УДК 517.958

Исследование задачи о контакте нити с препятствием[1)]

И.Б. Сидоров, О.А. Иванов

Казанский (Приволжский) федеральный университет
E-mail ildar.badriev@ksu.ru

Введение

Объем статьи не более 5 страниц. Метки должны состоять только из латинских букв и быть оригинальными (например, сначала фамилии авторов). Наименования файлов также должны носить оригинальный характер (см. выше). При трансляции не должно возникать переполнений (overfull). Рисунки оформлять в формате *.eps*

1. Поточечная и вариационная постановки задачи

Рассматривается плоская задача об определении положения равновесия растяжимой абсолютно гибкой нити, закрепленной по краям, находящейся под воздействием внешних сил и ограниченной в перемещениях препятствием. Деформации и перемещения допускаются конечными. Приведена поточечная постановка задачи, на основе которой построена ее вариационная формулировка задачи в виде квазивариационного неравенства и доказана теорема существования. Предложен полуобратный метод построения точных решений для модельных задач, в том числе и с невыпуклым достижимым множеством. В качестве примера рассмотрен случай, когда препятствие имеет форму окружности.

Введем на плоскости декартову систему координат Ox_1x_2 таким образом, чтобы точки закрепления концов нити имели координаты $(0,0)$ и $(d,0)$. Считаем, что длина нити в недеформированном состоянии равна l. Положение нити в плоскости будем описывать вектор-функцией $u(s) = (u_1(s), u_2(s))$, где $0 \leqslant s \leqslant l$ – лагранжева координата, выбранная так, что длина нити, отсчитываемая в недеформированном состоянии от точки $(0,0)$ до текущей, равна s (то есть s – натуральный параметр при описании недеформированной нити). Деформация нити в точке с координатой s характеризуется степенью удлинения $\lambda(s) = |u'(s)| = \sqrt{(u_1{}')^2 + (u_2{}')^2}$. Относительно функции $T(\lambda)$, определяющей зависимость модуля силы натяжения в нити от ее деформации, предполагаем, что она является неотрицательной, непрерывной, неубывающей функцией, равной нулю при $\lambda \leqslant 1$ (то есть оболочка не воспринимает сжимающих усилий). Уравнение равновесия нити, находящейся под воздействием внешних сил в отсутствии препятствия имеет в декартовой системе координат следующий вид (см. [1]):

$$Au = \big(T(\lambda)u'/|u'|\big)' + \lambda\,\tilde{q} + \tilde{f} = 0, \tag{1}$$

где $\tilde{q}$ и $\tilde{f}$ – плотности погонных и массовых сил соответственно.

Предположим, что положение нити ограничено препятствием. Взаимодействие препятствия с нитью учтем, внеся в уравнение (1) дополнительную поверхностную нагрузку P_0 – плотность силы реакции препятствия.

[1)]Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект 00-00-0000) и КЦФЕ Минобразования России (проект Е02-1.0-000, А03-2.8-660).

Имеет место следующая

Теорема 1. *Пусть* $p \geqslant 2$. *Тогда существует по крайней мере одно решение задачи* (1).

Доказательство. Оператор A является непрерывным и потенциальным.

2. Построение точного решения для модельной задачи.

Точное решение будем строить для модельной задачи, когда массовые силы отсутствуют (то есть $\tilde{f} = 0$), а погонная нагрузка является следящей и постоянной (то есть $(\tilde{q}, t) = 0$, $(\tilde{q}, n) \equiv q_0$).

Это решение мы строим полуобратным методом (см. рис. 1).

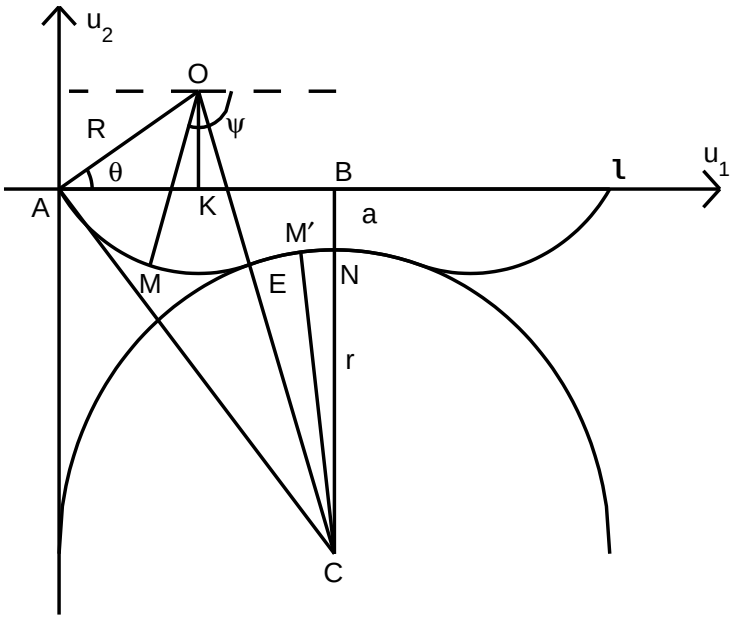

Рис. 1: Красивый рисунок

Список литературы

1. **Ридель В.В., Гулин Б.В.** Динамика мягких оболочек. – М: Наука, 1990. – 206 с.
2. **Петров И.В., Иванов А.И.** Итерационные методы решения задач фильтрации в многослойных пластах при наличии точечного источника// Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. – 2010. – Т. 152. – Кн 4. – С. 39–55.