ФГАОУ ВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

____________________ Д.К Нургалиев

« ____ » __________________ 201 г.

Программа кандидатского экзамена по специальности

Отрасль науки Физико-математические науки

Группа специальностей 01.01.00- Математика, специальности:

01.01.06- Математическая логика, алгебра и теория чисел

Казань
2012

ФГАОУ ВПО "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

1. Вопросы программы кандидатского экзамена по специальности

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

1. Математическая логика и теория алгоритмов

1. Понятие алгоритма и его уточнения. Вычислимость по Тьюрингу, частично рекурсивные функции, рекурсивно перечислимые и рекурсивные множества. Тезис Чёрча.
2. Универсальные вычислимые функции. Существование перечислимого неразрешимого множества. Алгоритмические проблемы.
3. Построение полугруппы с неразрешимой проблемой распознавания равенства.
4. Классы P и NP. Полиномиальная сводимость и NP-полные задачи. Теорема об NP-полноте задачи. Выполнимость.
5. Логика высказываний. Представимость булевых функций формулами логики высказываний. Конъюнктивные и дизъюнктивные нормальные формы.
6. Исчисление высказываний. Полнота и непротиворечивость.
7. Логика предикатов. Приведение формул логики предикатов к предварённой нормальной форме.
8. Исчисление предикатов. Непротиворечивость. Теорема о дедукции.
9. Полнота исчисления предикатов. Теорема Мальцева о компактности.
10. Элементарные теории классов алгебраических систем. Категоричные в данной мощности теории. Теорема о полноте теории, не имеющей конечных моделей и категоричной в бесконечной мощности.
11. Разрешимые теории. Теория плотного линейного порядка.
12. Формальная арифметика. Теорема о представимости вычислимых функций в формальной арифметике (без доказательства).
13. Теорема Гёделя о неполноте формальной арифметики. Теорема Тарского о невыразимости арифметической истинности в арифметике.
14. Неразрешимость алгоритмической проблемы выводимости для арифметики и логики предикатов.
15. Аксиоматическая теория множеств. Порядковые числа, принцип трансфинитной индукции. Аксиома выбора.

2. Алгебра

1. Теоремы Силова.
2. Простота группы $A_n, n \geq 5$ и SO_3.
3. Свободные группы и определяющие соотношения.
4. Основная теорема о конечно-порожденных абелевых группах.
5. Алгебраические расширения полей. Теорема о примитивном элементе. Поле разложения многочлена. Основная теорема теории Галуа.
6. Конечные поля, их подполя и автоморфизмы.
7. Радикал кольца. Структурная теорема о полупростых кольцах с условием минимальности.
8. Группа Брауэра. Теорема Фробениуса.
9. Нетеровы кольца и модули. Теорема Гильберта о базисе.

10. Алгебры Ли. Простые и разрешимые алгебры. Теорема Ли о разрешимых алгебрах. Теорема Биркгофа-Витта.
11. Основы теории представлений. Теорема Машке. Одномерные представления. Соотношения ортогональности.
12. Алгебраические системы. Свободные алгебры. Многообразие алгебр. Теорема Биркгофа.
13. Решетки. Модулярные решетки. Дистрибутивные решетки и булевы алгебры. Теорема Стоуна о булевых алгебрах.

3. Теория чисел

1. Квадратичный закон взаимности.
2. Первообразные корни и индексы.
3. Неравенства Чебышева для функции $\pi(x)$.
4. Дзета-функция Римана. Асимптотический закон распределения простых чисел.
5. Характеры и L-функции. Теорема Дирихле о простых числах в арифметической прогрессии.
6. Тригонометрические суммы. Модуль гауссовой суммы. Полные тригонометрические суммы и число решений сравнений.
7. Критерий Вейля равномерного распределения. Теорема Вейля о последовательности значений многочлена.
8. Модулярная группа и модулярные функции. Теорема о строении алгебры модулярных форм.
9. Представление целых чисел унимодулярными квадратичными формами.
10. Приближение вещественных чисел рациональными дробями. Теорема Лиувилля о приближении алгебраических чисел рациональными дробями. Примеры трансцендентных чисел.
11. Трансцендентность чисел e и π.

2. ***Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы кандидатского экзамена по специальности***

01.01.06 – Математическая логика, алгебра и теория чисел

Основная литература

1. Колмогоров А.Н., Драгалин А.Г. Математическая логика. 3-е изд. – М.: КомКнига, 2006.
2. Ершов Ю.Л., Палютин Е.А. Математическая логика. 3-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2004.
3. Ван дер Варден Б.Л. Алгебра. 3-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2004.
4. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Ч. 3. Основные структуры алгебры. – М.: Физматлит, 2000.
5. Винберг Э.Б. Курс алгебры. – М.: Факториал Пресс, 2002.
6. Виноградов И.М. Основы теории чисел. 11-е изд. – Санкт-Петербург: Лань, 2006.

Дополнительная литература

1. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. 2-е изд. – М.: Наука, 1986.
2. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. 3-е изд. – М.: Наука, 1984.

3. Новиков П.С. Элементы математической логики. 2-е изд. – М.: Наука, 1973.
4. Ершов Ю.Л. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. – М.: Наука, 1980.
5. Скорняков Л.А. Элементы общей алгебры. – М.: Наука, 1983.
6. Мальцев А.И. Алгебраические системы. – М.: Наука, 1970.
7. Ленг С. Алгебра. – М.: Мир, 1968.
8. Джекобсон Н. Алгебры Ли. – М.: Мир, 1964.
9. Боревич З.И., Шафаревич И.Р. Теория чисел. – М.: Наука, 1985.
10. Галочкин А.И., Нестеренко Ю.В., Шидловский А.Б. Введение в теорию чисел. – М.: Изд-во МГУ, 1995.
11. Карацуба А.А. Основы аналитической теории чисел. – М.: Наука, 1983.
12. Кейперс Л., Нидеррейтер Г. Равномерное распределение последовательностей. – М.: Наука, 1985.
13. Коробов Н.М. Тригонометрические суммы и их приложения. – М.: Наука, 1989.
14. Серр Ж.П. Курс арифметики. – М.: Мир, 1972.

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ от 21 декабря 2011 г., протокол № 5.

С О Г Л А С О В А Н О

Директор Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского	________________ (подпись)	В.А. Чугунов
Зав. отд. аспирантуры и докторантуры	____________ (подпись)	Е.М. Нуриева