ФГАОУ ВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

_________________________ Д.К Нургалиев

«____»___________________ 201 г.

Программа кандидатского экзамена по специальности

Отрасль науки Физико-математические науки
Группа специальностей 01.01.00- Математика, специальности:

01.01.02- Дифференциальные уравнения, динамические системы и

Казань
2012

1. Вопросы программы кандидатского экзамена по специальности

01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Раздел 1

Теорема существования и единственности решения задачи Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений.

Гладкость решения задачи Коши по начальным данным и параметрам, входящим в правые части системы уравнений. Продолжение решения.

Общая теория линейных уравнений и систем (область существования решения, фундаментальная матрица Коши, формула Лиувилля – Остроградского, метод вариации постоянных и др.).

Автономные системы уравнений. Положения равновесия. Предельные циклы.

Устойчивость по Ляпунову. Теорема Ляпунова об устойчивости положения равновесия по первому приближению.

Задачи оптимального управления. Принцип максимума Понтрягина (без доказательства), приложение к задачам быстродействия для линейных систем.

Краевая задача для линейного уравнения или системы уравнений. Функция Грина. Представление решения краевой задачи.

Задача Штурма – Лиувилля для уравнения второго порядка. Свойства собственных функций.

Системы обыкновенных дифференциальных уравнений с комплексными аргументами. Доказательство теоремы существования и единственности аналитического решения методом мажорант.

Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. Теорема существования и единственности решения при условиях Каратеодори.

Линейные и квазилинейные уравнения с частными производными первого порядка. Характеристики. Задача Коши. Теория Гамильтона – Якоби.

Раздел 2

Системы уравнений с частными производными типа Ковалевской. Аналитические решения. Теория Коши – Ковалевской.

Классификация линейных уравнений второго порядка на плоскости. Характеристики.

Задача Коши и начально-краевые задачи для волнового уравнения и методы их решения. Свойства решений (характеристический конус, конечность скорости распространения волн, характер переднего и заднего фронтов волны и др.)

Задачи Дирихле и Неймана для уравнения Пуассона и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, гладкость, теоремы о среднем и др.)

Задача Коши и начально-краевые задачи для уравнения теплопроводности и методы их решения. Свойства решений (принцип максимума, бесконечная скорость распространения, функция источника и др.)

Обобщенные функции. Свертка обобщенных функций, преобразование Фурье.

Пространства Соболева W_p^m. Теоремы вложения, следы функций из W_p^m на границе области.

Обобщенные решения краевых задач для эллиптического уравнения второго порядка. Задачи на собственные функции и собственные значения.

Псевдодифференциальные операторы (определение, основные свойства).

Нелинейные гиперболические уравнения. Основные свойства.

Монотонные нелинейные эллиптические уравнения. Основные свойства.

Монотонные нелинейные параболические уравнения. Основные свойства.

2. ***Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы кандидатского экзамена по специальности***

01.01.02 – Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Основная литература

1. Владимиров В.С., Жаринов В.В. Уравнения математической физики. – М.: Физматлит, 2008.
2. Лионс Ж.-Л. Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. – М.: Мир, 2002.
3. Михайлов В.П. Дифференциальные уравнения в частных производных. – М.: Наука, 1983.
4. Пикулин В.П., Похожаев С.И. Практический курс по уравнениям математической физики. – М.: Наука, 1995.
5. Понтрягин Л.С. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1998 (и последующие издания).
6. Математическая теория оптимальных процессов / Л.С. Понтрягин, В.Г. Болтянский, Р.В. Гамкрелидзе, Е.Ф. Мищенко. – М.: Наука, 1963 (и последующие издания).
7. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики. – М.: ГИТТЛ, 1953 (и последующие издания).
8. Трикоми Ф. Дифференциальные уравнения. – М.: Изд-во иностр. лит., 1962.
9. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1980.
10. Филиппов А.Ф. Дифференциальные уравнения с разрывной правой частью. – М.: Физматлит., 1985.

Дополнительная литература

1. Арнольд В.И. Обыкновенные дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 2000.
2. Мартинсон Л.К., Малов Ю.И. Дифференциальные уравнения математической физики. – М.: Изд-во МГТУ, 1996.
3. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. – М.: Наука, 1961.
4. Тихонов А. Н., Васильева А. Б., Свешников А. Г. Дифференциальные уравнения. – М.: Наука, 1985.
5. Шубин М.А. Псевдодифференциальные операторы и спектральная теория. – М.: Наука, 1978, Добросвет, 2005.

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ от 21 декабря 2011 г., протокол № 5.

С О Г Л А С О В А Н О

Директор Институтаматематики
и механики им. Н.И. Лобачевского ___________ В.А. Чугунов
(подпись)

Зав. отд. аспирантуры и докторантуры _____________ Е.М. Нуриева
(подпись)