIA - MATHEMATICAL-MODELLING-CLASSROOM-NOTES-IN-APPLIED -MATHEMATICS

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Дополнительные главы уравнений в частных производных" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Доступ к сети Интернет (во время самостоятельной подготовки).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010100.62 "Математика" и профилю подготовки Общий профиль .

Автор(ы):

Салехов Л.Г. _____

Салахудинов Р.Г. _____

"__" _____ 201__ г.

Рецензент(ы):

Агачев Ю.Р. _____

"__" _____ 201__ г.