МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГАОУВПО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по научной деятельности

_______________ Д.К. Нургалиев

« 20 » февраля 2012 г.

Программа кандидатского экзамена

Научная специальность:
01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

Кафедра математического анализа

Казань 2012 г.

1. Вопросы программы кандидатского экзамена по специальности 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

.

1.ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ ДЕЙСТВИТЕЛЬНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1.Мера, измеримые функции, интеграл

Аддитивность и счетнаяаддитивность меры. Лебегово продолжение меры. Измеримые функции. Сходимость по мере и почти всюду. Теоремы Егорова и Лузина. Интеграл Лебега. Предельный переход под знаком интеграла. Сравнение с интегралом Римана. Прямые произведения мер. Теорема Фубини.

2. Неопределенный интеграл Лебега. Теория дифференцирования

Дифференцирование монотонной функции. Функция с ограниченным измерением. Производная неопределенного интеграла Лебега. Восстановление функции по ее производной. Абсолютно непрерывные функции. Интеграл Лебега как функция множества. Теорема Радона – Никодима. Интеграл Стилтьеса.

3. Пространства суммируемых функций

Пространства L_p. Ортогональные системы функций вL_2. Ряды по ортогональным системам.

4. Тригонометрические ряды. Преобразование Фурье.

Условия сходимости ряда Фурье. Представление функций сингулярными интегралами. Единственность разложения функции в тригонометрический ряд. Преобразование Фурье в пространствах L_1 и L_2.Теорема Планшереля. Преобразования Лапласа. Преобразование Фурье – Стилтьеса.

5. Дифференцируемые многообразия и дифференциальные формы

Дифференцируемые многообразия. Дифференциальные формы. Формула Стокса.

2. ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

1. Интегральные представления аналитических функций

Интегральная теорема Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем. Принцип максимума модуля. Лемма Шварца. Интеграл типа Коши. Формулы Сохоцкого.

2. Ряды аналитических функций. Особые точки. Вычеты

Равномерно сходящиеся ряды аналитических функций; теоремы Вейерштрасса. Разложение аналитических функций в ряды Тейлора и Лорана, неравенства Коши. Нули аналитических функций. Теорема единственности. Изолированные особые точки(однозначного характера). Вычеты, теорема Коши о вычетах. Вычисление интегралов с помощью вычетов. Принцип аргумента. Теорема Руше. Теорема Рунге о приближении аналитических функций многочленами. Полиномы Фабера. Разложение аналитических функций в ряды по полиномам Фабера, скорость сходимости.

3.Целые и мероморфные функции

Рост целой функции. Порядок и тип. Теорема Вейерштрасса о целых функциях с заданными нулями; разложение целой функции в бесконечное произведение. Случай целых функций конечного порядка, теорема Адамара. Теорема Миттаг-Леффлера о мероморфных функциях с заданными полюсами и главными частями.

4.Конформные отображения

Конформные отображения, осуществляемые элементарными функциями. Принцип сохранения области. Критерии однолистности. Теорема Римана. Теоремы о соответствии границ при конформных отображениях.

5.Аналитическое продолжение

Аналитическое продолжение и полная аналитическая функция (в смысле Вейерштрасса), Понятие римановой поверхности. Продолжение вдоль кривой. Теорема о монодромии. Изолированные особые точки аналитических функций, точки ветвления конечного и бесконечного порядка. Принцип симметрии. Отображение многоугольников, формула Кристоффеля – Шварца. Модулярная функция. Нормальные семейства, критерий нормальности. Теорема Пикара.

3.ФУНКЦИОНАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ

1.Метрические и топологические пространства

Сходимость. Полнота и пополнение метрического пространства. Сепарабельность. Принцип сжимающих отображений Компактность в метрических и топологических пространствах.

2.Нормированные и топологические линейные пространства.

Линейные пространства. Выпуклые множества и выпуклые функционалы, теорема Хана – Банаха. Нормированные пространства. Евклидовы пространства. Топологические линейные пространства.

3.Линейные функционалы и линейные операторы

Непрерывные линейные функционалы. Общий вид линейных функционалов в основных функциональных пространствах. Сопряженное пространство. Слабая топология и слабая сходимость. Линейные операторы. Пространство линейных, ограниченных операторов. Компактные(вполне непрерывные) операторы.

4.Гильбертовы пространства. Спектральная теория самосопряженных операторов

Теория ограниченных операторов. Пространства иl_2и L_2. Неограниченные операторы.

5.Элементы дифференциального исчисления в линейных пространствах

Дифференцирование в линейных пространствах. Сильный и слабый дифференциалы. Производная и дифференциалы высших порядков. Экстремальные задачи для дифференцируемых Функционалов. Метод Ньютона.

6.Обобщенные функции

Основные и обобщенные функции. Дифференцирование обобщенных функций. Прямое произведение и свертка обобщенных функций. Обобщенные функции медленного роста. Преобразование Фурье обобщенных функций медленного роста. Преобразование Лапласа обобщенных функций (операционное исчисление).

2. ***Учебно-методическое обеспечение и информационное обеспечение программы кандидатского экзамена по специальности*** 01.01.01 – вещественный, комплексный и функциональный анализ

Основная литература

1. Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. Изд. 7-е. – М.: Физматлит, 2006.

2. Лаврентьев И.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. – М., Наука,1987.

3. Шабат Б.В, Введение в комплексный анализ. Часть 1. – М., 2004.

4. Владимиров В.С. Уравнения математической физики. – М.:Наука, 1988.

5. Никольский С.М. Курс математического анализа, Т. 2.– М.: Наука, 1991.

6. Привалов И.И. Введение в теорию функций комплексного переменного. – М.:Высш. шк., 1999.

7. Натансон И.П. Теория функций вещественной переменной. – М., Наука,1974.

8. Рудин У. Основы математического анализа. – М.: Мир,1976.

Дополнительная литература

1. Шерстнев А.Н. Конспект лекций по математическому анализу. – Казань: КГУ, 2005.

2. Маркушевич А.И. Теория аналитических функций, т. 1,2. – М., Наука, 1967-1968.

3.Смирнов В.И. Курс высшей математики, Т. 5. – М., Фиэматгиз, 1959.

4. Спивак М. Математический анализ на многообразиях. – М.: Мир, 1968.

Программа одобрена на заседании Учебно-методической комиссии Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского КФУ от 21 декабря 2011 г., протокол № 5.

С О Г Л А С О В А Н О

Директор Института		В.А. Чугунов
	(подпись)	(Ф.И.О.)
Зав. кафедрой математического анализа		С.Р. Насыров
	(подпись)	(Ф.И.О.)
Зав. отд. аспирантуры и докторантуры		Е.М. Нуриева