

КАЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ

Б.Н. КАЗАКОВ

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ
ИЗЛУЧЕНИЯ С РЕЗОНАНСНОЙ
СРЕДОЙ

Учебное пособие

Казань – 2006

УДК 535(075.8)

Печатается по решению
Редакционно-издательского совета
физического факультета Казанского университета

Научный редактор
д.ф.- м.н., зав. кафедрой квантовой электроники
и радиоспектроскопии физического
факультета Казанского госуниверситета
М.С. Тагиров

Рецензент
старший научный сотрудник КФТИ РАН
Н.К. Соловаров

Казаков Б.Н. Взаимодействие излучения с резонансной средой:
Учебное пособие к спецпрактикуму «Квантовая электроника»
для студентов четвертого курса и магистрантов физического факуль-
тета. Казань: КГУ, 2006. 32 с.

Издание подготовлено при поддержке ФЦП «ИНТЕГРАЦИЯ»

© Казанский государственный
университет, 2006
© Физический факультет, 2006

Оптические квантовые генераторы (лазеры) являются предметом исследования нового направления фундаментальной и прикладной физики — квантовой электроники. **Квантовая электроника** — это современная область науки и техники, исследующая и применяющая квантовые явления для генерации, усиления и преобразования когерентных электромагнитных волн и использующая их. На основе квантовой электроники как науки быстро формируется лазерная техника. В понятие **лазерной техники** входят научные рекомендации и технические решения, при реализации которых создаются разнообразные приборы квантовой электроники. Эти приборы генерируют электромагнитное излучение, усиливают и формируют его, а также преобразуют спектр лазерного излучения. Кроме того, лазеры применяются для отображения и преобразования информации.

Основные уравнения квантовой электроники хорошо известны. Это уравнения квантовой электродинамики, квантовой механики и статистической физики. Строгое и последовательное рассмотрение взаимодействия электромагнитного излучения с веществом возможно только при квантовом подходе к описанию электромагнитного поля и вещества. Однако большая часть эффектов квантовой электроники достаточно точно описывается полуклассической теорией излучения, в которой квантуется лишь вещество, а электромагнитное поле рассматривается с помощью классических уравнений. К сожалению, из-за математической сложности только небольшое число задач решено при помощи этой теории.

Более простыми уравнения квантовой электроники получаются при феноменологической теории Эйнштейна, использующей вероятностный подход, так называемые кинетические уравнения. Кинетические уравнения позволяют получить приближенные оценки. Если же нелинейные эффекты малы (например, вблизи порога генерации), то кинетические уравнения применимы всегда.

I. ПОЛУФЕНОМЕНОЛОГИЧЕСКАЯ ТЕОРИЯ ИЗЛУЧЕНИЯ ЭЙНШТЕЙНА

В 1917 г. Эйнштейн показал, что состояние термодинамического равновесия между излучением и веществом, при котором распределение энергии излучения по частоте подчиняется закону Планка, а распределение атомов по возбужденным состояниям описывается Больцмановским распределением, можно объяснить, постулируя следующие три процесса, связывающие излучение с веществом.

Рассмотрим систему взаимодействующих атомных частиц. Для определенности выберем два энергетических состояния E_n и E_m , причем $E_m > E_n$. Переход из одного состояния в другое согласно законам квантовой механики возможен, если в излучении присутствуют компоненты с частотами, удовлетворяющими правилу Бора: $\hbar\omega_{mn} = E_m - E_n$. Согласно закону сохранения энергии $\hbar\omega + E = \hbar\omega' + E'$, поэтому возможны три типа взаимодействия.

1. Спонтанное испускание фотона

В этом взаимодействии фотоны с энергией $\hbar\omega \neq E_m - E_n$ не участвуют, поэтому можно положить $\hbar\omega = 0$:

$$E = E_m; E' = E_n; E_m = E_n + \hbar\omega'; \hbar\omega' = E_m - E_n = \hbar\omega_{mn}.$$

В результате взаимодействия система перешла из более высокого в более низкое энергетическое состояние с испусканием кванта света.

Спонтанный процесс на первый взгляд кажется очевидным, поскольку любая система стремится к минимуму потенциальной энергии. Однако все разрешенные состояния атома являются стационарными, т.е. при отсутствии каких-либо взаимодействий стабильными, устойчивыми. Причины спонтанного испускания выясняются квантовой электродинамикой, согласно которой спонтанные переходы возникают вследствие взаимодействия электронов в атоме с фотонным вакуумом или нулевыми колебаниями электромагнитного поля. Управлять этим процессом невозможно, и в этом смысле спонтанный переход происходит самопроизвольно, случайно во времени. Случайный характер носят и направление распространения фотона, его поляризация, а частота ω_{mn} изменяется в некоторых пределах.

По аналогии с радиоактивным распадом Эйнштейн ввел вероятность спонтанного перехода A_{mn} — число переходов в единицу времени в расчете на один атом. Величина A_{mn} имеет размерность с^{-1} и называется *коэффициентом Эйнштейна* для спонтанных переходов.

Он связан со временем жизни возбужденного состояния в отсутствие безызлучательных переходов простым соотношением: $\tau = A_{mn}^{-1}$.

2. Резонансное поглощение фотона

В результате взаимодействия система перешла из более низкого в более высокое энергетическое состояние с поглощением кванта света:

$$E = E_n, \quad E' = E_m, \quad \hbar\omega = \hbar\omega_{mn} = E_m - E_n, \quad \hbar\omega + E_n = E_m.$$

Поглощение фотона происходит под воздействием внешнего возмущения, которым является электромагнитное поле. Поэтому вероятность поглощения фотона с частотой ω_{mn} пропорциональна спектральной плотности излучения $\rho_{mn}(\omega)$ и равна $B_{nm} \cdot \rho_{mn}(\omega)$. Коэффициент Эйнштейна B_{nm} имеет размерность $\text{Дж}^{-1} \text{см}^3 \text{с}^{-2}$.

3. Вынужденное испускание фотона

В результате взаимодействия система перешла из более высокого в более низкое энергетическое состояние с испусканием кванта света:

$$E = E_m, \quad E' = E_n, \quad \hbar\omega = \hbar\omega_{mn}, \quad \hbar\omega_{mn} + E_m = E_n + \hbar\omega_{mn} + \hbar\omega', \quad \hbar\omega' = \hbar\omega_{mn}.$$

Вероятность индуцированного излучения, как и вероятность поглощения, пропорциональна интенсивности возмущавшего фактора: $B_{mn} \cdot \rho_{mn}(\omega)$. Принципиально важным является то, что излученный фотон неразличим с фотоном, индуцировавшим этот процесс, — оба фотона имеют одну и ту же частоту, фазу, поляризацию и распространяются в одном направлении. Следовательно, **вынужденное излучение когерентно**.

Три коэффициента Эйнштейна A_{mn} , B_{nm} и B_{mn} определены как феноменологические константы, не зависящие от ρ_{mn} . Вопрос о связи коэффициентов Эйнштейна с внутренним строением атома выходит за рамки теории Эйнштейна. Этот вопрос полностью решен квантовой механикой, и разработанные в ней методы позволяют рассчитывать значения коэффициентов Эйнштейна практически для любого перехода, исходя из свойств уровней m и n .

Определим связь между коэффициентами A_{mn} , B_{nm} и B_{mn} . Для этого, следуя Эйнштейну, рассмотрим атомарный газ, находящийся в замкнутой полости, стенки которой испускают и поглощают электромагнитное излучение. Рассматриваемая система будет находиться в

термодинамическом равновесии, если газ и излучение обладают одной и той же температурой, атомы подчиняются распределению Максвелла-Больцмана, а излучение — распределению Планка.

Равновесное распределение по энергиям внутри системы обеспечивается за счет статистической компенсации всех прямых и обратных переходов (**принцип детального равновесия**), постоянного перераспределения энергии внутри системы. Сказанное означает, что число переходов из состояний $n \rightarrow m$ при поглощении энергии, определяемое как произведение числа состояний N_n с энергией E_n на вероятность соответствующего индуцированного перехода, должно равняться аналогичному числу переходов из состояний $m \rightarrow n$ при спонтанном и индуцированном излучении:

$$N_n \cdot B_{nm} \cdot \rho_{mn}(\omega) = N_m \cdot [A_{mn} + B_{mn} \cdot \rho_{mn}(\omega)]. \quad (1)$$

В условиях равновесия распределение частиц по энергетическим уровням подчиняется закону Больцмана:

$$\frac{N_m}{N_n} = \frac{q_m}{q_n} \cdot \exp\left[-\frac{(E_m - E_n)}{kT}\right],$$

где q_m и q_n — **статистические веса** уровней, которые показывают, сколько независимых состояний атомной системы имеют одну и ту же энергию. Тогда распределение энергии по спектру, определенное из (1), имеет вид:

$$\rho_{mn}(\omega) = \frac{A_{mn}}{B_{mn}} \cdot \left\{ \frac{B_{nm} \cdot q_n}{B_{mn} \cdot q_m} \cdot \exp\left(\frac{\hbar\omega_{mn}}{kT}\right) - 1 \right\}^{-1}.$$

Этот результат должен согласовываться с формулой Планка для плотности энергии излучения при тепловом равновесии:

$$\rho(\omega) = \frac{\omega^2}{\pi^2 \cdot c^3} \cdot \hbar\omega \cdot \left[\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1 \right]^{-1}. \quad (2)$$

Выражения для спектральной плотности излучения равны друг другу при всех температурах только тогда, когда выполняются соотношения:

$$A_{mn} = \frac{\omega^2}{\pi^2 \cdot c^3} \cdot \hbar\omega \cdot B_{mn}; \quad B_{mn} \cdot q_m = B_{nm} \cdot q_n; \quad \omega = \omega_{mn} = \frac{1}{\hbar} \cdot (E_m - E_n). \quad (3)$$

Напомним, что величина $\omega^2/\pi^2 \cdot c^3$ определяет число осцилляторов (типов волн, колебаний или мод) в единичном спектральном интервале.

Полуфеноменологическая теория Эйнштейна

взаимодействия электромагнитного излучения с веществом

Основана на следующих гипотезах, постулатах и принципах:

1. Гипотеза Планка — квантования энергии электромагнитного поля; (1900 г.) и распределении

$$\rho(\omega) = \hbar\omega \cdot \frac{\omega^2}{\pi^2 c^3} \cdot \left(\exp\left(\frac{\hbar\omega}{kT}\right) - 1 \right)^{-1};$$

2. Гипотеза Эйнштейна (1905 г.) — квантования поля излучения, фотон (Г. Льюис, 1929 г.);
3. Постулаты Бора.

I. E_n, τ — метастабильные состояния;

II. $\hbar\omega = E_n - E_m; E_n > E_m$;

III. $2\pi r = n\lambda_{\text{дебройля}} = n \frac{h}{p} = n \frac{h}{mv}$; $mvr = n\hbar$.

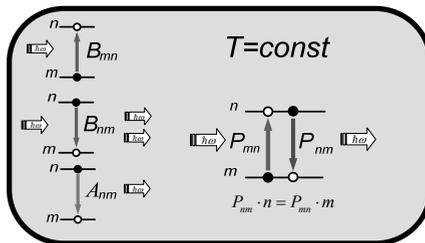
4. Принцип детального равновесия — для макро системы, находящейся в равновесии, число микроскопических процессов данного типа в единицу времени точно равно числу обратных процессов того же типа в единицу времени: $P_{mn} \cdot m \equiv P_{nm} \cdot n$.

5. Равновесное распределение Больцмана

$$\frac{n_n}{q_n} = \frac{n_m}{q_m} \cdot \exp\left(\frac{E_n - E_m}{kT}\right), \quad q_n, q_m \text{ — кратность вырождения.}$$

6. Закон сохранения энергии: $\hbar\omega + E = \hbar\omega' + E'$.

7. Вероятностное описание взаимодействия света с веществом: $dw_{ij} \propto dt$.



Выводы:

$$\rho_{mn}(\omega) = \frac{A_{mn}}{B_{mn}} \left\{ \frac{B_{mn} \cdot q_m}{B_{nm} \cdot q_n} \cdot e^{\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}} - 1 \right\}^{-1} = \rho(\omega) \Rightarrow \omega = \omega_{nm} = \frac{E_n - E_m}{\hbar};$$

$$B_{mn} q_m = B_{nm} q_n; \quad A_{nm} = \frac{\omega^2}{\pi c^3} \cdot \hbar\omega \cdot B_{nm}; \quad \frac{A_{nm}}{B_{nm} \cdot \rho_{nm}(\omega)} = e^{\frac{\hbar\omega}{kT}} - 1$$

Таким образом, три коэффициента Эйнштейна взаимосвязаны. Полученные соотношения (3) являются общими и не зависят от внешних условий и типа вещества.

Рассмотрим отношение скоростей спонтанного и индуцированного излучения:

$$\frac{A_{mn}}{B_{mn} \cdot \rho_{mn}(\omega)} = \exp\left(\frac{\hbar\omega_{nm}}{kT}\right) - 1 = \frac{1}{\bar{n}_{\omega_{mn}}}. \quad (4)$$

Как видим, это отношение обратно пропорционально среднему числу фотонов в данной моде $\bar{n}_{\omega_{mn}}$. В видимой области спектра, как правило, $\hbar\omega_{nm} \gg kT$ и $\bar{n}_{\omega_{mn}}$ мало по сравнению с единицей. Отсюда следует, что обычно в поле теплового излучения спонтанное испускание в моду значительно превосходит индуцированное.

Напомним, что кванты электромагнитного излучения — фотоны — подчиняются статистике Бозе-Эйнштейна. Поэтому число фотонов, которые могут приходиться на одну моду, т.е. обладать одним и тем же значением частоты, фазы и т.д., — неограниченно. Следовательно, принципиально возможны такие неравновесные состояния, в которых большая часть энергии излучения сконцентрирована в нескольких модах. В этих модах вынужденное испускание будет преобладать над спонтанными переходами. В результате интенсивность индуцирующей, т.е. исходной, электромагнитной волны будет нарастать, а ее фаза, частота и т.д. будут оставаться неизменными. Именно такое неравновесное состояние и реализуется в лазерах.

При выводе коэффициентов Эйнштейна мы неявно учитывали, что при тепловом равновесии поле излучения изотропно и интенсивность его медленно меняется с частотой: $\rho(\omega) \approx \text{const}$. Поэтому коэффициенты A_{mn} , B_{mn} и B_{nm} являются интегральными коэффициентами.

II. ФОРМА И ШИРИНА СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ

В предыдущем разделе мы предполагали, что в соответствии с постулатом Бора $\omega_{mn} = (E_m - E_n)/\hbar$, и поэтому спектр оптического перехода должен представлять бесконечно узкую спектральную линию, т.к. ширина энергетических уровней в этом соотношении не обусловлена, а подразумевается бесконечно малой. Ширина энергетиче-

ского уровня ΔE и время жизни Δt квантовой частицы на этом уровне связаны соотношением неопределенности $\Delta E \cdot \Delta t \geq \hbar$. Релаксационные процессы, устанавливающие равновесное распределение квантовых систем по энергиям внутри ансамбля, приводят к конечному времени жизни возбужденных состояний. В результате спектральные линии, соответствующие оптическим переходам, будут обладать конечной шириной. Распределение интенсивности излучения (поглощения) по частоте в пределах данной линии характеризуется функцией $g(\omega)$, которая называется **форм-фактором** спектральной линии или просто формой линии. Эта функция нормирована:

$$\int_{-\infty}^{+\infty} g(\omega) \cdot d\omega = 1.$$

В реальных квантовых системах существует ряд факторов, приводящих к уширению их энергетических уровней и, соответственно, к уширению спектральных линий. Рассмотрим наиболее характерные из них.

Одной из основных причин, приводящих к уширению спектральных линий, являются **релаксационные процессы**. Механизм релаксации сильно зависит от вида конкретной системы. Это может быть диффузия, столкновения, взаимодействия между ионами и решеткой кристалла, излучение и т.д. В конечном счете, результатом действия релаксационных процессов является постоянный обмен энергией между подсистемой рассматриваемых частиц и тепловым движением во всей системе в целом, приводящий к термодинамическому равновесию между ними.

В отсутствие внешних воздействий спонтанное излучение определяет время жизни возбужденного состояния. Поэтому наименьшая возможная, так называемая естественная ширина линии определяется вероятностью спонтанного перехода A_{mn} : $\Delta\omega_{\text{ест}} = A_{mn}$. Естественная ширина, как правило, существенна только на очень высоких частотах, так как $A_{mn} \propto \omega^3$. Типичное значение естественной ширины в видимой области спектра порядка 10^8 Гц или $3 \cdot 10^{-3}$ см⁻¹.

В предыдущем разделе мы показали, что излучательная релаксация за счет спонтанных и индуцированных переходов приводит к равновесию систему квантовых частиц, взаимодействующих с электромагнитным полем. В системах с дискретными уровнями энергии, кроме индуцированных и спонтанных переходов, существенную роль

играют безызлучательные релаксационные переходы, возникающие при взаимодействии квантовой частицы с ее окружением. **Безызлучательные процессы** можно разделить на два типа.

Процессы первого типа приводят к потере энергии частицами и характеризуются так называемым временем продольной релаксации T_1 . Параметр T_1 определяет время релаксации населённостей уровней, т.е. средней энергии.

Процессы второго типа не изменяют населенность системы. Такие взаимодействия увеличивают степень беспорядка, разрушают фазовые соотношения между составляющими ансамбль частицами. Время поперечной релаксации T_2 определяет время фазовой памяти или время передачи энергии от частицы к частице по уровню. Взаимодействия первого типа также приводят к потере фазовых соотношений. Следовательно, $T_2 < T_1$. Так как время T_2 является самым коротким временем релаксации, то именно оно и определяет ширину линии квантового перехода $\Delta\omega = 1/T_2$.

Если релаксационные процессы действуют одинаково на все квантовые частицы ансамбля, то центральные частоты переходов и частотные характеристики отдельных частиц совпадают. Уширение спектральных линий, вызванное такими процессами, называют **однородным**. Релаксационными процессами, приводящими к однородному уширению, могут быть столкновения частиц в газе между собой и со стенками сосуда, колебания решетки в кристалле и излучательные переходы. Форма линии в этих случаях описывается функцией Лоренца:

$$g_L(\omega) = \frac{\Delta\omega}{2\pi} \cdot \left[(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta\omega}{2} \right)^2 \right]^{-1}, \quad (5)$$

имеющей вид резонансной кривой с максимумом на частоте ω_0 и спадающей до уровня пикового значения при частотах $\omega = \omega_0 \pm \Delta\omega/2$. Полная ширина спектрального контура при излучательной релаксации определяется временем жизни возбужденного состояния: $\Delta\omega = 1/\tau$, а при столкновительном уширении — средним временем жизни между двумя столкновениями $\Delta\omega_{\text{ст}} = 1/\tau_{\text{ст}}$.

Согласно газокINETической теории $\Delta\omega_{\text{ст}}$ пропорциональна плотности газа и средней скорости относительного движения частиц, т.е. существенно зависит от давления газа. Например, $\Delta\omega_{\text{ст}}$ красной линии неона $\lambda = 633$ нм в разряде низкого давления He–Ne лазера со-

ставляет около 150 МГц/Торр, а излучения молекулы CO₂ с $\lambda=10$ мкм в CO₂ лазере — 6 МГц/Торр.

Если релаксационные механизмы неодинаковым образом действуют на частотные характеристики отдельных микрочастиц, или существуют механизмы неодинакового смещения центральных частот переходов микросистем, то спектральные линии уширяются неоднородно. **Неоднородное уширение** линии возникает в газах вследствие доплеровского смещения центральных частот переходов атомов при их движении, в твердых телах с нарушенной структурой кристаллической решетки из-за существования пространственно-неоднородного внутрикристаллического электрического поля. Форма линии в этих случаях описывается функцией Гаусса:

$$g_G(\omega) = \frac{2\sqrt{\ln 2}}{\Delta\omega \cdot \sqrt{\pi}} \cdot \exp \left\{ - \left[2\sqrt{\ln 2} \cdot \left(\frac{\omega - \omega_0}{\Delta\omega} \right)^2 \right] \right\}. \quad (6)$$

Ширина доплеровской (неоднородной) линии равна

$$\Delta\omega_{\text{дон}} = \omega_0 \cdot 2\sqrt{\ln 2} \cdot \sqrt{\frac{2kT}{mc^2}}$$

где m — масса атома (молекулы).

Более удобна формула для относительной ширины линий при доплеровском уширении

$$\frac{\Delta\omega_{\text{дон}}}{\omega_0} = \frac{\Delta\nu_{\text{дон}}}{\nu_0} = \frac{\Delta\lambda_{\text{дон}}}{\lambda_0} \approx 7,16 \cdot 10^{-7} \cdot \sqrt{\frac{T}{M}},$$

где $M = N_A \cdot m$, N_A — постоянная Авогадро. С увеличением частоты роль доплеровского уширения возрастает. В видимом диапазоне при не слишком высоких температурах $\Delta\nu_{\text{дон}} = 0,8 \div 1,5$ ГГц. Так, например, для излучения молекулы CO₂ при температуре 400 К, и $\lambda = 10$ мкм $\Delta\nu_{\text{дон}} = 56$ МГц, а атомов неона при $T = 400$ К и $\lambda = 0,63$ мкм доплеровская ширина линии порядка 1,4 ГГц. Эти примеры показывают, что в видимом и ультрафиолетовом диапазоне доплеровская ширина превосходит естественную ширину линии на несколько порядков. Форма однородно уширенных спектральных линий, как правило, хорошо описывается функцией Лоренца, а форма неоднородно уширенных линий — функцией Гаусса. Очевидно, что только при преобладании какого-то механизма уширения линия будет лоренцевой или гауссовой, в общем случае форма линии определяются одновременно несколькими механизмами. При этом форма линии будет

определяться сверткой функций $g_1(\omega)$ и $g_2(\omega)$, описывающих контур линии для различных процессов:

$$g(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} g_1(\omega') \cdot g_2(\omega - \omega') \cdot d\omega'.$$

Реальные спектральные контуры при одинаковом порядке величины однородного и неоднородного уширения хорошо аппроксимируются контуром Фойгта, являющимся сверткой гауссовой и лоренцевой функций.

Перейдем к рассмотрению спектральной зависимости коэффициентов Эйнштейна. Если контур линии описывается форм-фактором $g(\omega)$, то величину $g(\omega) \cdot d\omega$ можно трактовать как вероятность, с которой частота фотонов при оптических переходах будет лежать в малом интервале от ω до $\omega + d\omega$. Введем спектральные коэффициенты Эйнштейна, удовлетворяющие следующим условиям нормировки

$$A_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{mn}(\omega) d\omega; \quad B_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} b_{mn}(\omega) d\omega; \quad B_{nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} b_{nm}(\omega) d\omega. \quad (7)$$

Соотношения между интегральными коэффициентами Эйнштейна, полученные из общих термодинамических законов, должны быть справедливы и для спектральных коэффициентов. Следовательно, $B_{mn}/A_{mn} = b_{mn}/a_{mn}$.

Очевидно, что введенная таким образом спектральная вероятность $a_{mn}(\omega)$ должна с точностью до постоянного множителя совпадать с форм-фактором $g(\omega)$. Константу можно определить, используя условия нормировки:

$$A_{mn} = \int_{-\infty}^{+\infty} a_{mn}(\omega) d\omega = \int_{-\infty}^{+\infty} const \cdot g(\omega) d\omega = const; \quad a_{mn}(\omega) = A_{mn} \cdot g(\omega).$$

Частотную зависимость индуцированных переходов можно найти, используя соотношение между интегральными и спектральными коэффициентами

$$b_{mn}(\omega) = \frac{B_{mn}}{A_{mn}} \cdot a_{mn} = B_{mn} \cdot g(\omega).$$

Зная частотную зависимость коэффициентов Эйнштейна, можно записать вероятность индуцированных переходов в общем виде:

$$P_{mn}^{ind} = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{mn} \cdot \rho(\omega) \cdot g(\omega) \cdot d\omega. \quad (9)$$

Если $\rho(\omega) = const$ в области всего перехода, то получим уже известное нам выражение для интегральной вероятности индуцированного перехода

$$P_{mn}^{ind} = \rho(\omega) \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} B_{mn} \cdot g(\omega) \cdot d\omega = B_{mn} \cdot \rho(\omega).$$

Если индуцирующее излучение монохроматично, то $\rho(\omega) = \rho \cdot \delta(\omega - \omega')$, где ρ — объемная плотность излучения, $\delta(\omega - \omega')$ — дельта функция. В этом случае интегральная вероятность равна

$$P_{mn}^{ind} = \int_{-\infty}^{+\infty} B_{mn} \cdot \rho \cdot \delta(\omega - \omega') \cdot g(\omega') \cdot d\omega' = B_{mn} \cdot \rho \cdot g(\omega).$$

Теперь в рамках полуфеноменологической теории Эйнштейна найдем связь макроскопических и микроскопических параметров элементарных оптических процессов.

III. ПОГЛОЩЕНИЕ СВЕТА

Пусть световой поток проходит через среду, в единице объема которой N_n атомов находится в энергетическом состоянии E_n , а N_m атомов — в состоянии N_m . Полное число частиц в единице объема постоянно и равно $N = N_n + N_m$, т.е. частицы не исчезают и не возникают при взаимодействии с излучением.

Поглощение света при его распространении в среде характеризуется **коэффициентом поглощения** $\kappa(\omega)$, который описывает пространственное изменение спектральной интенсивности плоской электромагнитной волны

$$\kappa(\omega) = -\frac{1}{I(\omega)} \cdot \frac{dI(\omega)}{dz}. \quad (11)$$

Интегрирование (11) при $\kappa(\omega)$, не зависящем от $I(\omega)$, дает закон линейного поглощения Бугера:

$$I(z, \omega) = I_0 \cdot \exp[-\kappa(\omega) \cdot z], \quad (12)$$

где I_0 — интенсивность света при $z = 0$. Коэффициент поглощения измеряется в см^{-1} и численно равен обратному значению расстояния, на котором интенсивность потока уменьшается в e раз.

Поскольку коэффициенты A_{mn} , B_{mn} , и B_{nm} определяют скорости квантовых переходов, то теория Эйнштейна дает уравнения для временной зависимости спектральной плотности пучка $d\rho(\omega)/dt$. Учитывая, что для плоской волны, распространяющейся со скоростью $v = c/n$ в среде с показателем преломления n , $I = \rho \cdot v$ преобразуем (11) к виду:

$$\kappa(\omega) = -\frac{\rho(\omega)}{v} \cdot \frac{d\rho(\omega)}{dt} = -\frac{1}{I(\omega)} \cdot \frac{d\rho(\omega)}{dt}. \quad (13)$$

Таким образом, коэффициент поглощения равен отношению поглощенной мощности в единице объема к интенсивности светового потока. Для определения поглощенной мощности, учитывая, что число частиц в единице объема $N = N_n + N_m$ постоянно и, следовательно,

$$\frac{dN_n}{dt} = -\frac{dN_m}{dt}$$

запишем систему кинетических уравнений для изменения населенностей N_n и N_m :

$$\frac{dN_m}{dt} = A_{mn} \cdot g(\omega) \cdot N_m + B_{mn} \cdot g(\omega) \cdot \rho(\omega) \cdot N_m - B_{nm} \cdot g(\omega) \cdot \rho(\omega) \cdot N_n.$$

В стационарном состоянии из уравнений следует

$$A_{mn} \cdot g(\omega) \cdot N_m = (B_{nm} \cdot N_n - B_{mn} \cdot N_m) \cdot g(\omega) \cdot \rho(\omega). \quad (14)$$

Скорость рассеяния энергии пучка за счет спонтанного излучения есть $A_{mn} \cdot g(\omega) \cdot N_m \cdot \hbar\omega$. Скорость потерь энергии волны за счет индуцированных переходов равна вероятности

$$B_{nm} \cdot g(\omega) \cdot \rho(\omega) \cdot N_n \cdot \hbar\omega,$$

с которой энергия отбирается из пучка в процессе поглощения, минус скорость возвращения энергии в пучок вынужденным излучением

$$B_{mn} \cdot g(\omega) \cdot \rho(\omega) \cdot N_m \cdot \hbar\omega.$$

Как видно из (14), в стационарном состоянии имеются два идентичных способа определения изменения энергии пучка. Поскольку нас в дальнейшем будут интересовать вынужденные переходы, то мы определим $\kappa(\omega)$ через микроскопические коэффициенты B_{mn} и B_{nm} :

$$\kappa_{nm}(\omega) = \frac{\hbar\omega \cdot B_{nm} \cdot g(\omega)}{v} \cdot \left(N_n - N_m \cdot \frac{q_n}{q_m} \right). \quad (15)$$

Здесь мы учли, что $B_{nm} \cdot q_n = B_{mn} \cdot q_m$.

В оптической спектроскопии часто пользуются **интегральным коэффициентом поглощения**

$$K_{nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} \kappa_{nm}(\omega) d\omega = \frac{\hbar\omega \cdot B_{nm}}{v} \cdot \left(N_n - N_m \cdot \frac{q_n}{q_m} \right).$$

При интегрировании учтено, что ширина спектральной линии мала и в пределах ширины линии ω изменяется незначительно по сравнению с $g(\omega)$, поэтому $\hbar\omega$ можно вынести из-под интеграла. Величину K_{nm} называют **интегралом Кравца**, ее размерность $\text{см}^{-1} \text{с}^{-1}$. Интеграл Кравца не зависит от температуры среды и форм-фактора. С его помощью устанавливается прямая связь между экспериментально наблюдаемыми величинами $\kappa_{nm}(\omega)$ и коэффициентами Эйнштейна.

В квантовой электронике $\kappa_{nm}(\omega)$ часто выражают через **эффективное сечение поглощения** $\sigma_{nm}(\omega)$, которое характеризует поглощение одного атома (молекулы) и имеет размерность см^2 . Оно связано с $\kappa_{nm}(\omega)$

$$\kappa_{nm}(\omega) = \sigma_{nm}(\omega) \cdot \left(N_n - N_m \cdot \frac{q_n}{q_m} \right) \quad (16)$$

и с коэффициентом Эйнштейна

$$\sigma_{nm}(\omega) = \frac{\hbar\omega}{v} \cdot B_{nm} \cdot g(\omega) = \frac{\pi^2 v^2}{\omega^2} \cdot \frac{q_m}{q_n} \cdot A_{mn} \cdot g(\omega). \quad (17)$$

Таким образом, для каждого атома вводится эффективная площадь поперечного сечения $\sigma_{nm}(\omega)$ в том смысле, что если фотон падает в это сечение, он будет поглощен атомом. Сечение $\sigma_{nm}(\omega)$ зависит от свойств среды и частоты ω падающей волны.

Оценим максимальное значение сечения $\sigma_{nm}(\omega)$. Очевидно, что

оно будет при $\omega = \omega_0$, когда $g(\omega)$ максимально. При однородном уширении $g(\omega)$ является функцией Лоренца и $g(\omega_0) = 2/\pi \Delta\omega$. С учетом этого получим

$$\sigma_{nm}(\omega_0) = \frac{2\hbar\omega}{v\pi\Delta\omega} \cdot B_{nm} = \frac{\lambda}{2\pi} \cdot \frac{A_{mn}}{\Delta\omega} \cdot \frac{q_m}{q_n}.$$

Вспомним, что A_{mn} определяет естественную ширину линии и в оптическом диапазоне $\Delta\omega_{ест} \ll \Delta\omega$. Следовательно, всегда сечение поглощения $\sigma_{nm} \ll \lambda^2/2\pi$. Характерные значения $\sigma_{nm}(\omega)$ в зависимости от спектрального диапазона и конкретной квантовой частицы лежат в широком диапазоне: $10^{-12} \div 10^{-24}$ см².

По аналогии с интегральным коэффициентом поглощения вводят **интегральное сечение поглощения**:

$$\sigma_{nm} = \int_{-\infty}^{+\infty} \sigma_{nm}(\omega) d\omega = \frac{\hbar\omega}{v} \cdot B_{nm} = \frac{\pi^2 v^2}{\omega^2} \cdot \frac{q_m}{q_n} \cdot A_{mn}$$

IV. ЛЮМИНЕСЦЕНЦИЯ

Под влиянием внешнего воздействия термодинамическое равновесие системы может быть нарушено. В результате этого система перейдет в возбужденное состояние и в ней возникнут процессы, стремящиеся вернуть ее в исходное состояние. К числу таких релаксационных процессов относятся люминесценция и безызлучательная дезактивация возбужденного состояния.

Рассмотрим двухуровневую систему, выведенную из теплового равновесия. При возбуждении происходит поглощение энергии, как накачки, так и падавшей на систему тепловой радиации с плотностью энергии $\rho^0(\omega)$. Выше мы показали, что при термодинамическом равновесии поглощение тепловой радиации системой компенсируется спонтанным испусканием. Поэтому спонтанное излучение при равновесии следует относить к тепловому испусканию. При отклонении от равновесия происходит изменение как мощности спонтанного излучения, так и мощности поглощения тепловой радиации. При этом только часть спонтанного испускания можно относить к тепловому, другая часть его относится к неравновесному излучению — люминесценции. По определению С.И. Вавилова, **люминесценция** есть излучение, из-

быточное над тепловым, и продолжающееся в течение времени, значительно превышающего период световых колебаний. Согласно этому определению, мощность люминесценции равна

$$W_{mn}^{\text{люм}} = \hbar\omega_{mn} \cdot \left\{ A_{mn} \cdot N_m - B_{nm} \cdot \rho^0(\omega) \cdot \left(N_n - N_m \cdot \frac{q_n}{qm} \right) \right\}.$$

Используя соотношения между коэффициентами Эйнштейна и формулу Планка (2) для $\rho^0(\omega)$, преобразуем это выражение к виду:

$$W_{mn}^{\text{люм}} = \hbar\omega_{mn} \cdot A_{mn} \cdot N_m \cdot \left\{ 1 - \frac{(N_n \cdot q_m / N_m \cdot q_n) - 1}{\exp(\hbar\omega_{mn}/kT) - 1} \right\}. \quad (18)$$

При термодинамическом равновесии

$$\frac{N_n \cdot q_m}{N_m \cdot q_n} = \exp\left(\frac{\hbar\omega_{mn}}{kT}\right),$$

и мощность люминесценции равна нулю. Если при нарушении термодинамического равновесия

$$\frac{N_n \cdot q_m}{N_m \cdot q_n} < \exp\left(\frac{\hbar\omega_{mn}}{kT}\right),$$

мощность люминесценции положительна. Если же

$$\frac{N_n \cdot q_m}{N_m \cdot q_n} > \exp\left(\frac{\hbar\omega_{mn}}{kT}\right),$$

то мощность люминесценции отрицательна. В этом случае, приближаясь к равновесному состоянию, система будет поглощать световые кванты из окружающего теплового излучения. При этом полное испускание системы станет меньше собственного теплового, равновесного излучения. Положительная люминесценция хорошо изучена и легко реализуется на практике. Отрицательная люминесценция пока не обнаружена.

Таким образом, **люминесценция есть неравновесный релаксационный процесс**, направленный на восстановление термодинамического равновесия, начинающийся с уровня с избытком частиц и заканчивающийся на уровне с недостатком их по сравнению с равновесным распределением. Согласно формуле Планка, в ультрафиолетовой и видимой областях спектра интенсивность радиации мала ($\hbar\omega \gg kT$), и люминесценция практически эквивалентна спонтанному излучению:

$$W_{mn}^{\text{люм}} \cong \hbar\omega_{mn} \cdot A_{mn} \cdot N_m. \quad (19)$$

Информацию о квантовой системе можно получить как из спектров люминесценции, так и из её кинетики. Рассмотрим изменение населенности уровня N_m после прекращения возбуждения. Пусть в начальный момент времени его населенность равна $N_m(0)$, а выше лежащие уровни не заселены и переходы на них отсутствуют. Изменение населенности N_m будет определяться кинетическим уравнением:

$$\frac{dN_m}{dt} = -N_m \cdot \sum_i (A_{mi} + p_{mi}).$$

Здесь A_{mi} и p_{mi} - вероятности спонтанных и безызлучательных переходов $m \rightarrow i$. Интегрируя это уравнение с учетом начальных условий, получим:

$$N_m(t) = N_m(0) \cdot \exp\left(-\frac{t}{\tau_m}\right), \quad (20)$$

где τ_m — **время жизни** возбужденного состояния m :

$$\tau_m = \left[\sum_i (A_{mi} + p_{mi}) \right]^{-1}. \quad (21)$$

Как видно из этого соотношения, при отсутствии безызлучательных переходов, τ_m определяется только спонтанными переходами. Наличие неоптических переходов, т.е. тушение люминесценции, приводит к сокращению времени жизни возбужденного состояния. Именно поэтому измерение τ_m для одной и той же системы при разных внешних воздействиях является надежным средством установления факта тушения люминесценции и определения вероятностей оптических и неоптических переходов.

V. НЕЛИНЕЙНОЕ ПОГЛОЩЕНИЕ. УШИРЕНИЕ СПЕКТРАЛЬНЫХ ЛИНИЙ ВСЛЕДСТВИЕ ЭФФЕКТА НАСЫЩЕНИЯ ПОГЛОЩЕНИЯ

Рассматривая поглощение света, мы считали, что $\kappa_{nm}(\omega)$, пропорциональный разности населенностей энергетических уровней, не зависит от интенсивности светового потока. В двадцатые годы С.И. Вавилов высказал и обосновал мысль о возможном уменьшении поглощения при увеличении интенсивности светового потока. С.И. Вавилов впервые ввел термин "**нелинейная оптика**", получивший широкое распространение после возникновения лазеров.

Рассмотрим нелинейное поглощение на простом примере двух уровневой системы с населённостями N_1 и N_2 и одинаковыми статистическими весами $q_1 = q_2 = 1$ (следовательно, $P_{12} = P_{21}$). Кроме того, будем считать, что двухуровневые частицы не исчезают и не возникают и их полное число в единице объёма сохраняется: $N = N_1 + N_2$. В этом приближении скоростные уравнения данной системы имеют вид:

$$\frac{dN_1}{dt} = -\frac{dN_2}{dt} = A_{21} \cdot N_2 + (P_{21}^{инд} + p_{21}) \cdot N_2 - (P_{12}^{инд} + p_{12}) \cdot N_1.$$

Первое слагаемое соответствует уходу частиц с верхнего уровня за счет спонтанных переходов, второе — индуцированных и безызлучательных переходов. Третье слагаемое соответствует заселению второго уровня за счет поглощения света и безызлучательных переходов. В приближении монохроматического излучения вероятность вынужденного перехода равна $B_{12} \cdot \rho \cdot g(\omega)$.

Стационарные (т.е. $dN_i/dt = 0$) решения этих уравнений таковы:

$$N_1 = N \cdot \frac{A_{21} + B_{12} \cdot \rho \cdot g(\omega) + p_{21}}{(A_{21} + p_{21} + p_{12}) + 2B_{12} \cdot \rho \cdot g(\omega)};$$

$$N_2 = N \cdot \frac{B_{12} \cdot \rho \cdot g(\omega) + p_{12}}{(A_{21} + p_{21} + p_{12}) + 2B_{12} \cdot \rho \cdot g(\omega)}.$$

Определим ΔN и τ при отсутствии внешнего поля: $\Delta N = N_1 - N_2$ — разность населенностей и, согласно (21), $\tau = (A_{21} + p_{21} + p_{12})^{-1}$ — эффективного времени релаксации населенностей. Тогда при стационарных условиях можно записать разность населенностей в виде:

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1 + 2B_{12} \rho \tau g(\omega)}, \quad (22)$$

где $\Delta N_0 = N \cdot (A_{21} + p_{21} - p_{12}) \cdot \tau$ — начальная разность заселённости при $\rho = 0$. Второе слагаемое в знаменателе (22) представляет собой отношение вероятностей индуцированных переходов к вероятности релаксации населенностей $1/\tau$. При равенстве этого отношения единице разность населенностей ΔN падает до половины ее ненасыщенного значения ΔN_0 . При $\rho \rightarrow \infty$ населенности двухуровневой системы выравниваются.

Выразив в (22) $B_{12} \cdot g(\omega)$ через сечение перехода (см. (17)) и учитывая, что для плоской волны в однородном изотропном пространстве $I = \rho(\omega) \cdot v$, (22) можно представить как

$$\Delta N = \frac{\Delta N_0}{1 + \frac{I}{\hbar\omega/2\sigma_{12}(\omega) \cdot \tau}} = \frac{\Delta N_0}{1 + \frac{I}{I_{нас}}} \quad (23)$$

Здесь за **интенсивность насыщения** данной системы принято такое значение интенсивности $I_{нас}$, при котором разность населенностей двухуровневой системы уменьшается в два раза. В видимой области спектра при $\tau \approx 10^{-6}$ с и $\sigma_{12}(\omega) \approx 10^{-16}$ см² интенсивность насыщения порядка $1 \div 2$ кВт/см².

Так как коэффициент поглощения (16) пропорционален ΔN , то он также будет зависеть от интенсивности светового потока

$$\kappa_{12}^{нас}(\omega) = \frac{\kappa_{12}^0(\omega)}{1 + \frac{I}{I_{нас}}}; \quad (24)$$

$$\kappa_{12}^0(\omega) = \Delta N_0 \cdot \frac{\hbar\omega}{v} \cdot B_{12} \cdot g(\omega),$$

где $\kappa_{12}^0(\omega)$ — **начальный коэффициент** поглощения при $I = 0$.

Проанализируем, что происходит при насыщении с формой однородно уширенной линии. Форм-фактор, определяемый функцией Лоренца (5), можно представить в виде:

$$g_L(\omega) = \frac{2}{\pi\Delta\omega} \cdot \frac{\left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2}{(\omega - \omega_0)^2 + \left(\frac{\Delta\omega}{2}\right)^2} = \frac{2}{\pi\Delta\omega} \cdot L(\omega, \Delta\omega), \quad (25)$$

а $L(\omega_0) = 1$. Подставив (25) в формулу (24) получим:

$$\kappa_{12}^{нас}(\omega) = \frac{(2\hbar\omega B_{12} \cdot \Delta N_0 / v\pi\Delta\omega) \cdot L(\omega, \Delta\omega)}{1 + (4B_{12}\rho\tau/\pi\Delta\omega) \cdot L(\omega, \Delta\omega)} = \frac{\kappa_{12}^0(\omega_0) \cdot L(\omega, \Delta\omega)}{1 + S_0 \cdot L(\omega, \Delta\omega)}.$$

Здесь S_0 — **фактор насыщения** в максимуме линии, а $\kappa_{12}^0(\omega_0)$ — коэффициент поглощения при $\rho = 0$ и $\omega = \omega_0$, т.е. начальный коэф-

коэффициент поглощения в максимуме линии. Это выражение легко преобразовать к виду:

$$\kappa_{12}^{нас}(\omega) = \frac{\kappa_{12}^0(\omega_0)}{1 + S_0} \cdot L(\omega, \Delta\omega_{нас}), \quad (26)$$

где $\Delta\omega_{нас} = \Delta\omega \cdot \sqrt{1 + S_0}$. Сравнивая его с профилем ненасыщенного поглощения $\kappa_{12}(\omega) = \kappa_{12}^0(\omega_0) \cdot L(\omega, \Delta\omega)$, можно видеть, что насыщение уменьшает коэффициент поглощения и увеличивает ширину линии. Насыщение наиболее сильно проявляется в центре линии, а при $|\omega - \omega_0| \rightarrow \infty$ исчезает. При $\rho \rightarrow \infty$ коэффициент поглощения стремится к нулю и среда "просветляется", т.е. перестает поглощать электромагнитное излучение.

VI. ПРОХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕНИЯ ЧЕРЕЗ ВЕЩЕСТВО. УСИЛЕНИЕ СВЕТА

Рассмотрим взаимодействие излучения с двухуровневой системой. Для упрощения записи формул интенсивность светового потока и коэффициент поглощения обозначим просто I и κ соответственно, не забывая при этом, что они остаются по-прежнему зависящими от частоты.

Запишем дифференциальный закон поглощения, учитывая, что изменение светового потока происходит как за счет резонансных переходов между энергетическими уровнями, так и за счет других видов потерь (например, рассеяние на неоднородностях):

$$\frac{dI}{dz} = -I \cdot (\kappa + \gamma) \quad (27)$$

Здесь γ — спектральный коэффициент, характеризующий другие виды потерь, имеющие линейный характер ($\gamma > 0$). Используя (24) и введя безразмерную величину $J = I/I_{нас}$, преобразуем дифференциальный закон поглощения к виду:

$$\frac{dJ}{dz} = \left\{ \gamma \cdot J - (\kappa^0 + \gamma) \right\} \cdot \frac{J}{1 + J}.$$

Проинтегрировав его методом разделения переменных, получим:

$$\ln \frac{J(z)}{J(0)} + \frac{\kappa^0}{\gamma} \cdot \ln \left\{ \frac{\kappa^0 + \gamma \cdot [1 + J(z)]}{\kappa^0 + \gamma \cdot [1 + J(0)]} \right\} = -(\kappa^0 + \gamma) \cdot z ;$$

$$\frac{J(z)}{J(0)} \cdot \left[\frac{\kappa^0 + \gamma \cdot [1 + J(z)]}{\kappa^0 + \gamma \cdot [1 + J(0)]} \right]^{\frac{\kappa^0}{\gamma}} = e^{-(\kappa^0 + \gamma) \cdot z} . \quad (28)$$

Проанализируем качественно процесс прохождения излучения через среду. Знак производной dI/dz , как видно из (27), определяется знаком $(\kappa + \gamma)$. Если $(\kappa + \gamma) > 0$, то интенсивность светового потока уменьшается и среда поглощает излучение. Если $(\kappa + \gamma) < 0$, то интенсивность светового потока возрастает и среда усиливает излучение. Отсюда легко найти необходимые условия для поглощения ($\kappa > 0$) и усиления ($\kappa < 0$) света.

Чтобы выяснить, когда среда будет усиливать или поглощать свет, обратимся к (24), где начальная разность заселенностей равна:

$$\Delta N_0 = N_1 - N_2 \cdot \frac{q_1}{q_2} . \quad \text{При} \quad \text{термодинамическом} \quad \text{равновесии}$$

$N_1/q_1 > N_2/q_2$ и среда может только поглощать излучение.

Если мы возбудим систему так, чтобы $N_1/q_1 < N_2/q_2$ то среда сможет усиливать излучение. Среда, для которой выполняется это условие, называется **активной**, или средой с **инверсной населенностью**. Формально можно считать, что и в этом случае распределение частиц по энергетическим уровням подчиняется закону Больцмана, но температура при этом отрицательна:

$$T = \frac{\hbar \omega}{k \cdot \ln \left(\frac{N_n \cdot q_n}{N_m \cdot q_m} \right)} . \quad (29)$$

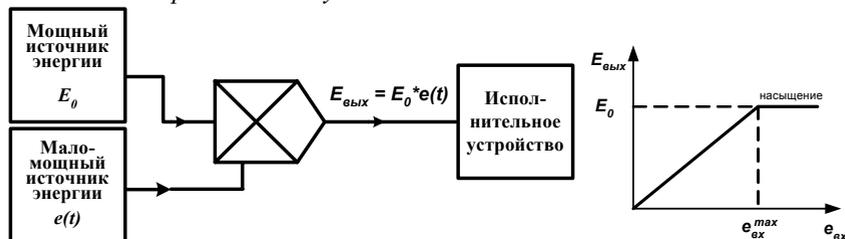
Такой подход позволяет единой формулой Больцмана описывать как равновесные, так и инвертированные системы.

Посмотрим, что будет происходить с формой линии при прохождении излучения через среду. Для простоты будем считать, что $I \ll I_{нас}$ и $\kappa \gg \gamma$, т.е. ограничимся линейным приближением:

$$I(\omega, z) = I(\omega, 0) \cdot \exp(-\kappa z) .$$

Усилитель и генератор

Усилитель — устройство, в котором мало мощный источник энергии $e(t)$ управляет мощным источником энергии E_0 . Основой работы любого электронного усилителя является *индуцированное излучение*.

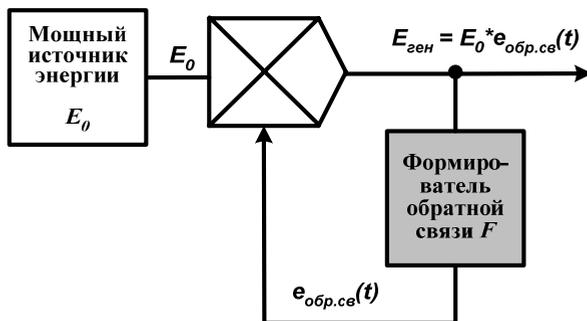


Генератор — устройство, преобразующее энергию любого вида в энергию колебательного вида.

Обратная связь — с точки зрения математики это рекуррентное соотношение, когда результат y_{n+1} операции F определяется предыдущим значением y_n :

$$y_{n+1} = F(y_n).$$

Генератор можно реализовать на базе усилителя, охваченного положительной обратной связью: y_n и y_{n+1} одного знака.



Любой электронный прибор, работающий либо в режиме усиления, либо в режиме генерации, представляет собой устройство, преобразующее энергию источника питания (возбуждения) в энергию электромагнитного поля, обладающего тем или иным спектром. Это преобразование осуществляется с помощью носителей зарядов, находящихся либо в свободном, либо в полусвязанном, либо в связанном состоянии, что для конечного эффекта усиления совершенно безразлично.

По определению ширины линии для излучения, вошедшего в среду, справедливо соотношение $I(\omega, 0) = 2 \cdot I(\omega + \Delta\omega, 0)$. После прохождения в среде расстояния z получим:

$$\frac{I(\omega, z)}{I(\omega + \Delta\omega, z)} = 2 \cdot \exp\{[\kappa(\omega + \Delta\omega) - \kappa(\omega)] \cdot z\}.$$

Если $\exp\{[\kappa(\omega + \Delta\omega) - \kappa(\omega)] \cdot z\} < 1$, то спектральная линия уширяется, и если эта экспонента больше единицы — то спектральная линия сужается. Следовательно, при поглощении излучения его спектр уширяется ($\kappa(\omega_0 + \Delta\omega) < \kappa(\omega_0)$), а при усилении — сужается ($\kappa(\omega_0 + \Delta\omega) > \kappa(\omega_0)$, так как $\kappa(\omega) < 0$), т.е. излучение становится более монохроматичным.

Перейдем к анализу усиления света активной средой. Введем **коэффициент усиления** $\alpha(\omega) = -\kappa(\omega)$ и перепишем дифференциальный закон Бугера:

$$\frac{dJ}{dz} = \left[\frac{\alpha^0}{1+J} - \gamma \right] \cdot J = \frac{J}{1+J} \cdot [(\alpha^0 - \gamma) - \gamma \cdot J]. \quad (30)$$

Здесь $\alpha^0(\omega)$ — **начальный коэффициент усиления**. Это уравнение характеризует скорость передачи энергии среды бегущей электромагнитной волне. В режиме усиления малого сигнала ($J = I/I_{нас} \ll 1$) получаем экспоненциальное изменение интенсивности (**линейное усиление**):

$$I(\omega, z) = I(\omega, 0) \cdot \exp\{[\alpha(\omega) - \gamma(\omega)] \cdot z\}$$

Отношение интенсивности волны на выходе из усилителя к интенсивности на входе характеризует **коэффициент усиления усилителя бегущей волны**:

$$G(z) = \frac{I(z)}{I(0)} = e^{(\alpha - \gamma)z}. \quad (31)$$

При однородном уширении линии люминесценции активной среды ее форма описывается (5) и коэффициент усиления при $\omega = \omega_0$ равен

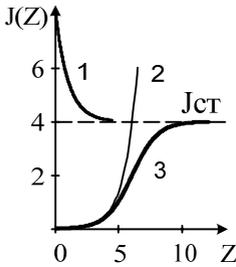
$$\alpha = \frac{2\hbar\omega B_{\Delta} N}{v\Delta\omega\pi} \cdot \frac{1}{1+J} = \frac{\alpha^0}{1+J}. \quad (32)$$

Прохождение света через активную среду

$$\frac{dI}{dz} = [\alpha - \gamma] \cdot I; \quad \alpha - \text{коэффициент усиления,} \\ \gamma - \text{коэффициент диссипативных потерь}$$

$$J = \frac{I}{I_{нас}}; \alpha = \frac{\alpha_0}{1+J}; \frac{dJ}{dz} = 0 \Rightarrow J_{cm} = \frac{\alpha_0 - \gamma}{\gamma}; \quad \frac{1}{\gamma} \frac{dJ}{dz} = \left\{ \left(\frac{\alpha_0 - \gamma}{\gamma} \right) - J \right\} \cdot \frac{J}{1+J}$$

$$\frac{dJ}{d(\gamma \cdot z)} = (J_{cm} - J) \cdot \frac{J}{1+J}$$



$$1. \quad J > 1 \quad \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dJ}{dz} \approx J_{cm} - J;$$

$$J(z) = J_{cm} \cdot (1 - e^{-\gamma \cdot z}) + J_0 \cdot e^{-\gamma \cdot z}$$

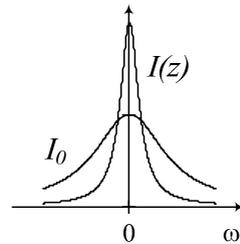
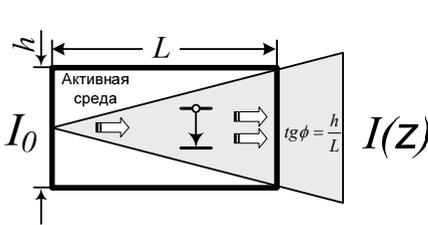
$$2. \quad J \ll 1 \quad \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dJ}{dz} \approx -J_{cm} \cdot J;$$

$$J(z) = J_0 \cdot e^{(\alpha_0 - \gamma) \cdot z}; \quad G(z) = e^{(\alpha_0 - \gamma) \cdot z}$$

$$3. \quad J < 1 \quad \frac{1}{\gamma} \cdot \frac{dJ}{dz} \approx J_{cm} \cdot J - J^2;$$

$$J(z) = \left[1 - \frac{J_0}{J_{cm}} \cdot (1 - e^{(\alpha_0 - \gamma) \cdot z}) \right]^{-1} \cdot J_0 \cdot e^{(\alpha_0 - \gamma) \cdot z}$$

Усиление и генерация света в режиме бегущей волны



При прохождении света через активную среду (АС) происходит его усиление. При этом форма линии определяет полосу частот усилителя. В линейном режиме коэффициент усиления равен $G(z) = \exp\{(\alpha_0 - \gamma)z\}$.

При достаточной длине АС $((\alpha_0 - \gamma)z \gg 1)$ усилитель переходит в режим генерации ($J(z) \rightarrow J_{ст}$).

Из этого соотношения следует, что увеличение $G(z)$ возможно при росте инверсной населенности в среде, уменьшении ширины линии усиления, увеличении длины пути, пройденного усиливаемым сигналом в среде, или уменьшении фазовой скорости волны v , т.е. при увеличении времени взаимодействия излучения с инверсной средой.

В режиме насыщения наблюдается отклонение от закона линейного усиления (31) и он принимает вид

$$\ln \frac{J(z)}{J(0)} - \frac{\alpha^0}{\gamma} \cdot \ln \left(\frac{\alpha^0 - \gamma [1 + J(z)]}{\alpha^0 - \gamma [1 + J(0)]} \right) = (\alpha^0 - \gamma) \cdot z . \quad (33)$$

Если интенсивность световой волны удовлетворяет соотношению $J(z) \ll 1$, то выражение (30) упрощается:

$$dJ/dz \approx (\alpha^0 - \gamma) \cdot J - \gamma \cdot J^2$$

и после интегрирования получим:

$$I(z) = \frac{J(0) \cdot \exp\{(\alpha^0 - \gamma) \cdot z\}}{1 + \frac{\gamma}{\alpha^0 - \gamma} \cdot J(0) \cdot [\exp\{(\alpha^0 - \gamma) \cdot z\} - 1]} . \quad (34)$$

При больших интенсивностях $J \gg 1$ формула (30) принимает вид: $dJ/dz \approx (\alpha^0 - \gamma) - \gamma \cdot J$. Проинтегрировав это уравнение, получим

$$J(z) = \frac{\alpha^0 - \gamma}{\gamma} \cdot (1 - e^{-\gamma z}) + J(0) \cdot e^{-\gamma z} \quad (35)$$

При больших z выходной сигнал стремится к стационарному значению. Это значение можно получить при $z \rightarrow \infty$ из (34) и (35) или приравняв нулю (30):

$$J(\infty) = \frac{\alpha^0 - \gamma}{\gamma}; \quad I_{cm} = I_{nac} \cdot \frac{\alpha^0 - \gamma}{\gamma} . \quad (36)$$

Стационарное значение I_{cm} не зависит от интенсивности входного сигнала $I(0)$, а определяется интенсивностью насыщения, коэффициентом усиления α^0 и потерями γ . От интенсивности входного сигнала зависит предельная длина усиливающей среды, на которой практически прекращается усиление, а точнее наступает баланс энергии, отдаваемой средой, и энергии, поглощаемой ей из-за потерь.

В случае, когда $I(0) > I_{cm}$, входной сигнал будет ослабляться при распространении в среде, стремясь к I_{cm} . При этом коэффициент усиления тоже стремится к стационарному значению $\alpha_{cm} = \gamma$ (см. (30)).

VII. ПРИНЦИП РАБОТЫ ЛАЗЕРА. УСЛОВИЯ СТАЦИОНАРНОЙ ГЕНЕРАЦИИ

Итак, при определенных условиях в среде может быть создана инверсная населенность, и среда превращается в активную, способную усиливать электромагнитное излучение. Уровни энергии, между которыми может быть создана инверсная населенность, называются рабочими лазерными уровнями. В общем случае в активной среде должно быть четыре энергетических уровня: два уровня в канале накачки и два уровня в рабочем канале (см. ОПК-3).

В предыдущем параграфе мы показали, что при прохождении излучения через активную среду оно становится более монохроматичным, а его интенсивность стремится к стационарному значению при любых значениях входных сигналов: как сравнимых с шумами усилителя, так и при $I(0) \gg I_{cm}$. Из этого следует важный вывод: *при достаточно больших размерах ($\alpha z \gg 1$) усилитель бегущей волны начнет функционировать как генератор*. Переход из режима усиления в режим генерации, как и в классической электронике, тоже обусловлен нелинейным процессом — эффектом насыщения. Спектральный состав определяется формой контура усиления (см. (31) и (32)), модовый состав — наличием выделенного направления вдоль z .

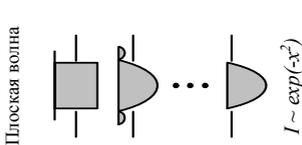
Взаимодействие излучения с активной средой может происходить и *в режиме стоячей волны*. В этом случае излучение многократно проходит через активную среду, помещенную между двумя параллельными зеркалами, находящимися на расстоянии $L \gg \lambda$ друг от друга. Такая система зеркал образует открытый *оптический резонатор*, представляющий собой интерферометр Фабри-Перо с селективными спектрально-пространственными свойствами.

Лазерный генератор можно рассматривать как преобразователь энергии источника накачки в энергию электромагнитного поля. Лазер работает как автоколебательная система. В автоколебательной системе энергия от источника энергии подается в колебательный контур периодически, в такт с происходящими колебаниями с помощью клапана, работа которого согласована с колебаниями в контуре.

ГЕНЕРАЦИЯ СВЕТА В РЕЖИМЕ СТОЯЧЕЙ ВОЛНЫ



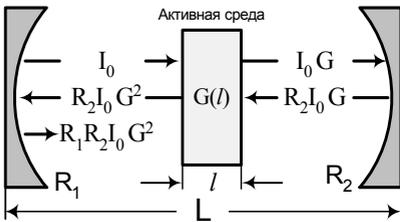
Испускание когерентного излучения можно описывать как критический переход, вызванный внешним параметром — $E_{нак}$. При $E_{нак} > E_{пор}$ внутреннее электромагнитное поле вызывает коррелированные акты вынужденного испускания в противовес случайному характеру спонтанного излучения.



Многочисленное отражение света от зеркал эквивалентно его прохождению через ряд идентичных диафрагм. При дифракции света на каждой диафрагме происходит фурье-преобразование распределения его интенсивности.

В конечном счете, интенсивность света приобретает гауссовское распределение ($\propto \exp(-x^2)$), так как оно **инвариантно** относительно этих преобразований.

Условия стационарной генерации



В линейном приближении:

$$G(z) = \frac{I}{I_0} \cdot e^{(\alpha - \gamma) \cdot z}$$

Условие баланса амплитуд:

$$R_1 \cdot R_2 \cdot G^2(l) = 1 \Rightarrow$$

$$\alpha \cdot \frac{l}{L} - \gamma \cdot \frac{l}{L} = \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 \cdot R_2};$$

Условия возникновения стоячей волны:

$$2L = n\lambda \Rightarrow \omega = \frac{\pi \cdot \nu \cdot n}{L}$$

Каждому значению n соответствует свой тип колебаний — **продольная мода**.

$$\tilde{\alpha} = \tilde{\gamma} + \frac{1}{2L} \ln \frac{1}{R_1 \cdot R_2} = \tilde{\gamma} + \gamma_{изл}$$

$\tilde{\alpha}, \tilde{\gamma}$ — коэффициенты усиления и потерь эффективной активной среды, заполняющей весь резонатор.

Лазерный генератор преобразовывает энергию с помощью носителей зарядов, находящихся либо в свободном, либо связанном состоянии. В классической электронике свободные электроны, возбужденные источником питания, отдают часть своей энергии полю колебательной системы. В квантовой электронике электроны связаны. Усиление излучения происходит за счет суммирования энергии излучения от множества одинаковых колебательных систем в процессе индуцированного испускания, т.е. колебательной системой является сама активная среда.

Принцип квантового усиления обуславливает специфику осуществления обратной связи в оптических квантовых генераторах. В лазерах автоколебания поддерживаются за счет вынужденного испускания атомов активной среды в поле резонатора. Свойства вынужденного излучения таковы, что оно полностью согласовано по всем параметрам с полем в резонаторе. Резонатор осуществляет формирование пространственного распределения поля и спектрального состава излучения. Активная среда играет роль клапана, управляемого полем резонатора и регулирующего поступление энергии в резонатор от источника накачки.

Условия генерации могут быть определены при рассмотрении энергетического баланса нелинейной системы. Стационарный режим в лазере возможен при равенстве мощностей, поступающих в резонатор из активной среды и теряемых в нем за счет внутренних потерь и связи с внешним пространством.

Согласно теории колебаний, условия самовозбуждения и существования стационарных колебаний могут быть найдены в линейном приближении. При стационарном режиме в резонаторе возникает стоячая волна, эквивалентная двум бегущим волнам равной интенсивности, распространяющимся в противоположных направлениях. Для самовозбуждения лазера необходимо выполнение условий самосогласованности амплитуды и фазы волны, совершившей полный проход резонатора: отразившейся от обоих зеркал и дважды прошедшей активную среду, полностью заполнившей весь резонатор длиной L . Условие **баланса амплитуд** имеет вид:

$$R_1 \cdot R_2 \cdot G^2(L) = 1,$$

где R_1 и R_2 — коэффициенты отражения зеркал. Откуда получаем условие самовозбуждения:

$$\alpha = \gamma + \frac{1}{2L} \cdot \ln \frac{1}{R_1 R_2} = \gamma + \gamma_{\text{изл}}. \quad (36)$$

Условие (36) является необходимым для самовозбуждения лазера, поскольку только компенсация потерь усилением приводит к незатухающим колебаниям.

Для того, чтобы бегущие волны, отраженные от зеркал, интерферировали и образовывали стоячую волну, необходимо выполнение **баланса фаз**. Для этого необходимо, чтобы волна, совершившая полный проход резонатора и вернувшись в исходную точку активной среды, была в той же фазе, что и первичная волна. Следовательно, длина пути, проходимого волной между двумя возвращениями в одну и ту же точку, должна быть равна целому числу волн:

$$2L = n\lambda \quad (37)$$

Отсюда найдем частоту электромагнитных колебаний, генерируемых лазером:

$$\omega = \pi n \cdot \frac{v}{L}$$

Каждому значению n соответствует свой тип колебания, называемого **продольной модой** колебания. В пределах ширины спектральной линии люминесценции активной среды уместается ряд резонансных максимумов оптического резонатора. Однако генерация возбуждается лишь в тех модах, для которых потери минимальны и пороговые условия (36), (37) выполняются одновременно.

ЛИТЕРАТУРА

1. Басов Н.Г. О квантовой электронике: Статьи и выступления. — М.: Наука, 1987. — 400 с.
2. Гуреев Д.М., Ямщиков С.В. Основы физики лазеров и лазерной обработки материалов. — Самара: Изд-во «Самарский университет», 2001. — 392 с.
3. Демтредер В. Лазерная спектроскопия. — М.: Наука, 1985. — 608 с.
4. Звелто О. Принципы лазеров. — М.: Мир, 1990. — 560 с.
5. Карлов Н. В. Лекции по квантовой электронике. 2-е изд., испр. и доп. — М.: Наука, 1988. — 336 с.

Отпечатано в полном соответствии
с представленным оригинал-макетом

Подписано в печать 27.12.2006.
Форм. 60 x 84 1/16. Гарнитура «Таймс». Печать ризографическая.
Печ.л. 2. Тираж 100. Заказ 499.

Лаборатория оперативной полиграфии УМУ КГУ
420045, Казань, Кр.Позиция, 2а
Тел. 272-22-54