

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное учреждение  
высшего профессионального образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Институт вычислительной математики и информационных технологий



подписано электронно-цифровой подписью

### Программа дисциплины

Математические модели механики сплошной среды Б3.ДВ.3

Направление подготовки: 010400.62 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: Численные методы

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

**Автор(ы):**

Карчевский М.М.

**Рецензент(ы):**

Задворнов О.А.

**СОГЛАСОВАНО:**

Заведующий(ая) кафедрой: Задворнов О. А.

Протокол заседания кафедры No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Учебно-методическая комиссия Института вычислительной математики и информационных технологий:

Протокол заседания УМК No \_\_\_\_ от " \_\_\_\_ " \_\_\_\_\_ 201\_\_ г

Регистрационный No 9114314

Казань

2014

## Содержание

1. Цели освоения дисциплины
2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы
3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля
4. Структура и содержание дисциплины/ модуля
5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения
6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов
7. Литература
8. Интернет-ресурсы
9. Материально-техническое обеспечение дисциплины/модуля согласно утвержденному учебному плану

Программу дисциплины разработал(а)(и) профессор, д.н. (профессор) Карчевский М.М. кафедра вычислительной математики отделение прикладной математики и информатики, mikhail.Karchevsky@kpfu.ru

### 1. Цели освоения дисциплины

В курсе излагаются основы построения математических моделей механики сплошной среды. Изучаются характеристики движения сплошной среды, выводятся уравнения сплошной среды, кинетической энергии, термодинамика однородных процессов. Выводятся уравнения идеальной жидкости, законы вихревого течения, исследуется вопрос единственности и решения уравнения Навье-Стокса. Рассматриваются основные задачи линейной теории упругости, вариационные принципы линейной теории упругости.

### 2. Место дисциплины в структуре основной образовательной программы высшего профессионального образования

Данная учебная дисциплина включена в раздел " Б3.ДВ.3 Профессиональный" основной образовательной программы 010400.62 Прикладная математика и информатика и относится к дисциплинам по выбору. Осваивается на 4 курсе, 7 семестр.

Дисциплина изучается в первом семестре 4 курса и опирается на общие курсы математического анализа и алгебры

### 3. Компетенции обучающегося, формируемые в результате освоения дисциплины /модуля

В результате освоения дисциплины формируются следующие компетенции:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-4 (профессиональные компетенции)	способностью к профессиональной эксплуатации современного оборудования и приборов (в соответствии с целями ООП магистратуры)
ПК-5 (профессиональные компетенции)	способностью организовывать работу исполнителей, находить и принимать управленческие решения в области организации труда
ПК-6 (профессиональные компетенции)	готовностью к принятию ответственности за свои решения в рамках профессиональной компетенции, способен принимать нестандартные решения, разрешать проблемные ситуации
ПК-7 (профессиональные компетенции)	способностью разрабатывать и исследовать математические модели объектов, систем, процессов и технологий, предназначенных для проведения расчетов, анализа, подготовки решений

В результате освоения дисциплины студент:

4. должен демонстрировать способность и готовность:

уметь ставить основные задачи гидромеханики, линейной теории упругости. Исследовать эти задачи с точки зрения единственности решений. Знать и уметь применять основные приближенные модели линейной теории упругости. Уметь получать точные решения простейших задач линейной теории упругости и давать их содержательную механическую интерпретацию.

### 4. Структура и содержание дисциплины/ модуля

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных(ые) единиц(ы) 72 часа(ов).

Форма промежуточного контроля дисциплины зачет в 7 семестре.

Суммарно по дисциплине можно получить 100 баллов, из них текущая работа оценивается в 50 баллов, итоговая форма контроля - в 50 баллов. Минимальное количество для допуска к зачету 28 баллов.

86 баллов и более - "отлично" (отл.);

71-85 баллов - "хорошо" (хор.);

55-70 баллов - "удовлетворительно" (удов.);

54 балла и менее - "неудовлетворительно" (неуд.).

#### 4.1 Структура и содержание аудиторной работы по дисциплине/ модулю Тематический план дисциплины/модуля

N	Раздел Дисциплины/ Модуля	Семестр	Неделя семестра	Виды и часы аудиторной работы, их трудоемкость (в часах)			Текущие формы контроля
				Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Вспомогательные сведения.	7	1-2	0	4	0	домашнее задание
2.	Тема 2. Кинематика сплошной среды.	7	2-4	0	4	0	домашнее задание
3.	Тема 3. Динамика сплошной среды.	7	4-6	0	4	0	домашнее задание
4.	Тема 4. Определяющие уравнения сплошной среды.	7	6-8	0	4	0	домашнее задание
5.	Тема 5. Гидромеханика.	7	8-11	0	4	0	коллоквиум
6.	Тема 6. Теория упругости.	7	11-13	0	4	0	коллоквиум
7.	Тема 7. Вариационные принципы линейной теории упругости	7	13-15	0	4	0	домашнее задание
8.	Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней	7	15-17	0	4	0	домашнее задание
9.	Тема 9. Задачи об изгибе пластин.	7	17-18	0	4	0	домашнее задание
	Тема . Итоговая форма контроля	7		0	0	0	зачет
	Итого			0	36	0	

#### 4.2 Содержание дисциплины

**Тема 1. Вспомогательные сведения.**

**практическое занятие (4 часа(ов)):**

Сведения из алгебры, анализа, тензорного анализа.

## **Тема 2. Кинематика сплошной среды.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Система отсчета. Деформация тела и ее основные характеристики. Меры деформации. Тензор деформации. Их вычисление в основных системах координат. Уравнения неразрывности. Интегральное уравнение баланса массы.

## **Тема 3. Динамика сплошной среды.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Силы в механике сплошной среды. Интегральные законы движения (принцип Даламбера). Тензор напряжений Коши. Дифференциальные законы движения.

## **Тема 4. Определяющие уравнения сплошной среды.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета. Классификация сплошных сред. Упругое тело. Изотропное упругое тело. Изотропное упругое тело в рамках бесконечно малых деформаций.

## **Тема 5. Гидромеханика.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Идеальная жидкость. Линейно-вязкая жидкость. Уравнения Навье - Стокса. Течения идеальной жидкости. Законы вихревого течения. Безвихревое течение несжимаемой жидкости.

## **Тема 6. Теория упругости.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Упругое тело. Изотропное упругое тело. Определяющие соотношения линейной теории упругости. Основные граничные задачи линейной теории упругости. Теоремы единственности

## **Тема 7. Вариационные принципы линейной теории упругости**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Задачи Ламе (о равновесии полого цилиндра и полого шара). Принцип Сен-Венана в теории стержней. Задача о кручении стержня.

## **Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

введение в теорию сопротивления материалов. Задача об изгибании стержня под действием массовых и поверхностных сил.

## **Тема 9. Задачи об изгибе пластин.**

### **практическое занятие (4 часа(ов)):**

Задачи об изгибе пластин. Модель Кирхгофа-Лява изгиба тонкой упругой изотропной пластины. Вариационный метод сведения к граничным задачам для бигармонического уравнения. Теоремы единственности решений. Примеры точных решения в задачах изгиба пластин. Механическая интерпретация.

## **4.3 Структура и содержание самостоятельной работы дисциплины (модуля)**

<b>N</b>	<b>Раздел Дисциплины</b>	<b>Семестр</b>	<b>Неделя семестра</b>	<b>Виды самостоятельной работы студентов</b>	<b>Трудоемкость (в часах)</b>	<b>Формы контроля самостоятельной работы</b>
1.	Тема 1. Вспомогательные сведения.	7	1-2	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
2.	Тема 2. Кинематика сплошной среды.	7	2-4	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание

N	Раздел Дисциплины	Семестр	Неделя семестра	Виды самостоятельной работы студентов	Трудоемкость (в часах)	Формы контроля самостоятельной работы
3.	Тема 3. Динамика сплошной среды.	7	4-6	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
4.	Тема 4. Определяющие уравнения сплошной среды.	7	6-8	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
5.	Тема 5. Гидромеханика.	7	8-11	подготовка к коллоквиуму	4	коллоквиум
6.	Тема 6. Теория упругости.	7	11-13	подготовка к коллоквиуму	4	коллоквиум
7.	Тема 7. Вариационные принципы линейной теории упругости	7	13-15	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
8.	Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней	7	15-17	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
9.	Тема 9. Задачи об изгибе пластин.	7	17-18	подготовка домашнего задания	4	домашнее задание
	Итого				36	

## 5. Образовательные технологии, включая интерактивные формы обучения

Аудиторные занятия со студентами по данной дисциплине проводятся в виде семинарских занятий.

Кроме того, предусмотрена самостоятельная работа студентов.

## 6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов

### Тема 1. Вспомогательные сведения.

домашнее задание , примерные вопросы:

Решение задач по теме.

### Тема 2. Кинематика сплошной среды.

домашнее задание , примерные вопросы:

Выразить относительное удлинение и изменение косинуса угла через тензор деформаций

### Тема 3. Динамика сплошной среды.

домашнее задание , примерные вопросы:

Дать механическую интерпретацию компонент тензора напряжений в декартовой системе координат.

### Тема 4. Определяющие уравнения сплошной среды.

домашнее задание , примерные вопросы:

Получить из уравнения энергии уравнение теплопроводности твердого тела, полагая, что плотность внутренней энергии пропорциональна температуре, а вектор теплового потока подчиняется закону Фурье

### Тема 5. Гидромеханика.

коллоквиум , примерные вопросы:

Законы вихревого течения Поверхности сильного разрыва. Ударные волны. Уравнение Навье-Стокса

### **Тема 6. Теория упругости.**

коллоквиум , примерные вопросы:

Уравнение движения линейной теории упругости Потенциальная энергия деформации упругого тела Вариационный принцип Лагранжа Вариационный принцип Кастильяно

### **Тема 7. Вариационные принципы линейной теории упругости**

домашнее задание , примерные вопросы:

Задача Ламе для полого шара. Решить стационарную задачу теории упругости для полого изотропного шара, нагруженного внутренним давлением  $P_1$  и внешним давлением  $P_2$ .

### **Тема 8. Элементарная теория изгиба стержней**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу об растяжении стержня.

### **Тема 9. Задачи об изгибе пластин.**

домашнее задание , примерные вопросы:

Решить задачу о равновесии шарнирно опертой по контуру круглой пластины под действием равномерно распределенной нагрузки.

### **Тема . Итоговая форма контроля**

Примерные вопросы к зачету:

Вопросы на зачет

1. Силы в механике сплошной среды. Основные законы движения
2. Деформация тела и ее характеристики.
- 3 Упругое тело.
- 4 Пространственное описание движения. Интегральное уравнение баланса массы
- 5 Градиенты векторных функций векторного аргумента. Определение, вычисление в различных системах координат.
- 6 Определяющие соотношения. Принцип локальности. Принцип независимости от системы отсчета.
7. Дифференцирование векторных и тензорных функций вещественного аргумента.
8. Уравнения равновесия изотропного линейно упругого тела. Вывод уравнений. Постановка граничных условий
- 9 Вывести уравнения изгиба тонкой изотропной упругой пластины.
10. Сформулировать определяющие соотношения линейной теории упругости.

### **7.1. Основная литература:**

1. Шагидуллин, Ростем Рифгатович. Топологические методы в механике сплошной среды: учебное пособие / Р. Р. Шагидуллин; Казан. гос. ун-т. Казань: Изд-во Казанского государственного университета, 2009. 143 с.
2. Механика сплошных сред: Курс лекций. / Шинкин В.Н. - М.: Изд. Дом МИСиС, 2010 -235с. ISBN 978-5-87623-370-7 [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2079](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2079)
3. Математическое моделирование в механике сплошных сред [Электронный ресурс] / Р. Темам, А. Миранвиль; пер. с англ. - 2-е изд.(эл.) - М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. -320с: ил. - (математическое моделирование) ISBN 978 -5-9963-2312-8 [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=50538](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=50538)
4. Плохотников, К. Э. Метод и искусство математического моделирования [Электронный ресурс] : курс лекций / К. Э. Плохотников. - М. : ФЛИНТА, 2012. - 519 с. <http://znanium.com/bookread.php?book=456334>

## 7.2. Дополнительная литература:

1. Карчевский, Михаил Миронович. Математические модели механики сплошной среды: учеб. пособие / М.М. Карчевский, Р.Р. Шагидуллин. - Казань: Казан. гос. ун-т, 2007. - 211 с.: ил.; 20. - Предм. указ.: с. 207-209. - Библиогр.: с. 210-211 (26 назв.). - ISBN 5-98180-355-X, 250
2. Седов, Л. И. Механика сплошной среды: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Механика": [в 2 т.] / Л. И. Седов; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова. - 6-е изд., стер. - СПб.: Лань, 2004. - 22. - (Серия "Классический университетский учебник"). - ISBN 5-8114-0540-5.
3. Прикладная механика сплошных сред: в 3 т. / науч. ред. д.т.н., проф. В.В. Селиванов. - Изд. 3-е, стер. - Москва: Изд-во МГТУ, 2006. - 22. - ISBN 5-7038-2343-9
4. Тарапов, Иван Евгеньевич. Механика сплошной среды: в 3 частях / И. Е. Тарапов. - Харьков: Золотые страницы, 2002. - 24.

## 7.3. Интернет-ресурсы:

- Курс лекций - <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=456334>  
Учебное пособие - <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=364601>  
Учебное пособие - [http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1\\_id=2181](http://e.lanbook.com/books/element.php?pl1_id=2181)  
Учебное пособие - <http://www.znaniium.com/bookread.php?book=392652>  
Учебное пособие - <http://znaniium.com/bookread.php?book=453870>

## 8. Материально-техническое обеспечение дисциплины(модуля)

Освоение дисциплины "Математические модели механики сплошной среды" предполагает использование следующего материально-технического обеспечения:

Лабораторные занятия проводятся в аудитории, оснащенной доской и мелом (маркером).

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВПО и учебным планом по направлению 010400.62 "Прикладная математика и информатика" и профилю подготовки Численные методы .



Автор(ы):

Карчевский М.М. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.

Рецензент(ы):

Задворнов О.А. \_\_\_\_\_

"\_\_" \_\_\_\_\_ 201\_\_ г.