

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем



**УТВЕРЖДАЮ**

Заместитель директора  
по образовательной деятельности  
НЧИ КФУ  
Ахметов Н.Д.  
«22» февраля 2022 г.

**Программа дисциплины**

Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## **Содержание**

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработали старший преподаватель, б/с Грудцына Л.Ю. (Кафедра системного анализа и информатики, Отделение информационных технологий и энергетических систем, Набережночелнинский институт (филиал) КФУ), [LJGrudcyna@kpfu.ru](mailto:LJGrudcyna@kpfu.ru).

## **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- методы решения задач Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы постановки и исследования краевых и начальных задач для уравнений в частных производных.

Должен уметь:

- использовать некоторые методы вычислительной математики для решения прикладных задач.

Должен владеть:

- навыками применения вычислительных методов при решении прикладных задач.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

## **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в блок "Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и относится к дисциплинам по выбору.

Осваивается на 4 курсе в 7 семестре.

## **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц на 180 часов.

Контактная работа - 54 часа, в том числе лекции - 18 часов, практические занятия - 0 часов, лабораторные работы - 36 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 90 часов.

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часов.

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 7 семестре.

## **4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с**

указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### **4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	<b>Разделы дисциплины / модуля</b>	Семестр	<b>Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)</b>			<b>Самостоятельная работа</b>
			<b>Лекции</b>	<b>Практические занятия</b>	<b>Лабораторные работы</b>	
1.	Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными.	7	2	0	4	10
2.	Тема 2. Уравнения параболического типа.	7	2	0	4	10
3.	Тема 3. Уравнения гиперболического типа.	7	2	0	4	10
4.	Тема 4. Уравнения эллиптического типа.	7	2	0	4	10
5.	Тема 5. Численные методы решения уравнений. Метод конечных разностей.	7	4	0	8	11
6.	Тема 6. Разностные схемы для решения уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типа.	7	6	0	12	39
<b>Итого</b>			18	0	36	90

#### **4.2 Содержание дисциплины (модуля)**

##### **Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными.**

Начальные и граничные условия. Классификация задач математической физики (задача Коши, краевая задача, смешанная задача). Основные уравнения математической физики. Задача Штурма-Лиувилля, постановка и нахождение её решения.

Общее решение уравнения в частных производных. Физические задачи, приводящие к исследованию дифференциальных уравнений с частными производными второго порядка. Граничные (или краевые) условия. Начальные условия. Физические условия. Геометрические условия. Корректно поставленная математическая задача. Классификация уравнений с частными производными (порядок уравнения, линейность, число переменных, однородность, виды коэффициентов). Три основных типа линейных уравнений с частными производными второго порядка (параболический, гиперболический, эллиптический). Канонические формы уравнений гиперболического, параболического и эллиптического типов. Характеристическое уравнение. Приведение к каноническому виду дифференциальных уравнений методом характеристик. Стационарные и нестационарные уравнения.

Методы решения уравнений с частными производными (метод разделения переменных, метод интегральных преобразований, метод преобразования координат, преобразование зависимой переменной, метод функций Грина, численные методы).

##### **Тема 2. Уравнения параболического типа.**

Уравнение теплопроводности и его физическая интерпретация. Уравнения, описывающие физический процесс теплопроводности. Граничные условия, описывающие теплообмен на границе Начальные условия, учитывающие состояние стержня в начале процесса. Вывод уравнений теплопроводности и диффузии. Одномерная задача теплопроводности. Уравнение теплопроводности в конечном стержне.

##### **Тема 3. Уравнения гиперболического типа.**

Примеры математических моделей, приводящих к уравнениям гиперболического типа. Электрические колебания в длинных однородных линиях. Уравнения электромагнитного поля. Вывод уравнения колебания струны. Решение волнового уравнения. Однородное волновое уравнение. Метод Даламбера для уравнений гиперболического типа.

#### **Тема 4. Уравнения эллиптического типа.**

Оператор Лапласа. Физический смысл лапласиана. Преобразование координат. Основные типы граничных условий в краевых задачах. Задача Дирихле. Краевая задача с граничными условиями второго рода (задача Неймана). Задача Робэна. Метод функции Грина. Определение функции Грина. Задача Дирихле на плоскости. Применение метода Фурье для уравнений эллиптического типа.

#### **Тема 5. Численные методы решения уравнений. Метод конечных разностей.**

Общие представления о конечно-разностных формулах. Разностное уравнение. Сеточная функция. Разностные аналоги для производных первого и второго порядков. Метод конечных разностей для решения обыкновенного дифференциального уравнения (ОДУ). Разностная схема для ОДУ. Погрешность аппроксимации (погрешность приближения). Порядок аппроксимации разностной схемы. Устойчивость разностной схемы. Метод конечных разностей для решения дифференциальных уравнений в частных производных.

#### **Тема 6. Разностные схемы для решения уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типа.**

Разностные схемы для решения уравнений параболического типа. Построение разностной схемы на примере уравнения теплопроводности. Явная разностная схема. Неявная разностная схема. Порядок аппроксимации явной разностной схемы. Порядок аппроксимации неявной разностной схемы. Реализация граничных условий. Метод прогонки.

Разностные схемы для решения уравнений гиперболического типа. Метод конечных разностей. Построение разностной схемы на примере уравнения колебания струны в среде без сопротивления. Построение разностной сетки. Аппроксимация уравнения. Разностная схема «крест». Порядок аппроксимации разностной схемы «крест». Реализация начальных и граничных условий.

Метод конечных разностей для решения уравнений эллиптического типа. Метод конечных разностей для решения уравнения Пуассона. Методы решения уравнения. Решение уравнения Пуассона со смешанными граничными условиями.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утверждён приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
  - индикаторы оценивания сформированности компетенций;
  - механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
  - описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
  - критерии оценивания для каждого оценочного средства;
  - содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

#### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в библиотеке НЧИ КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочей программе дисциплины, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки НЧИ КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	<p>Во время лекционных занятий студенту рекомендуется вести краткий конспект, фиксируя основные теоретические положения изучаемых разделов дисциплины. В качестве источников получения теоретических и справочных сведений лекции можно рассматривать как первичный, однако не единственный источник. Помимо лекций студент должен активно и самостоятельно работать с литературными источниками, источниками в сети Интернет. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся работают на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Лекции проводятся в режиме видеособрания в соответствии с расписанием.</p>
лабораторные работы	<p>Лабораторные задания предполагают программирование на любых языках в современной интегрированной среде программирования. В ходе выполнения лабораторных работ студент получает практический опыт и навыки:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) В правильной постановке задач;</li><li>2) Анализа проблем, возникающих при решении задач;</li><li>3) Построения алгоритма решения;</li><li>4) Исследования сходимости и определения точности решения;</li><li>5) Проведения тестирования созданной программы;</li><li>6) Документирования полученных результатов.</li></ol> <p>Задачи, решаемые в ходе лабораторного практикума, рассчитаны на применение теоретических знаний, получаемых при освоении лекционного материала по определенной теме. При этом при решении каждой последующей задачи, как правило, требуются знания предыдущих тематических разделов лекционного курса, и навыки, полученные при решении предыдущих задач.</p> <p>Рекомендуемая схема выполнения задания к лабораторной работе по данной дисциплине включает следующие этапы:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1. Ознакомление с заданием.</li><li>2. Изучение необходимого теоретического материала по предметной области задачи.</li><li>3. Проработка необходимого теоретического материала, связанного с разработкой алгоритма.</li><li>4. Изучение примеров решения аналогичных задач.</li><li>5. Разработка алгоритма.</li><li>6. Проработка необходимого теоретического материала, связанного с программной реализацией алгоритма решения задачи.</li><li>7. Создание проекта приложения и кодирование алгоритма на языке программирования.</li><li>8. Отладка и тестирование программы.</li></ol> <p>В зависимости от сложности решаемой задачи и опыта студента некоторые из приведенных этапов могут быть выполнены неявно, интуитивно, или совмещены. Ряд этапов, в частности, этапы 5-7 могут комбинироваться друг с другом. В некоторых случаях допускается совмещать этап составления алгоритма с кодированием на языке программирования, однако это требует достаточно хорошего знания синтаксиса используемого языка.</p> <p>В случае применения в образовательном процессе дистанционных</p>

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
	образовательных технологий обучающиеся выполняют задания в команде "Microsoft Teams. Задания к лабораторным работам размещаются на вкладке Задания канала Общий в соответствующей команде "Microsoft Teams".
самостоятельная работа	<p>Изучение лекционного материала выполняется с использованием личных записей студента и рекомендованной литературы. В результате самоподготовки студент должен ответить на контрольные вопросы по разделам курса, приведенным в рабочей программе дисциплины.</p> <p>В соответствии с программой курса студент должен выполнить лабораторные работы по 9-ми темам. По результатам выполнения задания лабораторной работы оформляется отчет. Лабораторная работа засчитывается после защиты отчета. При сдаче отчета студент должен продемонстрировать умение использовать средства, освоенные на лабораторной работе, при решении подобных задач, формулировать ответы на вопросы по теме лабораторной работы.</p> <p>При подготовке к сдаче отчета о выполненной работе рекомендуется продумать ответы на контрольные вопросы, приведенные в методических указаниях. Для самопроверки усвоения материала лабораторных работ предназначаются контрольные вопросы в методических указаниях.</p> <p>Одной из главных задач учебного процесса вуза является развитие интеллектуальных способностей у студентов, определяющих индивидуальный способ мышления и способствующих саморазвитию личности. Одним из инновационных методов обучения при организации самостоятельной работы студентов является метод портфолио, Студентам необходимо собрать набор работ, публикаций и различных материалов, связывающий все аспекты его деятельности при изучении дисциплины в целостную картину и, файловую папку, в которую студенты подбирают учебный материал в соответствии с перечнем вопросов для самоподготовки к практическим занятиям по конкретным темам изучаемых дисциплин (так называемые тематические портфолио).</p> <p>Отбор материала для портфолио представляет собой кропотливую индивидуальную самостоятельную работу, позволяющую каждому студенту продумывать и осуществлять поиск оптимального решения конкретных задач, дающую возможность проанализировать и оценить уровень собственной деятельности в целях своего профессионально-творческого саморазвития.</p> <p>Данный вид работы требует от студентов большего времени на самоподготовку, но, в конечном итоге, закладывает основу глубоких знаний. Студент допускается к зачету только после выполнения и защиты отчетов лабораторных работ.</p> <p>При подготовке к сдаче отчета о выполненной работе рекомендуется продумать ответы на контрольные вопросы, приведенные в методических указаниях. Для самопроверки усвоения материала лабораторных работ предназначаются контрольные вопросы в методических указаниях.</p> <p>В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся работают в команде "Microsoft Teams". Все необходимые для самостоятельной работы учебно-методические материалы, учебники, учебные пособия, обучающие видеоролики размещаются на вкладке Файлы канала Общий в соответствующей команде "Microsoft Teams".</p>
устный опрос	При подготовке к сдаче отчета о выполненной работе рекомендуется продумать

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
	ответы на контрольные вопросы, приведенные в методических указаниях. Для самопроверки усвоения материала лабораторных работ предназначаются контрольные вопросы в методических указаниях. Опрос может проводится в виде тестов и простого опроса во время сдачи лабораторной работы. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся работают в команде "Microsoft Teams". Устный опрос проводится в режиме видеосообщения.
письменное домашнее задание	Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.
контрольная работа	При подготовке к аудиторным контрольным работам следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий, на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams".
экзамен	Студент допускается к экзамену только после выполнения лабораторных работ. При подготовке к экзамену рекомендуется повторить материал лекций. При недостаточном понимании теоретических вопросов или затруднениях при решении задач следует посещать консультации преподавателя. Для успешного освоения дисциплины достаточно: 1. Иметь конспект лекций; 2. Изучать рекомендованную литературу; 3. Неукоснительно выполнять задания на самостоятельную работу.

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
	<p>4. Пользоваться консультациями преподавателя.</p> <p>В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся работают на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Экзамен проводится в режиме видеособрания в соответствии с расписанием.</p>

**10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

**11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории – помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные специальной мебелью и оборудованием:

- Ноутбук, проектор, экран
- Компьютеры
- Меловая доска

Рабочий кабинет – помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

**12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;
- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;
- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;
- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе

виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Численные методы решения дифференциальных уравнений в частных производных

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль) подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## **СОДЕРЖАНИЕ**

- 1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**
- 2. ИНДИКАТОРЫ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**
- 3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ**
- 4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**
  - 4.1. Оценочные средства текущего контроля
    - 4.1.1. Устный опрос
      - 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
      - 4.1.1.2. Критерии оценивания
    - 4.1.2. Письменное домашнее задание
      - 4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
      - 4.1.2.2. Критерии оценивания
      - 4.1.2.3 Содержание оценочного средства
    - 4.1.3. Контрольная работа
      - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.
      - 4.1.3.2. Критерии оценивания
      - 4.1.3.3 Содержание оценочного средства
  - 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации
    - 4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на контрольные вопросы)
      - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.2.1.2. Критерии оценивания
      - 4.2.2.3. Оценочные средства

**1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)**

<b>Код и наименование компетенции</b>	<b>Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины</b>	<b>Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации</b>
ПК-2 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>Знать методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы постановки и исследования краевых и начальных задач для уравнений в частных производных.</p> <p>Уметь использовать некоторые методы вычислительной математики для решения прикладных задач.</p> <p>Владеть навыками применения вычислительных методов при решении прикладных задач.</p>	<p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными. Тема 2. Уравнения параболического типа. Тема 3. Уравнения гиперболического типа. Тема 4. Уравнения эллиптического типа.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: Тема 5. Численные методы решения уравнений. Метод конечных разностей. Тема 6. Разностные схемы для решения уравнений параболического, гиперболического и эллиптического типа.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными. Тема 2. Уравнения параболического типа. Тема 3. Уравнения гиперболического типа. Тема 4. Уравнения эллиптического типа.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен (контрольные вопросы).</p>

## 2. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	
ПК-2	Знает методы решения задач Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы постановки и исследования краевых и начальных задач для уравнений в частных производных.	Знает методы решения задач Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы постановки и исследования краевых и начальных задач для уравнений в частных производных в типовых ситуациях.	Знает некоторые методы решения задач Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений; перечисляет методы постановки краевых и начальных задач для уравнений в частных производных в типовых ситуациях.	Не знает методы решения задачи Коши и краевых задач для обыкновенных дифференциальных уравнений; методы постановки и исследования краевых и начальных задач для уравнений в частных производных.
	Умеет использовать некоторые методы вычислительной математики для решения прикладных задач, осуществляет выбор оптимальных методов решения задачи.	Умеет использовать некоторые методы вычислительной математики для решения типовых прикладных задач.	Умеет использовать некоторые методы вычислительной математики для решения типовых прикладных задач, допуская ошибки.	Не умеет использовать методы вычислительной математики для решения прикладных задач.
	Владеет навыками применения вычислительных методов при решении прикладных задач.	Владеет навыками применения вычислительных методов при решении типовых прикладных	Владеет базовыми навыками применения вычислительных методов при решении типовых	Не владеет навыками применения вычислительных методов при решении прикладных задач.

		задач.	прикладных задач.	
--	--	--------	-------------------	--

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

7 семестр:

Текущий контроль:

Контрольная работа (ПК-2) – 30 баллов

Письменное домашнее задание (ПК-2) – 10 баллов

Устный опрос (ПК-2) – 10 баллов

Итого  $30+10+10 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация – экзамен.

Экзамен проводится в устной или письменной форме по билетам, всего 30 вопросов.

В билете по 2 вопроса, время, отведенное на ответы – 1 час 30 минут. Если баллы за работу в семестре низкие (менее 30 баллов), на экзамене может быть предложено практическое задание, соответствующее тематике лабораторных работ.

Контрольные вопросы – 50 баллов, по 25 баллов за ответ на каждый вопрос

Итого  $25+25= 50$  баллов

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

56-70 – удовлетворительно;

71-85 – хорошо;

86-100 – отлично;

0-55 – неудовлетворительно.

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Устный опрос

###### 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится по темам:

- Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными.
- Тема 2. Уравнения параболического типа.
- Тема 3. Уравнения гиперболического типа.
- Тема 4. Уравнения эллиптического типа.

Устный опрос проводится на аудиторных практических занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать как теоретический, так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.1.2. Критерии оценивания**

1) 86-100% от максимального числа баллов

обучающийся знает весь теоретический материал по рассматриваемому вопросу, предусмотренный учебной программой; может дать подробное описание и провести сравнительный анализ различных подходов к решению рассматриваемой задачи; корректно использует понятийный аппарат; высказывает свою точку зрения по рассматриваемому вопросу и может ее аргументированно обосновать.

2) 71-85% от максимального числа баллов

обучающийся знает основные теоретические положения по рассматриваемому вопросу; может описать различные подходы к решению рассматриваемой задачи; корректно использует понятийный аппарат; высказывает свою точку зрения.

3) 56-70% от максимального числа баллов

обучающийся имеет общее представление о предмете обсуждения, способах решения рассматриваемой задачи; допускает ошибки при использовании понятийного аппарата; высказывает свои мысли сумбурно, ответ слабо структурирован.

4) 0-55% от максимального числа баллов

обучающийся не владеет теоретическим материалом; не владеет понятийным аппаратом; не способеннятно сформулировать свои мысли.

#### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

**Примерные вопросы:**

- Тема 1. Введение в дисциплину. Уравнения с частными производными.

Чем отличаются дифференциальные уравнения в частных производных от обыкновенных дифференциальных уравнений?

Что называется решением дифференциального уравнения в частных производных?

Какие физические процессы описываются дифференциальными уравнениями в частных производных второго порядка?

Перечислите основные уравнения математической физики, описывающие физические процессы.

Какие дополнительные условия привлекаются для получения однозначного решения уравнений математической физики?

Что такое начальные условия? Что такое граничные условия?

Какого рода бывают граничные условия?

Что такое корректно поставленная задача?

Что называется порядком уравнения в частных производных?

Что называется числом переменных уравнения в частных производных?

Какие уравнения в частных производных называются линейными?

Какие уравнения в частных производных называются однородными?

Приведите классификацию основных типов уравнений математической физики.

Назовите основные методы решения уравнений математической физики.

- Тема 2. Уравнения параболического типа.

Какие типы соотношений требуются в математической модели для описания физической задачи?

Что позволяют определить закон Фурье и закон Фика?

Уравнениями какого типа описываются необратимые процессы?

В каком случае краевые условия для уравнений теплопроводности принимают вид граничных условий первого, второго, третьего родов?

Какие преобразования необходимо сделать, чтобы решить уравнение теплопроводности с неоднородными краевыми условиями методом Фурье?

Что означает ортогональность функций, на основе которых строится решение методом Фурье?

– Тема 3. Уравнения гиперболического типа.

При изучении каких электрических цепей следует учитывать сопротивление проводов, их взаимную емкость, утечку тока?

При каких допущениях выводится телеграфное уравнение?

Какой вид имеет уравнение Гельмгольца?

Что описывают уравнения Лоренца–Максвелла?

При каких допущениях выводится уравнение колебания струны?

При каких условиях уравнение колебания струны описывает вынужденные колебания, а при каких — свободные?

Сколько требуется начальных условий для решения гиперболического уравнения на конечном отрезке?

Какие преобразования необходимо сделать для решения неоднородного уравнения гиперболического типа с однородными краевыми условиями?

В чем заключается метод Даламбера для решения уравнений гиперболического типа?

– Тема 4. Уравнения эллиптического типа.

В чем заключается физический смысл лапласиана?

Как называются функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа?

Как формулируются задачи Дирихле, Неймана и Робена?

Как записывается закон теплообмена Ньютона?

Какой вид имеет решение уравнения Лапласа для одномерного приближения в декартовой системе координат? В полярной системе координат?

В сферической системе координат?

На какой формуле основан метод функций Грина?

Что является функцией Грина для задачи Дирихле в пространственном случае?

Какому условию удовлетворяет функция Грина на границе области для задачи Дирихле?

Для задачи Неймана?

Какая точка называется сопряженной относительно сферы (круга) заданной точке?

О чем гласит теорема о среднем для гармонических функций?

Решение какой задачи называют интегралом Пуассона?

Для каких областей решение эллиптических уравнений представляется в виде ряда Фурье?

Для каких областей решение эллиптических уравнений записывается через многочлены Лежандра?

#### **4.1.2. Письменное домашнее задание**

##### **4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Обучающиеся получают домашнее задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

##### **4.1.2.2. Критерии оценивания**

1) 86-100% от максимального числа баллов

Задание выполнено полностью и без ошибок, обучающийся способен объяснить методы и алгоритмы, использованные при решении задачи.

2) 71-85% от максимального числа баллов

Задание выполнено полностью с незначительными ошибками, обучающийся способен описать алгоритм решения задачи.

3) 56-70% от максимального числа баллов

Задание выполнено более чем наполовину, в решении присутствуют серьёзные ошибки, обучающийся способен описать порядок своих действий при решении задачи.

4) 0-55% от максимального числа баллов

Задание выполнено фрагментарно или не выполнено вообще, обучающийся не способен объяснить смысл своих действий при выполнении работы.

#### **4.1.2.3 Содержание оценочного средства**

Примерные темы:

- 1) Разностные схемы для численного решения многомерного уравнения теплопроводности.
- 2) Исследование сходимости разностных схем для многомерного уравнения теплопроводности.
- 3) Квазилинейные уравнения гиперболического типа. Характеристики квазилинейных уравнений.
- 4) Численные методы решения уравнений в частных производных гиперболического типа на примере линейного уравнения переноса.
- 5) Численные методы решения уравнений в частных производных гиперболического типа для квазилинейного уравнения переноса.
- 6) Методы регуляризации численных решений с большими градиентами.
- 7) Гибридные схемы (метод Р.П.Федоренко) .
- 8) Схемы с уменьшением полной вариации (Total Variation Diminishing, схемы Хартена).
- 9) Идеи построения сеточно - характеристических методов и анализ разностных схем в пространстве неопределенных коэффициентов.
- 10) Формы записи одномерных уравнений газовой динамики.

#### **4.1.3. Контрольная работа**

##### **4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

##### **4.1.3.2. Критерии оценивания**

Механизм оценивания контрольной работы:

1) 86-100% от максимального числа баллов

Правильно выполнены все задания. Приводится подробное решение всех задач.

2) 71-85% от максимального числа баллов

Правильно выполнена большая часть заданий. Присутствуют незначительные ошибки.

3) 56-70% от максимального числа баллов

Задания выполнены правильно более чем наполовину. Присутствуют серьёзные ошибки.

4) 0-55% от максимального числа баллов.

Задание не выполнено или выполнено с грубыми ошибками.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства

Нулевой вариант контрольных работ.

**Контрольная работа №1** («Классификация дифференциальных уравнений в частных производных второго порядка и приведение их к каноническому виду», «Задача Штурма-Лиувилля» (результат выполнения оценивается 15 баллами).)

№	Задания
1	Определить тип ДУ с постоянными коэффициентами: $49u_{xx} - 14u_{xy} + u_{yy} + 14u_x - 2u_y = 0.$
2	Определить тип ДУ с переменными коэффициентами: $y^2u_{xx} - 2xuy_{xy} + x^2u_{yy} = 0.$
3	Определить тип ДУ и привести его к каноническому виду, указав соответствующее преобразование переменных: $2u_{xx} + 5u_{xy} - 3u_{yy} = 0.$
4	Определить тип ДУ и привести его к каноническому виду, указав соответствующее преобразование переменных: $u_{xx} + 2u_{xy} - u_{yy} + u_x + u_y = 0.$
5	Найти решение задачи Штурма-Лиувилля: $X'' + \lambda X = 0$ с граничными условиями: $X'(0) = X(\pi) = 0.$
6	Найти нетривиальные решения $X(x)$ задачи Штурма-Лиувилля: $\begin{cases} X'' + aX = 0, & 1 \leq x \leq 2 \\ X(1) = X'(2) = 0 \end{cases}$

**Контрольная работа №2** («Уравнения гиперболического типа», «Уравнения параболического типа», «Уравнения эллиптического типа» (результат выполнения оценивается 15 баллами)).

7	Найти решение задачи Коши для волнового уравнения методом Даламбера: $u_{tt} = u_{xx}$ , $u(x, 0) = 0$ , $u_t(x, 0) = \cos x$ . Изобразить профиль струны в моменты времени $t = 0, \pi/2, 3\pi/2$ .
8	Решить методом Фурье начально-краевую задачу для волнового уравнения $\begin{cases} u_{tt} = 81u_{xx}, \\ u(0, t) = u(5, t) = 0, \\ u(x, 0) = \sin \pi x, u_t(x, 0) = 0. \end{cases}$
9	Решить методом Фурье начально-краевую задачу для уравнения теплопроводности $\begin{cases} u_{tt} = 2u_{xx}, \\ u_x(0, t) = u_x(8, t) = 0, \\ u(x, 0) = \cos 3\pi x + 2 \cos 4\pi x. \end{cases}$
10	Решить методом Фурье начально-краевую задачу для неоднородного уравнения

	теплопроводности	$\begin{cases} u_t = \frac{1}{9} u_{xx} + 5 \sin 2t \cdot \sin 3x, \\ u(0, t) = u(\pi, t) = 0, \\ u(x, 0) = 0. \end{cases}$
11	Решить методом Фурье краевую задачу в круговом секторе $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \varphi \leq \alpha < 2\pi$ .	$\begin{cases} \Delta u(r, \varphi) = 0 \\ u(r, 0) = u(r, \pi/3) = 0 \text{ для уравнения Лапласа} \\ u(1, \varphi) = \sin 6\varphi \end{cases}$
12	Решить методом Фурье краевую задачу $0 \leq r \leq 1, 0 \leq \varphi < 2\pi$ .	$\begin{cases} \Delta u(r, \varphi) = 0 \\ u(1, \varphi) = \cos 9\varphi \text{ для уравнения Лапласа в круге} \end{cases}$

## 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### 4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на контрольные вопросы)

#### 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам (всего 30 вопросов). Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу – 1 час 30 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

#### 4.2.1.2. Критерии оценивания

##### Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, при ответе использовал примеры практического применения рассматриваемого теоретического материала, ответил на все дополнительные вопросы, ответ четкий и хорошо структурированный, освоен понятийный аппарат.

##### Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, однако испытывал затруднение с приведением практических примеров применения рассматриваемого теоретического материала, ответил не на все дополнительные вопросы, ответ структурирован, освоен понятийный аппарат.

##### Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся раскрыл вопросы лишь частично, не смог привести практические примеры применения рассматриваемого теоретического материала, частично ответил на некоторые из дополнительных вопросов, допускает несущественные ошибки при использовании понятийного аппарата.

##### Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся не ответил на вопросы или же ответы не соответствовали заданным вопросам, не дал адекватного ответа на дополнительные вопросы, допускает грубые ошибки

при использовании понятийного аппарата или не использует понятийный аппарат предметной области вовсе.

#### 4.2.2.3. Оценочные средства

Вопросы к экзамену:

1. Определение дифференциального уравнения второго порядка с двумя независимыми переменными, его частные виды (линейное относительно старших производных, квазилинейное, линейное).
2. Характеристическое уравнение, классификация ДУ в частных производных второго порядка.
3. Каноническая форма записи ДУ гиперболического типа, приведение к такой форме записи.
4. Каноническая форма записи ДУ эллиптического типа, приведение к такой форме записи.
5. Каноническая форма записи ДУ параболического типа, приведение к такой форме записи.
6. Постановка задач математической физики. Начальные и граничные условия. Граничные условия первого, второго и третьего рода. Задача Коши, краевая задача, смешанная задача. Внутренняя и внешняя задачи, особенности их постановки.
7. Определение корректно поставленной по Адамару задачи математической физики. Класс корректности. Понятие некорректно поставленной задачи.
8. Задача Штурма-Лиувилля, постановка и нахождение её решения для различных случаев граничных условий.
9. Вывод уравнения малых поперечных свободных колебаний струны (волнового уравнения).
10. Решение уравнения малых колебаний бесконечной струны методом Даламбера. Формула Даламбера.
11. Задача Коши для уравнения колебаний струны, доказательство единственности её решения.
12. Задача Коши для уравнения колебаний струны, доказательство устойчивости её решения.
13. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения с нулевыми начальными условиями (для бесконечной струны).
14. Решение задачи Коши для неоднородного волнового уравнения с ненулевыми начальными условиями (для бесконечной струны).
15. Метод продолжений для волнового уравнения на полубесконечной прямой с граничными условиями соответствующими закреплённому концу струны.
16. Метод продолжений для волнового уравнения на полубесконечной прямой с граничными условиями соответствующими свободному концу струны.
17. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения с однородными граничными условиями.
18. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для однородного волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.
19. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для неоднородного волнового уравнения с неоднородными граничными условиями.
20. Вывод уравнения распространения тепла в стержне.
21. Интеграл Пуассона. Ядро Пуассона и его свойства.
22. Задача Коши для однородного уравнения теплопроводности (для бесконечного стержня). Принцип максимального значения. Существование и единственность решения такой задачи Коши. Формула Пуассона.
23. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности с однородными граничными условиями.

24. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для однородного уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.
25. Решение методом Фурье начально-краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности с неоднородными граничными условиями.
26. Уравнения Лапласа и Пуассона, краевые задачи для них (Дирихле, Неймана, смешанные, внутренние и внешние). Физические задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона.
27. Уравнение Лапласа в полярной системе координат.
28. Решение методом Фурье задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круговом секторе.
29. Решение методом Фурье задачи Дирихле для уравнения Лапласа в круге.
30. Решение методом Фурье задачи Дирихле для уравнения Лапласа в кольце.

Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Численные методы решения дифференциальных  
уравнений в частных производных

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

**Литература:**

1. Карманова Е.В. Численные методы : учебное пособие / Е.В. Карманова. - 2-е изд., стер. - Москва : ФЛИНТА, 2015. - 172 с. - ISBN 978-5-9765-2303-6 - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785976523036.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.
2. Соболева О.Н. Введение в численные методы : учебное пособие / О.Н. Соболева - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2011. - 64 с. - ISBN 978-5-7782-1776-8 - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778217768.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.
3. Бахвалов Н. С. Численные методы : учебник / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. - 9-е изд. - Москва : Лаборатория знаний, 2020. - 636 с. - ISBN 978-5-00101-836-0. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126099> (дата обращения: 06.08.2020). - Текст : электронный.
4. Численные методы в уравнениях математической физики : учебное пособие / М.Г. Персова [и др.] - Новосибирск : Изд-во НГТУ, 2016. - 60 с. - ISBN 978-5-7782-2971-6. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785778229716.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.
5. Формалев В.Ф. Численные методы / В. Ф. Формалев, Д. Л. Ревизников. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 400 с. - ISBN 5-9221-0479-9. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922104799.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.
6. Орешкова М.Н. Численные методы / М.Н. Орешкова. - Архангельск : ИД САФУ, 2015. - 120 с. - ISBN 978-5-261-01040-1. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261010401.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.
7. Балабко Л.В. Численные методы / Л.В. Балабко, А.В. Томилова. - Архангельск : ИД САФУ, 2014. - 163 с. - ISBN 978-5-261-00962-7. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785261009627.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.

Приложение 3  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Численные методы решения дифференциальных  
уравнений в частных производных

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины  
(модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных  
систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Acrobat Reader

Антивирус Касперского

Mathworks Matlab R2014b

ЭБС "ZNANIUM.COM"

ЭБС Издательства "Лань"

ЭБС "Консультант студента"

ЭБС "Айбукс"