

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал доцент, кандидат физ.-мат. наук (доцент) Углов А.Н. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение, Набережночелнинский институт (филиал) КФУ), [ANUglov@kpfu.ru](mailto:ANUglov@kpfu.ru).

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- основные понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен уметь:

- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- применять современный математический аппарат математического анализа в профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен владеть:

- аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины (ОПК-1);
- основными понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач (ПК-2).

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в блок «Б1. Дисциплины (модули). Обязательная часть» основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика". Осваивается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

**3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц на 432 часа.

Контактная работа - 126 часов, в том числе лекции - 54 часа, практические занятия - 72 часа, лабораторные работы - 0 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 234 часа.

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа.

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

**4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий**

**4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)**

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной.	1	4	6	0	24
2.	Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной.	1	6	12	0	40
3.	Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.	1	4	10	0	32
4.	Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.	1	4	8	0	30
5.	Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность.	2	2	2	0	6
6.	Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных.	2	6	6	0	18
7.	Тема 7. Неопределённый интеграл.	2	6	6	0	18
8.	Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.	2	6	6	0	18
9.	Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.	2	4	4	0	12
10.	Тема 10. Числовые ряды.	2	6	6	0	18
11.	Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.	2	6	6	0	18

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
	Итого		54	72	0	234

## 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

### Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной.

Предмет математического анализа. Логическая символика и её использование для краткой записи математических утверждений. Множества и операции над ними. Счётные и несчётные множества. Множества чисел. Действительные числа, модуль числа и его свойства. Числовые промежутки. Окрестность точки (конечной и бесконечной). Отображения множеств. Понятие о функции как однозначном отображении числовых множеств. Способы задания функции. Естественная область определения и график функции. Основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность). Основные элементарные функции. Гиперболические функции. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их классификация. Построение графиков функций.

### Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной.

Понятие о числовой последовательности. Ограниченные, неограниченные, монотонные числовые последовательности. Предел последовательности. Сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности. Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости последовательности. Признак сходимости монотонной числовой последовательности. Число  $\varepsilon$ . Определения предела функции в конечной точке и бесконечно удалённой точке. Односторонние пределы. Бесконечно большие и бесконечно малые функции, их свойства. Неопределённые выражения. Основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции). Предельный переход в неравенствах. Первый и второй замечательные пределы. Сравнение бесконечно малых функций. Эквивалентные бесконечно малые функции, их применение при вычислении пределов. Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Непрерывность элементарных функций. Точки разрыва функции и их классификация. Непрерывность функции на множестве. Основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции). Понятие о равномерной непрерывности функции на множестве.

### Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.

Приращение функции. Определение производной и её геометрический смысл. Непосредственное нахождение производной. Таблица производных основных элементарных функций. Простейшие правила нахождения производной. Производная сложной функции. Логарифмическая производная. Производная степенно-показательной функции. Производная функции, заданной параметрически. Понятие дифференцируемости функции. Дифференциал функции. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнения касательной и нормали к плоской кривой. Основные теоремы о дифференцируемых функциях: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа,

Коши. Формулы Тейлора и Маклорена с остаточным членом в форме Лагранжа, их применение в приближённых вычислениях. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.

#### **Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.**

Схема проведения полного исследования функции. Стационарные и критические точки функции. Возрастание и убывание функции, нахождение участков монотонности функции. Локальные экстремумы функции, условия их существования и нахождение. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба, условия их существования и нахождение. Вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, условия их существования и нахождение. Построение графика функции.

#### **Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность.**

Понятия  $n$ -мерной точки,  $n$ -мерного арифметического пространства  $R^n$ . Множества точек в  $R^n$ . Окрестность точки. Классификация точек. Понятие функции двух, трёх,  $n$  переменных. Область определения и график функции. Линии уровня. Полное и частные приращения функции. Понятия предела и непрерывности ФНП. Свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

#### **Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных.**

Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Независимость смешанных производных от порядка дифференцирования. Понятие дифференцируемости ФНП в точке, условия дифференцируемости. Полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков. Частные производные ФНП, заданных неявно. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях. Уравнение касательной плоскости и нормали к ней. Стационарные и критические точки. Локальный безусловный экстремум ФНП, необходимое и достаточное условия его существования и нахождение. Условный экстремум. Метод неопределённых множителей Лагранжа. Наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение. Понятие о методе наименьших квадратов.

#### **Тема 7. Неопределённый интеграл.**

Первообразная функции и её основные свойства. Неопределённый интеграл, условия его существования и основные свойства. Таблица основных неопределённых интегралов. Непосредственное интегрирование. Интегрирование заменой переменной и по частям. Интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен. Неправильные и правильные рациональные дроби. Разложение правильной дроби на простые дроби. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей. Интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

#### **Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.**

Определённый интеграл, условия его существования, геометрический смысл и свойства. Оценка интеграла и формула среднего значения. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле. Приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона). Применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и расходимость.

#### **Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.**

Двойной интеграл, условия его существования и основные свойства. Вычисление двойно-

го интеграла сведением к повторному интегралу. Двойной интеграл в полярных координатах. Понятие тройного интеграла. Геометрические (площадь плоской фигуры, объема тела) и физические приложения кратных интегралов. Криволинейные интегралы первого и второго рода: определение, свойства, вычисление, приложения. Формула Грина. Понятие поверхностных интегралов первого и второго рода.

#### **Тема 10. Числовые ряды.**

Понятие числового ряда. Частичная сумма и остаток ряда. Сумма ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды, их свойства. Необходимый признак сходимости ряда. Достаточный признак расходимости ряда. Ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости. Признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши). Знакопередающиеся ряды. Признак Лейбница. Оценка остатка знакопередающегося ряда. Абсолютно и условно сходящиеся ряды, их свойства.

#### **Тема 11. Функциональные последовательности и ряды.**

Понятие функциональной последовательности и функционального ряда. Сумма и сходимость функционального ряда. Абсолютно сходящиеся функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости функционального ряда. Степенной ряд. Признак Абеля. Интервал и радиус сходимости степенного ряда. Область сходимости степенного ряда и её нахождение. Свойства степенных рядов. Ряды Тейлора и Маклорена. Разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена. Применение степенных рядов в приближённых вычислениях. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. Признак Дирихле. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

### **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета  
ЭОР "Математический анализ" - <http://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2063>

### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в библиотеке НЧИ КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осуществляющих освоение данной дисциплины (модуля).

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки НЧИ КФУ.

## **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у студентов в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы. Лекции могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных техноло-

Вид работ	Методические рекомендации
	гий в команде "Microsoft Teams".
практические занятия	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков решения задач на аудиторных практических занятиях, для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Практические занятия могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену.
устный опрос	Устный опрос на практическом занятии предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы. Устный опрос может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
письменное домашнее задание	Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.



Вид работ	Методические рекомендации
контрольная работа	При подготовке к аудиторным контрольным работам следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams"
экзамен	Экзамен может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной экзаменационной работы. Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Письменная экзаменационная работа содержит 14 заданий, время выполнения - 90 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают экзамен в команде "Microsoft Teams".

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья) и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории для контактной работы с преподавателем, укомплектованные специализированной мебелью (столы и стулья):

Перечень аудиторий:

1. Учебная аудитория для проведения занятий лекционного типа, семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации

Основное оборудование:

Комплект мебели (посадочных мест) – 56 шт.

Комплект мебели (посадочных мест) для преподавателя – 1 шт.

Меловая доска – 1 шт.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с огра-

ниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Математический анализ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**  
Математический анализ

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика  
Направленность (профиль) подготовки: отсутствует  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2022

## **СОДЕРЖАНИЕ**

### **1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

### **2. ИНДИКАТОРЫ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

### **3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ**

### **4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

#### **4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ**

##### **4.1.1. Устный опрос**

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.1.1.2. Критерии оценивания

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

##### **4.1.2. Письменное домашнее задание**

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.1.2.2. Критерии оценивания

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

##### **4.1.3. Контрольная работа**

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.1.3.2. Критерии оценивания

4.1.3.3. Содержание оценочного средства

#### **4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ**

##### **4.2.1. Экзамен. Устный/письменный ответ на вопросы.**

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.2.1.2. Критерии оценивания

4.2.1.3. Оценочные средства

# 1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ОПК-1– способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p><b>Знать</b> основные методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p><b>Уметь</b> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p><b>Владеть</b> аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><b><u>1 семестр обучения.</u></b></p> <p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения; исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения; исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен, контрольные вопросы.</p> <p><b><u>2 семестр обучения.</u></b></p> <p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких пере-</p>

		<p>менных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; числовые ряды; функциональные последовательности и ряды.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких переменных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; числовые ряды; функциональные последовательности и ряды.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких переменных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен, контрольные вопросы.</p>
ПК-2 – способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p><b>Знать</b> основные понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.</p> <p><b>Уметь</b> применять современный математический аппарат математического анализа в профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть</b> основными понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный</p>	<p><b><u>1 семестр обучения.</u></b></p> <p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения; исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.</p>

	<p>математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>2. Письменное домашнее задание по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения; исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: множества; числовые множества; функция одной переменной; предел числовой последовательности; предел и непрерывность функции одной переменной; производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен, контрольные вопросы.</p> <p><b><u>2 семестр обучения.</u></b></p> <p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких переменных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; числовые ряды; функциональные последовательности и ряды.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких переменных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные</p>
--	---	---

		<p>интегралы; числовые ряды; функциональные последовательности и ряды.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность; производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения; экстремумы функции нескольких переменных; неопределённый интеграл; определённый интеграл и его приложения; несобственные интегралы; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен, контрольные вопросы.</p>
--	--	---



## 2. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ОПК-1	<u>Знает</u> методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> основные методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> некоторые методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не знает</u> методы математического анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> решать основные типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> решать некоторые типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области математического анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Владеет</u> аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических задач приклад-	<u>Владеет</u> основным аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических	<u>Владеет</u> некоторым аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математи-	<u>Не владеет</u> аппаратом математического анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики,

	ной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	ки и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	использующих аппарат данной дисциплины.
ПК-2	<u>Знает</u> понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> основные понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> некоторые понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Не знает</u> понятия и методы математического анализа, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.
	<u>Умеет</u> применять современный математический аппарат математического анализа в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> применять основные методы математического анализа в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> применять некоторые методы математического анализа в профессиональной деятельности.	<u>Не умеет</u> применять современный математический аппарат математического анализа в профессиональной деятельности.
	<u>Владеет</u> понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.	<u>Владеет</u> основными понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.	<u>Владеет</u> некоторыми понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.	<u>Не владеет</u> понятиями и методами математического анализа, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.

### **3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию**

#### **1 семестр:**

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 1,2,3,4 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание 1,2,3,4 – 14 баллов;

Контрольная работа 1,2,3 – 22 балла.

...

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация: экзамен – 50 баллов.

Устный/письменный ответ на вопросы билета (письменной экзаменационной работы) по темам 1,2,3,4. Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Общее количество вопросов – 50. Письменная экзаменационная работа содержит 14 заданий, время выполнения - 90 минут.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

#### **2 семестр:**

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 5,6,7,8,9,10,11 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание по темам 5,6,7,8,9,10,11 – 14 баллов;

Контрольная работа по темам 5,6,7,8,9 – 22 балла.

...

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация – экзамен:

Устный/письменный ответ на вопросы билета (письменной экзаменационной работы) по темам 5,6,7,8,9,10,11. Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Общее количество вопросов – 50. Письменная экзаменационная работа содержит 14 заданий, время выполнения - 90 минут.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

**Для экзамена:**

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

### **4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания**

#### **4.1. Оценочные средства текущего контроля**

##### **4.1.1. Устный опрос**

##### **4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Устный опрос проводится на аудиторных практических занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать как теоретический,

так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.1.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за устный опрос – 14.

1) 86-100% от максимального числа баллов

- знает весь теоретический материал по рассматриваемому вопросу, предусмотренный учебной программой;

- может дать подробное описание и провести сравнительный анализ различных подходов к решению рассматриваемой задачи;

- корректно использует понятийный аппарат;

- высказывает свою точку зрения по рассматриваемому вопросу и может ее аргументированно обосновать.

2) 71-85% от максимального числа баллов

- основные теоретические положения по рассматриваемому вопросу;

- может описать различные подходы к решению рассматриваемой задачи;

- корректно использует понятийный аппарат;

- высказывает свою точку зрения.

3) 56-70% от максимального числа баллов

- имеет общее представление о предмете обсуждения, способах решения рассматриваемой задачи;

- допускает ошибки при использовании понятийного аппарата;

- высказывает свои мысли сумбурно, ответ слабо структурирован.

4) 0-55% от максимального числа баллов

- не владеет теоретическим материалом;

- не владеет понятийным аппаратом;

- не способен внятно сформулировать свои мысли.

#### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

### **1 семестр.**

Вопросы для устного опроса:

#### **Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной. (3 балла)**

Множества и операции над ними; счётные и несчётные множества; множества чисел; естественная область определения и график функции; основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность); основные элементарные функции; обратная функция; сложная функция; элементарные функции и их классификация; построение графиков функций.

#### **Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной. (4 балла)**

Числовая последовательность; предел последовательности; признак сходимости монотонной последовательности; число  $e$ ; определения предела функции в конечной и бесконечно удалённой точках; бесконечно большие и бесконечно малые функции; неопределённые выражения; основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции); предельный переход в неравенствах; первый и второй замечательные пределы; эквивалентные бесконечно малые функции; определения непрерывности функции в точке; непрерывность элементарных функций; точки разрыва функции и их классификация; непрерывность функции на множестве; основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции).

#### **Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.**

(4 балла)

Определение производной и её геометрический смысл; таблица производных основных элементарных функций; простейшие правила нахождения производной; производная сложной функции; логарифмическая производная; производная степенно-показательной функции; производная функции, заданной параметрически; дифференциал функции; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница; теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.

**Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.** (3 балла)

Схема проведения полного исследования функции; стационарные и критические точки функции; нахождение участков монотонности функции; локальные экстремумы функции, их нахождение; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение; выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба, их нахождение; вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их нахождение; построение графика функции.

## **2 семестр.**

Вопросы для устного опроса:

**Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность.** (2 балла)

Понятия  $n$ - мерной точки,  $n$ - мерного арифметического пространства  $R^n$ ; множества точек в  $R^n$ ; окрестность точки; классификация точек; понятие функции двух, трёх,  $n$  переменных; область определения и график функции; линии уровня; полное и частные приращения функции; предел и непрерывность ФНП; свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

**Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных.** (2 балла)

Частные производные первого и высших порядков; понятие дифференцируемости ФНП в точке; полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков; частные производные ФНП, заданных неявно; производная сложной ФНП; производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнение касательной плоскости и нормали к ней; стационарные и критические точки; локальный безусловный экстремум ФНП, его нахождение; условный экстремум; метод неопределённых множителей Лагранжа; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение.

**Тема 7. Неопределённый интеграл.** (2 балла)

Первообразная функции и её основные свойства; неопределённый интеграл, условия его существования и основные свойства; таблица основных неопределённых интегралов; непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной и по частям; интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен; неправильные и правильные рациональные дроби; разложение правильной дроби на простые дроби; интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей; интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

**Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы.** (2 балла)

Определённый интеграл, условия его существования, геометрический смысл и свойства; оценка интеграла и формула среднего значения; формула Ньютона-Лейбница; формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле; приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона); применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин; несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и

расходимость.

#### **Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. (2 балла)**

Двойной интеграл, условия его существования и основные свойства; вычисление двойного интеграла сведением к повторному; двойной интеграл в полярных координатах; вычисление площади плоской фигуры и объема тела с помощью двойного интеграла; вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.

#### **Тема 10. Числовые ряды. (2 балла)**

Понятие числового ряда; частичная сумма и остаток ряда; сумма ряда; сходящиеся и расходящиеся ряды; необходимый признак сходимости ряда; достаточный признак расходимости ряда; ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости; признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши); знакопеременные ряды; признак Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

#### **Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. (2 балла)**

Понятие функционального ряда; степенной ряд; интервал и радиус сходимости степенного ряда; область сходимости степенного ряда; ряды Тейлора и Маклорена; разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена; тригонометрический ряд; ряд Фурье; разложение функций в ряд Фурье; ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

### **4.1.2. Письменное домашнее задание**

#### **4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.2.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за письменное домашнее задание – 14.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### **4.1.2.3 Содержание оценочного средства**

##### **1 семестр.**

Темы письменных домашних работ:

**Тема 1. Множества. Числовые множества. Функция одной переменной.** (3 балла)

Множества и операции над ними; счётные и несчётные множества; множества чисел; естественная область определения и график функции; основные элементы поведения функции (ограниченность, чётность и нечётность, периодичность, монотонность); основные элементарные функции; обратная функция; сложная функция; элементарные функции и их классификация; построение графиков функций.

**Тема 2. Предел числовой последовательности. Предел и непрерывность функции одной переменной.** (4 балла)

Числовая последовательность; предел последовательности; признак сходимости монотонной последовательности; число  $e$ ; определения предела функции в конечной и бесконечно удалённой точках; бесконечно большие и бесконечно малые функции; неопределённые выражения; основные теоремы о пределах функций (об ограниченности функции; о связи с бесконечно малой функцией; арифметические свойства пределов; о пределе элементарной функции); предельный переход в неравенствах; первый и второй замечательные пределы; эквивалентные бесконечно малые функции; определения непрерывности функции в точке; непрерывность элементарных функций; точки разрыва функции и их классификация; непрерывность функции на множестве; основные свойства функций, непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, об обращении её в нуль, о наибольшем и наименьшем значениях функции).

**Тема 3. Производные и дифференциалы функции одной переменной, их приложения.** (4 балла)

Определение производной и её геометрический смысл; таблица производных основных элементарных функций; простейшие правила нахождения производной; производная сложной функции; логарифмическая производная; производная степенно-показательной функции; производная функции, заданной параметрически; дифференциал функции; производные и дифференциалы высших порядков; формула Лейбница; теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.

**Тема 4. Исследование функций одной переменной с помощью производных, построение их графиков.** (3 балла)

Схема проведения полного исследования функции; стационарные и критические точки функции; нахождение участков монотонности функции; локальные экстремумы функции, их нахождение; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой функции на отрезке, их нахождение; выпуклость и вогнутость функции; точки перегиба, их нахождение; вертикальные и наклонные асимптоты графика функции, их нахождение; построение графика функции.

## **2 семестр.**

Темы письменных домашних работ:

### **Тема 5. Функция нескольких переменных, ее предел и непрерывность. (2 балла)**

Область определения, график, линии уровня, полное и частные приращения функции двух переменных; предел и непрерывность ФНП; свойства ФНП, непрерывных в ограниченной и замкнутой области.

### **Тема 6. Производные и дифференциалы функции нескольких переменных, их приложения. Экстремумы функции нескольких переменных. (2 балла)**

Частные производные первого и высших порядков; полные дифференциалы ФНП первого и высших порядков; частные производные ФНП, заданных неявно; производная сложной ФНП; производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними; применение первого дифференциала в приближённых вычислениях; уравнение касательной плоскости и нормали к ней; стационарные и критические точки; локальный безусловный экстремум ФНП, его нахождение; условный экстремум; метод неопределённых множителей Лагранжа; наибольшее и наименьшее значения дифференцируемой ФНП в ограниченной замкнутой области, их нахождение.

### **Тема 7. Неопределённый интеграл. (2 балла)**

Первообразная функции и её нахождение; таблица основных неопределённых интегралов; непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной и по частям; интегрирование функций, содержащих квадратный трёхчлен; неправильные и правильные рациональные дроби; разложение правильной дроби на простые дроби; интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей; интегрирование тригонометрических и иррациональных выражений.

### **Тема 8. Определённый интеграл и его приложения. Несобственные интегралы. (2 балла)**

Определённый интеграл, геометрический смысл и свойства; оценка интеграла и формула среднего значения; формула Ньютона-Лейбница; формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле; приближённое вычисление определённых интегралов по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона); применение определённого интеграла для вычисления геометрических (площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел) и физических величин; несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования и от неограниченной функции, их сходимость и расходимость.

### **Тема 9. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы. (2 балла)**

Вычисление двойного интеграла сведением к повторному; двойной интеграл в полярных координатах; вычисление площади плоской фигуры и объёма тела с помощью двойного интеграла; вычисление криволинейных интегралов первого и второго рода.

### **Тема 10. Числовые ряды. (2 балла)**

Сумма числового ряда; сходящиеся и расходящиеся ряды; необходимый признак сходимости ряда; достаточный признак расходимости ряда; ряд геометрической прогрессии и обобщённый гармонический ряд, условия их сходимости и расходимости; признаки сходимости рядов с положительными членами (сравнения, Даламбера и Коши); знакопеременные ряды; признак Лейбница; абсолютно и условно сходящиеся ряды.

### **Тема 11. Функциональные последовательности и ряды. (2 балла)**

Функциональный ряд и область его сходимости; степенной ряд; интервал и радиус сходимости степенного ряда; область сходимости степенного ряда; ряды Тейлора и Маклорена; разложение функций в ряд Тейлора и Маклорена; тригонометрический ряд; ряд Фурье; разложение функций в ряд Фурье; ряды Фурье для чётных и нечётных функций.

## **4.1.3. Контрольная работа**

### **4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**



Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания в команде «Microsoft Teams».

#### 4.1.3.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за контрольную работу – 22.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**  
правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрировано владение материалом в полном объеме.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**  
правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрировано владение материалом.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**  
правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**  
правильно выполнены 0-55% заданий, не владеет теоретическим материалом, допущены грубые ошибки.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства

##### 1 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) область определения функции;
- 2) чётность и нечётность функции; элементы поведения (чётность, нечётность, периодичность, монотонность, ограниченность) основных элементарных функций;
- 3) вычисление пределов рациональных выражений и иррациональных выражений;
- 4) вычисление пределов тригонометрических выражений; степенно-показательных функций; выражений с факториалом;
- 5) построение графиков функций; непрерывность функции; точки разрыва функции, их нахождение и установление характера разрыва;
- 6) простейшие методы нахождения производной явной функции;
- 7) производная сложной функции;
- 8) логарифмическое дифференцирование; производная функции, заданной параметрически;
- 9) теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши; формулы Тейлора и Маклорена;
- 10) уравнения касательной и нормали к плоской кривой; правило Лопиталя.

#### Варианты контрольной работы.

##### Вариант №1.

№	Задания	Ответы
1	<p>Областью определения функции <math>y = \arcsin\left(\frac{x-2}{3}\right)</math> является отрезок <math>[a, b]</math>, где <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math></p> <p><b>Ответ записать в виде: <math>a, b</math></b></p>	-1, 5

2	Функция $y = \frac{x}{1-x}$ (в области своего определения) является: 1) чётной      2) нечётной      3) ни чётной, ни нечётной	3)
3	Предел $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{2x^2 + 5x - 3}{3x^2 + 10x + 3}$ равен.... <b>Записать ответ.</b>	$\frac{7}{8}$
4	Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3} \right)^{x^3 - 5}$ равен... 1) 1      2) $e$ 3) $e^5$ 4) $e^{-4}$ 5) $\infty$	5) $\infty$
5	Построить график функции: $y = \begin{cases} 2x & x \leq 0 \\ x+1 & 0 < x \leq 1 \\ 2 & x > 1 \end{cases}$ . Указать в каких точках и какого рода разрывы она имеет.	$x_1 = 0$ - точка разрыва 1 рода
6	Производная $f'(x)$ функции $f(x) = \frac{x^4}{x^3 - 1}$ имеет вид... <b>Записать ответ.</b>	$\frac{x^6 - 4x^3}{(x^3 - 1)^2}$
7	Производная $f'(x)$ функции $f(x) = \ln(x - \sin^2 x)$ имеет вид: 1) $\frac{1}{x - \sin^2 x}$ 2) $\frac{1 - 2 \sin x}{x - \sin^2 x}$ 3) $\frac{1 - \cos^2 x}{x - \sin^2 x}$ 4) $\frac{1 - \sin 2x}{x - \sin^2 x}$	4)
8	Если функции $y = f(x)$ задана в параметрическом виде уравнениями $\begin{cases} x = \ln(1 + t^2) \\ y = (t - 1)/t \end{cases}$ , то её параметрическая производная $y'_x(t)$ имеет значение $y'_x(2) = 5/a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>a</math></b>	16
9	Функция $f(x) = 2x - x^2$ на отрезке $[1, 4]$ удовлетворяет всем условиям теоремы Лагранжа. Тогда формула Лагранжа имеет место для значения $\mathcal{X} = \frac{a}{2}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>a</math></b>	5
10	Уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ в точке $x_0 = 0$ имеет вид $x + By + C = 0$ , где $B = \dots?, C = \dots?$ ( $B, C$ - целые числа). <b>Ответ записать в виде: <math>B, C</math></b>	-4,6

### Вариант №2.

№п/п	Задания	Ответы
1	Областью определения функции $\sqrt{6x - 2x^2}$ является отрезок $[a, b]$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ <b>Ответ записать в виде: <math>a, b</math></b>	0, 3

2	Функция $y = 2x \cdot \sin^2 x - 3x^3$ (в области своего определения) является: 1) чётной      2) нечётной      3) ни чётной, ни нечётной	2)
3	Если $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{5x^4 + 3x^2 - 18}{ax^4 - 18x^2 + 3} = \frac{1}{2}$ , то значение параметра $a$ равно..... <b>Записать ответ.</b>	10
4	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 4x}{\sin^2 3x}$ равен.....	$\frac{8}{9}$
5	Построить график функции: $y = \begin{cases} -3x & x \leq 3 \\ x^2 + 1 & x > 3 \end{cases}$ . Указать в каких точках и какого рода разрывы она имеет.	$x_1 = 3$ - точка разрыва 1 рода
6	Если $f(x) = \frac{4x+1}{3x-1}$ , то значение её первой производной $f'(1) = a/4$ , где $a = \dots?$ ( $a$ -целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>a</math></b>	-7
7	Если $f(x) = 2\sqrt{1+x^2}$ , то значение её второй производной $f''(\sqrt{3}) = 1/a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ -целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>a</math></b>	4
8	Если $f(x) = (\ln x)^{\lg x}$ , то выражение её первой производной $f'(x)$ имеет вид: 1) $(\ln x)^{\lg x} \left[ \frac{\ln \ln x}{\cos^2 x} + \frac{\lg x}{x \ln x} \right]$ 2) $(\ln x)^{\lg x} \left[ \frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\lg x}{x \ln x} \right]$ 3) $(\ln x)^{\lg x} \left[ \frac{\ln^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\lg x}{x \ln x} \right]$ 4) $(\ln x)^{\lg x} \left[ \frac{\ln^2 x}{\cos^2 x} + \frac{x \lg x}{\ln x} \right]$	1)
9	Функция $f(x) = 2x - x^2$ на отрезке $[1,3]$ удовлетворяет всем условиям теоремы Лагранжа. Тогда формула Лагранжа имеет место для значения $x = c$ , где $c = \dots?$ ( $c$ - целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>c</math></b>	2
10.	Уравнение нормали к графику функции $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 6x - 1$ в точке $x_0 = 1$ имеет вид: 1) $x + 4y + 17 = 0$ 2) $x - 4y + 17 = 0$ 3) $x - 4y - 17 = 0$ 4) $x + 4y - 17 = 0$	3)

## 2 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) нахождение частных производных ФНП первого, второго порядков, дифференциалов ФНП;
- 2) нахождение градиента, производной по направлению, локальных экстремумов ФНП;
- 3) нахождение неопределённого интеграла непосредственным интегрированием;
- 4) нахождение неопределённого интеграла заменой переменной;
- 5) интегрирование по частям в неопределённом интеграле;
- 6) интегрирование рациональных дробей; интегрирование тригонометрических, иррациональных выражений;
- 7) вычисление определённого интеграла; несобственные интегралы, установление их сходимости (расходимости);

- 8) приложения определённого интеграла (вычисление площадей плоских фигур, длин дуг кривых, объёмов тел вращения);
- 9) вычисление повторных и двойных интегралов;
- 10) вычисление и приложения двойных интегралов, вычисление криволинейных интегралов.

### Варианты контрольной работы.

#### Вариант №1.

№	Задания	Ответы
1	Если $z = \arctg(x^2 y)$ , то значение её второй частной производной $z''_{xy}(2,0) = a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	4
2	Модуль градиента $ gradu $ функции $u = x^2 \sqrt{y^3 + z^4}$ в точке $M_0(1, 1, 1)$ равен $\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{2}}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	89
3	Найти непосредственным интегрированием неопределённый интеграл $\int \frac{3-5x}{x^2} dx$ . <b>Записать ответ.</b>	
4	Неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{\sqrt{4-2x-x^2}}$ равен... <b>Записать ответ.</b>	
5	Неопределённый интеграл $\int \frac{\ln x}{x^2} dx$ равен $-\frac{a+b \ln x}{x} + C$ , где $a = \dots?, b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ записать в виде: <math>a, b</math></b>	$a = 1$ $b = 1$
6	Найти неопределённый интеграл от рациональной дроби $\int \frac{3x+1}{x(1+x^2)} dx$ . <b>Записать ответ.</b>	
7	Определённый интеграл $\int_2^3 (2x-1)^3 dx$ равен... <b>Записать ответ.</b>	68
8	Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2 - \frac{x^2}{2}$ и $x + y = 2$ равна... <b>Записать ответ.</b>	$\frac{2}{3}$
9	Повторный интеграл $\int_2^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{3x-4}{2}} dy$ равен... <b>Записать ответ.</b>	2
10	Двойной интеграл $\iint_D \frac{\ln y}{x} dx dy$ по области $D$ , ограниченной линиями $y = x^2$ , $y = 1$ , $x = 2$ , равен $(a \ln 2 + b)$ , где $a = \dots?, b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ представить в виде: <math>a, b</math></b>	5,-3

**Вариант №2.**

№	Задания	Ответы
1	Если $z = \ln \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , то значение её второй смешанной производной $z''_{xy}(-1,1) = \frac{1}{a}$ , где $a$ - целое число, равное... <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	2
2	Если $u = x^2 \sqrt{y^3 + z^4}$ , то значение её производной $\frac{\partial u}{\partial \ell}$ в точке $A(1,1,1)$ по направлению к точке $B(2,1,2)$ равно: 1) $-\frac{\sqrt{6}}{3}$ 2) 3      3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{3}{\sqrt{6}}$ 5) $-\frac{1}{\sqrt{6}}$	2)
3	Найти непосредственным интегрированием неопределённый интеграл $\int \left( \frac{3-2x}{x^4} \right) dx$ . <b>Записать ответ.</b>	
4	Неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x^2 - 4x - 5}$ равен... <b>Записать ответ.</b>	$\frac{1}{6} \ln \left  \frac{x-5}{x+1} \right  + C$
5	Неопределённый интеграл $\int x^3 \ln x dx$ равен... <b>Записать ответ.</b>	$-\frac{x^4}{16} + \frac{x^4}{4} \ln x + C$
6	Найти неопределённый интеграл от рациональной дроби $\int \frac{x+2}{(x-2)(x+3)} dx$ . <b>Записать ответ.</b>	
7	Несобственный интеграл $\int_2^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 4)^2}$ 1) расходится      2) сходится и равен...	2) $\frac{1}{16}$
8	Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 8$ , $y = 0$ , равна... <b>Записать ответ.</b>	36
9	Повторный интеграл $\int_2^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{3x-4}{2}} dy = a$ , где $a = \dots$ ? ( $a$ - целое число). <b>Ответ представить в виде: <math>a</math></b>	2
10	Двойной интеграл $\iint_D \frac{\ln y}{x} dx dy$ по области $D$ , ограниченной линиями $y = x^2$ , $y = 1$ , $x = 2$ , равен $(a \ln 2 + b)$ , где $a = \dots$ ?, $b = \dots$ ? ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ представить в виде: <math>a, b</math></b>	5,-3

**4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации**
**4.2.1. Экзамен. Устный/письменный ответ на вопросы.**
**4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания**

Экзамен может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной экзаменационной работы с применением современных цифровых образовательных

технологий. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Письменная экзаменационная работа содержит 14 заданий (время выполнения – 90 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен в команде «Microsoft Teams».

#### **4.2.1.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за ответ на экзамене – 50.

**43-50 баллов:** дан правильный ответ на 86-100% заданий, обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**36-42 баллов:** дан правильный ответ на 71-85% заданий, обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**28-35 баллов:** дан правильный ответ на 56-70% заданий, обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**0-27 баллов:** дан правильный ответ на 0-55% заданий, обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой.

#### **4.2.1.3. Оценочные средства**

##### **1 семестр.**

##### **Вопросы к экзамену:**

1. Понятие множества. Подмножество. Универсальное множество. Основные способы задания множеств. Равенство и эквивалентность множеств.
2. Пересечение, объединение и разность множеств. Дополнение множества. Диаграммы Эйлера-Венна. Декартово произведение множеств.
3. Множества чисел. Счётные и несчётные множества.
4. Множество действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Модуль действительного числа и его свойства.
5. Числовые множества. Числовые промежутки. Окрестность конечной точки и бесконечно удалённой точки.
6. Функция: определение, основные способы задания. Естественная область определения функции. Явная, неявная и параметрическая формы аналитического задания функции. График функции.
7. Основные элементы поведения функции (чётность, нечётность, периодичность, ограниченность, монотонность).
8. Основные элементарные функции (степенные, тригонометрические, обратные тригонометрические, показательная, логарифмическая), их свойства и графики.

9. Взаимно-однозначная функция. Обратная функция. Сложная функция. Элементарные функции и их классификация.
10. Построение графиков: элементарных функций путём преобразований известных графиков; функций, содержащим знак абсолютной величины; функций, задаваемых несколькими аналитическими выражениями.
11. Простейшие элементарные функции: линейная, квадратичная, дробно-линейная, их свойства и графики.
12. Гиперболические функции, их свойства и графики.
13. Понятие числовой последовательности, арифметические операции над ними. Ограниченные и неограниченные, монотонные последовательности.
14. Бесконечно малые и большие числовые последовательности, их основные свойства.
15. Определение предела числовой последовательности. Сходящиеся и расходящиеся числовые последовательности. Основные свойства сходящихся последовательностей.
16. Фундаментальная последовательность. Критерий Коши сходимости числовой последовательности.
17. Признак сходимости монотонной числовой последовательности. Число  $e$ .
18. Определения предела функции в конечной точке и на бесконечности. Односторонние пределы. Необходимое и достаточное условия существования предела функции в конечной точке.
19. Бесконечно малые функции, их основные свойства. Примеры бесконечно малых функций. Сравнение бесконечно малых функций.
20. Бесконечно большие функции, их основные свойства и взаимосвязь с бесконечно малыми функциями. Примеры бесконечно больших функций.
21. Функции, ограниченные на множестве и в окрестности точки. Теорема об ограниченности функции, имеющей конечный предел.
22. Теорема о взаимосвязи функции, имеющей конечный предел, с бесконечно малой функцией.
23. Теорема о пределах арифметических операций над функциями, имеющими конечный предел.
24. Предел элементарной функции. Предельный переход в неравенствах.
25. Первый замечательный предел, его следствия и применение при вычислении пределов.
26. Второй замечательный предел, его следствия и применение при вычислении пределов.
27. Эквивалентные бесконечно малые функции, их основные свойства и применение при вычислении пределов.
28. Определения непрерывности функции в точке. Понятие непрерывности справа и слева. Необходимое и достаточное условия непрерывности функции в точке. Непрерывность элементарных функций.
29. Понятие непрерывности на отрезке. Свойства непрерывных на отрезке функций (об ограниченности функции, об обращении функции в нуль, о промежуточных значениях, о наибольшем и наименьшем значениях функции).
30. Точки разрыва функции, их классификация и нахождение.
31. Приращение функции. Определение производной. Правая и левая производные. Необходимое и достаточное условия существования конечной производной в точке.
32. Геометрический смысл производной. Касательная и нормаль к кривой в данной точке, их уравнения.
33. Понятие дифференцируемости функции в точке. Взаимосвязь понятий: дифференцируемость в точке, непрерывность в точке, существование в точке конечной производной.
34. Непосредственное нахождение производной.
35. Простейшие правила нахождения производной (постоянной, суммы, разности, произведения и частного функций).
36. Производная обратной функции.

37. Производная сложной функции.
38. Логарифмическая производная, её применение для нахождения производной степенно-показательной функции. Производные функций, заданных параметрически.
39. Дифференциал функции. Простейшие правила нахождения дифференциалов (постоянной, суммы, разности, произведения и частного функций). Применение дифференциала в приближённых вычислениях.
40. Производные и дифференциалы высших порядков, их нахождение. Формула Лейбница.
41. Теорема Ферма. Геометрический смысл теоремы.
42. Теорема Ролля. Геометрический смысл теоремы.
43. Теорема Лагранжа. Геометрический смысл теоремы. Формула конечных приращений Лагранжа.
44. Теорема Коши.
45. Правило Лопиталя и его применение для раскрытия неопределённостей.
46. Достаточный признак монотонности функции. Стационарные и критические точки функции. Нахождение интервалов монотонности функции.
47. Точки локального экстремума (максимума и минимума) и локальные экстремумы функции. Необходимое и достаточные условия существования локального экстремума функции.
48. Глобальные экстремумы (наибольшее и наименьшее значения) функции на отрезке, их нахождение для дифференцируемой функции.
49. Понятия выпуклости и вогнутости функции. Достаточный признак выпуклости (вогнутости) функции на интервале. Нахождение интервалов выпуклости и вогнутости функции. Точка перегиба графика функции, условия её существования и нахождение.
50. Понятие асимптоты графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты, условия их существования и нахождение.

#### Задачи к экзамену:

1. Найти область определения функции  $y = \arccos\left(\frac{x+3}{4}\right)$ .
2. Вычислить пределы рациональных выражений:
  - а)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^4 + 10x^2 - 3}{2x^5 - 5x^4 + 3x}$
  - б)  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 7x + 6}{2x^2 + 5x - 7}$ .
3. Вычислить предел иррационального алгебраического выражения  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{\sqrt{1-x^2} - \sqrt{1+x^2}}$ .
4. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x+4}{\arcsin(x+2)}$  с помощью первого замечательного предела и его следствий.
5. Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x+10}{x+6}\right)^{5x}$  с помощью второго замечательного предела.
6. Вычислить предел  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(2n+2)!}{(n+1)^2 \cdot (2n)!}$ .
7. Найти область определения и точки разрыва функции  $y = \left(1 + \frac{1}{x}\right)^2$ , исследовать их характер.



8. Найти область определения и точки разрыва функции  $y = \begin{cases} x^2 & x < 0 \\ \sqrt{x} & 0 \leq x \leq 1, \\ 1/(x-1) & x > 1 \end{cases}$ , исследовать их

характер. Построить график функции  $y = f(x)$ .

9. Найти производные функций, заданных явно: а)  $y = 2x^8 + 2\sqrt[4]{x^5} - \ln 6$  б)  $y = \frac{x^2}{x^3 - 2}$ .

10. Найти производные функций, заданных явно:

$$\text{а) } y = \ln \sqrt{\frac{e^x}{1+e^x}} \quad \text{б) } y = \sin(\ln x)(x^2 + 2x)^3$$

11. Найти производную  $y'_x$  функции  $\begin{cases} x = \ln\left(\frac{1-t}{1+t}\right) \\ y = \sqrt{1-t^2} \end{cases}$ , заданной параметрически.

12. Найти значение производной  $f'_x(1,1)$  функции  $y = f(x)$  заданной неявно уравнением  $x^2 + \ln \sqrt{xy} - 1 = 0$ .

13. Найти производную степенно-показательной функции  $y = (2x+1)^{\ln \sin x}$ .

14. Найти выражение дифференциала  $dy$  функции  $y = \frac{\ln(\sin 2x)}{x^2}$ .

15. Вычислить предел, используя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 2x - \cos x}{1 - \cos x}$ .

16. Вычислить предел, используя правило Лопиталя  $\lim_{x \rightarrow 0} \operatorname{tg} x \cdot \ln 2x$ .

17. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = \frac{x^2 - 2x - 3}{4}$  в точке с абсциссой  $x_0 = 4$ .

18. Составить уравнение касательной к графику функции  $y = 3\sqrt[3]{x^2} - 6x - 1$  в точке с абсциссой  $x_0 = 1$ .

19. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $y = 2 - 12x^2 - 8x^3$  на отрезке  $[-2, 0]$ .

20. Найти локальные экстремумы, интервалы возрастания и убывания функции  $y = \frac{1 + \sqrt{x}}{3 + x}$ .

21. Найти вертикальные и наклонные асимптоты графика функции  $y = \frac{4x^3 + 1}{x^2}$ .

22. Найти точки перегиба графика функции  $y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$ .

23. Найти интервалы выпуклости и вогнутости функции  $y = \frac{6x^2 - x^4}{9}$ .

24. Найти для каких значений  $x = C$  функция  $f(x) = 2x - x^2$  на отрезке  $[1, 4]$  удовлетворяет всем условиям теоремы Лагранжа.

25. Провести полное исследование функции  $y = \frac{x^3}{3} - x^2 + 4$  и построить её график.

**Примеры билетов для устно письменной формы сдачи экзамена(50 баллов):**

---

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Набережночелнинский институт (филиал)

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Кафедра математики

Дисциплина: Математический анализ (1 семестр)

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1**

1. Множества чисел. Множество действительных чисел, его геометрическая интерпретация и свойства. Модуль действительного числа и его свойства.

2. Понятие асимптоты графика функции. Вертикальные и наклонные асимптоты, условия их существования и нахождение.

3. **Задача.** Вычислить предел  $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{\ln(1+2x)}$ , по правилу Лопиталя.

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Н.С.Габбасов/

---

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Набережночелнинский институт (филиал)

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Кафедра математики

Дисциплина: Математический анализ (1 семестр)

**ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2**

1. Функция: определение, основные способы задания. Естественная область определения функции. Явная, неявная и параметрическая формы аналитического задания функции. График функции.

2. Точки разрыва функции, их классификация и нахождение.

3. **Задача.** Найти выражение дифференциала  $dy$  функции  $y = \frac{\ln(\sin 2x)}{x^2}$ .

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Н.С.Габбасов/

---

---

При сдаче экзамена с применением цифровых образовательных технологий формируется экзаменационная письменная работа, состоящая из 14 заданий. Оценивается в **50 баллов**.

**Темы заданий письменной экзаменационной работы:**

- 1) Область определения ФОП.
- 2) Элементы поведения ФОП.
- 3) Пределы рациональных алгебраических выражений.
- 4) Пределы иррациональных алгебраических выражений. Пределы выражений с факториалом.
- 5) Пределы тригонометрических выражений.
- 6) Пределы степенно-показательных выражений.
- 7) Точки разрыва, непрерывность ФОП.
- 8) Введение в математический анализ (теоретические задания).
- 9) Производная ФОП.
- 10) Приложения производной ФОП (правило Лопиталья, уравнения касательной и нормали, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке)
- 11) Исследование ФОП (интервалы монотонности, выпуклости и вогнутости, точки локального экстремума и перегиба, асимптоты).
- 12) Дифференциальное исчисление ФОП (теоретические задания)

**Задания письменной экзаменационной работы  
«Математический анализ-1»**

<b>1</b>	<b>Область определения ФОП.</b>	
<b>1.1</b>	Областью определения функции $y = \frac{1}{\sqrt{x+3}} + \arcsin\left(\frac{x-1}{2}\right)$ является множество: 1) $(-3, +\infty)$ 2) $\emptyset$ 3) $(-3, 3]$ 4) $[-1, 3]$ 5) $(-3, 1]$	<b>4)</b>
<b>1.2</b>	Областью определения функции $y = \sqrt{x+2} \cdot \arccos\left(\frac{x+4}{3}\right)$ является отрезок $[a, b]$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	<b><math>-2, -1</math></b>
<b>2</b>	<b>Элементы поведения ФОП.</b> Чётность (нечётность) функции одной переменной. Свойства чётных и нечётных функций. Элементы поведения <b>основных элементарных</b> функций (чётность и нечётность, периодичность, монотонность, ограниченность): $\sin x$ , $\arcsin x$ , $\cos x$ , $\arccos x$ , $\operatorname{tg} x$ , $\operatorname{arctg} x$ , $\operatorname{ctg} x$ , $\operatorname{arcctg} x$ , $e^x$ , $\ln x$ .	
<b>2.1</b>	Даны функции <b>А:</b> $y = x^2 \cos 2x$ и <b>В:</b> $y = \frac{x^3}{\sin 3x}$ . Нечётными из них (в области их определения) являются: 1) только <b>А</b> 2) только <b>В</b> 3) <b>А и В</b> 4) ни <b>А</b> , ни <b>В</b>	<b>4)</b>
<b>2.2</b>	Какие из утверждений для функции $y = \sin x$ на промежутке $(-\infty, \infty)$ являются <b>верными</b> : 1) периодическая    2) немонотонная 3) неограниченная    4) нечётная  <b>В ответе указать все верные утверждения.</b>	<b>1)2)4)</b>
<b>2.3</b>	Выяснить является ли функция $f(x) = \frac{\cos x}{ \sin x }$ четной или нечетной (указать номер правильного ответа): 1) четная    2) нечетная    3) ни четная, ни нечетная	<b>1)</b>

2.4	<p>Выяснить является ли функция <math>f(x) = \ln \frac{1+x}{1-x}</math> четной или нечетной (указать номер правильного ответа):</p> <p>1) четная                      2) нечетная                      3) ни четная, ни нечетная</p>	2)
2.5	<p>Какие из утверждений для функции <math>y = \arcsin x</math> на промежутке <math>[-1, 1]</math> являются <b>верными</b>:</p> <p>1) периодическая   2) немонотонная   3) неограниченная   4) нечётная</p> <p><b>В ответе указать все верные утверждения.</b></p>	4)
3	<p><b>Пределы рациональных алгебраических выражений.</b> В том числе:</p> $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n}{b_0 x^m + b_1 x^{m-1} + \dots + b_m}, \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{a_1 x^2 + b_1 x + c_1}{a_2 x^2 + b_2 x + c_2}.$	
3.1	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3+2x-3x^2}{2+5x^2-x}</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{3}{2}</math>                      2) 0                      3) <math>\infty</math>                      4) <math>-\frac{3}{5}</math>                      5) <math>\frac{1}{3}</math></p>	4)
3.2	<p>Если <math>\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2-5x^2+2x^3}{7+ax^3+3x^2} = -\frac{2}{3}</math>, то значение параметра <math>a = \dots</math>?</p> <p style="text-align: right;"><b>Ввести ответ.</b></p>	-3
3.3	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow -2} \frac{2x^2+x-6}{3x^2+7x+2}</math> равен:</p> <p>1) -3                      2) <math>\frac{2}{3}</math>                      3) <math>\frac{5}{7}</math>                      4) <math>\frac{7}{5}</math>                      5) <math>-\frac{1}{4}</math></p>	4)
3.4	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow 2} \frac{2x^2-3x-2}{3x^2-8x+4} = \frac{5}{a}</math>, где <math>a = \dots</math>? (<math>a</math> - целое число).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: a</b></p>	4
3.5	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow -1/2} \frac{6x^2+5x-1}{-x-1/2}</math> равен...</p> <p style="text-align: right;"><b>Ввести ответ</b></p>	1
4	<b>Пределы иррациональных алгебраических выражений. Пределы выражений с факториалом.</b>	
4.1	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{2x}{\sqrt{1+x+x^2}-1} = a</math>, где <math>a = \dots</math>? (<math>a</math> - целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: a</b></p>	4
4.2	<p>Предел <math>\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2+1}-1}{\sqrt{x^2+16}-4} = a</math>, где <math>a = \dots</math>? (<math>a</math> - целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: a</b></p>	4
4.3	<p>Предел <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(n-2)! + (n-1)!}{n!}</math> равен:</p>	2)

	1) 1                      2) 0                      3) -1                      4) 2                      5) $\infty$	
<b>5</b>	<b>Пределы тригонометрических выражений.</b>	
<b>5.1</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^2 3x}{3 \operatorname{tg}(x^2)} = a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>3</b>
<b>5.2</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3} = \frac{1}{a}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>2</b>
<b>5.3</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 4x}{\cos 2x \cdot \sin 6x} = \frac{2}{a}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>3</b>
<b>5.4</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos 3x - \cos x}{\arcsin^2 x} = a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>-4</b>
<b>6</b>	<b>Пределы степенно-показательных выражений.</b>	
<b>6.1</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow +\infty} \left( \frac{x^2 + 1}{x^2 - 3} \right)^{x^3 - 5}$ равен: 1) 1                      2) $e$ 3) $e^5$ 4) $e^{-4}$ 5) $\infty$	<b>5)</b>
<b>6.2</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 3} (2x - 5)^{\frac{2x}{x-3}} = e^a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число) <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>12</b>
<b>6.3</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + 3x)^{1/2x} = e^{a/2}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>3</b>
<b>6.4</b>	Предел $\lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{1}{x+1} \right)^{\frac{1}{2x}}$ равен $\frac{a}{\sqrt{e}}$ ..., где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	<b>1</b>
<b>7</b>	<b>Точки разрыва, непрерывность ФОП.</b>	
<b>7.1</b>	Даны функции $\mathbf{A:} y = \begin{cases} 2x & \text{при } x \leq -1 \\ 2 - 2x & \text{при } -1 < x \leq 1 \\ \ln x & \text{при } x > 1 \end{cases} \text{ и } \mathbf{B:} y = \begin{cases} 2x & \text{при } x \leq 0 \\ x^2 + 1 & \text{при } 0 < x \leq 1 \\ 2 & \text{при } x > 1 \end{cases}.$	<b>3)</b>

	<p><b>Непрерывными</b> из них в точке <math>x = 1</math> являются:</p> <p>1) только А      2) только В      3) А и В      4) ни А, ни В</p>	
7.2	<p>Дана функция <math>y = \frac{1}{(x^2 - 1)(x^2 + 4)x}</math>. Точками её разрыва из перечисленных ниже точек являются:</p> <p>1) <math>x = -2</math>      2) <math>x = -1</math>      3) <math>x = 0</math>      4) <math>x = 1</math>      5) <math>x = 2</math></p> <p><b>В ответе указать все точки разрыва функции.</b></p>	2)3)4)
7.3	<p>Функция <math>f(x) = \begin{cases} a - x^2 &amp; x &lt; 4 \\ 1/\sqrt{x-3} &amp; x \geq 4 \end{cases}</math> будет непрерывной в точке <math>x = 4</math> при значении параметра <math>a = \dots?</math> (<math>a</math>-целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	17
7.4	<p>Точка <math>x = 2</math> является точкой бесконечного разрыва следующих из перечисленных ниже функций:</p> <p>1) <math>y = \frac{(x+2)^2}{x-2}</math>    2) <math>y = \frac{1}{(x-2)^2}</math>    3) <math>y = \frac{(x-2)^2}{x-2}</math>    4) <math>y = \frac{1}{x^2 - x - 2}</math></p> <p><b>В ответе указать все функции, для которых <math>x = 2</math> - точка бесконечного разрыва.</b></p>	1)2)4)
8	<p><b>Введение в анализ (теоретические задания).</b></p> <p><b>Теоретические вопросы (в объёме вопросов к экзамену),</b> в том числе: бесконечно малые и большие функции, их свойства; свойства функций, имеющих конечный предел; сходимости ограниченных и монотонных числовых последовательностей; неопределённые выражения; определение непрерывности функции в точке; определение точек разрыва функции и их классификация; свойства функций непрерывных на отрезке (об ограниченности функции, принятии ею наибольших и наименьших значений). Условие существования вертикальной асимптоты. Взаимосвязь монотонности и ограниченности последовательности с существованием её предела. Взаимосвязь функции, имеющей предел с бесконечно малой функцией.</p>	
9	<p><b>Производная ФОП.</b></p> <p>Производная <math>f'(x)</math>, её значение <math>f'(x_0)</math>. Производная <math>f'(x)</math>, её значение <math>f'(x_0)</math>. Вторая производная <math>f''(x)</math>; параметрическая производная <math>y'_x(t)</math>; производная степенно показательной функции.</p>	
9.1	<p>Производная <math>f'(x)</math> функции <math>f(x) = \arctg\left(\frac{x+2}{1-2x}\right)</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>\frac{2}{1+x^2}</math>    2) <math>\frac{1}{1+x^2}</math>    3) <math>\frac{1}{2(1+x^2)}</math>    4) <math>\frac{x}{1+x^2}</math>    5) <math>\frac{1}{1+2x^2}</math></p>	2)
9.2	<p>Соответствие функций <math>f(x)</math> и их производных <math>f'(x)</math>:</p> <p>1: <math>f(x) = \frac{1+x^2}{x}</math>      1: <math>f'(x) = \frac{x^2-1}{x^2}</math></p>	1-1 2-2 3-3

	$2: f(x) = \frac{x^2 - 1}{x} \qquad 2: f'(x) = \frac{1 + x^2}{x^2}$ $3: f(x) = \frac{1 - x^2}{x} \qquad 3: f'(x) = -\frac{x^2 + 1}{x^2}$ <p><b>В ответе указать пары соответствующих друг другу функций и их производных.</b></p>	
<b>9.3</b>	<p>Если <math>f(x) = \arctg \sqrt{x^2 + 1}</math>, то значение её первой производной <math>f'(3) = \frac{3}{a\sqrt{10}}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>11</b>
<b>9.4</b>	<p>Если <math>f(x) = \frac{4x + 1}{3x - 1}</math>, то значение её первой производной <math>f'(1) = a/4</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>-7</b>
<b>9.5</b>	<p>Если <math>f(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{(x - 2)^2}</math>, то значение её первой производной <math>f'(3) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>-8</b>
<b>9.6</b>	<p>Если <math>f(x) = \frac{\sin x}{1 + \cos x}</math>, то значение её первой производной <math>f'\left(\frac{\pi}{2}\right) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>1</b>
<b>9.7</b>	<p>Если <math>f(x) = x \arcsin x</math>, то выражение её второй производной <math>f''(x)</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>\frac{1 - x^2}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}</math> 2) <math>\frac{2 - x^2}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}</math> 3) <math>\frac{3 - x^2}{\sqrt{1 - x^2}}</math> 4) <math>\frac{1}{\sqrt{1 - x^2}}</math> 5) <math>\frac{2(1 - x^2)}{\sqrt{(1 - x^2)^3}}</math></p>	<b>2)</b>
<b>9.8</b>	<p>Если функции <math>y = f(x)</math> задана в параметрическом виде уравнениями</p> $\begin{cases} x = t \ln t \\ y = \frac{\ln t}{t} \end{cases}, \text{ то её параметрическая производная } y'_x(t) \text{ имеет значение}$ <p><math>y'_x(1) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>1</b>
<b>9.9</b>	<p>Если <math>f(x) = x \cdot \sqrt[5]{x^3 + 5}</math>, то значение её первой производной <math>f'(3) = \frac{a}{80}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>241</b>
<b>9.10</b>	<p>Если <math>f(x) = e^{x^2}</math>, то значение её второй производной <math>f''(4) = a \cdot e^{16}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> -целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	<b>66</b>

9.11	<p>Соответствие функций <math>f(x)</math> и их вторых производных <math>f''(x)</math>:</p> <p>1: <math>f(x) = \arcsin 2x</math> 2: <math>f(x) = \arccos 2x</math> 3: <math>f(x) = \operatorname{arctg} 2x</math></p> <p>1: <math>f''(x) = \frac{8x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}}</math> 2: <math>f''(x) = -\frac{8x}{\sqrt{(1-4x^2)^3}}</math> 3: <math>f''(x) = -\frac{16x}{(1+4x^2)^2}</math></p> <p><b>В ответе указать пары соответствующих друг другу функций и их вторых производных.</b></p>	1-1 2-2 3-3
9.12	<p>Производная <math>f'(x)</math> функции <math>f(x) = \frac{e^{x^3}}{1+x^3}</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>\frac{3x^5 e^{x^3}}{(1+x^3)^2}</math> 2) <math>\frac{x^3 e^{x^3-1}}{(1+x^3)^2}</math> 3) <math>\frac{e^{x^3}}{3x^2}</math> 4) <math>\frac{e^{x^3}}{(1+x^3)^2}</math> 5) <math>\frac{x e^{x^3-1}}{3}</math></p>	1)
9.13	<p>Если <math>f(x) = \operatorname{arctg}(x^2)</math>, то значение её второй производной <math>f''(1) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	-1
9.14	<p>Если <math>f(x) = (\ln x)^{\operatorname{tg} x}</math>, то выражение её первой производной <math>f'(x)</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>(\ln x)^{\operatorname{tg} x} \left[ \frac{\ln \ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x \ln x} \right]</math> 2) <math>(\ln x)^{\operatorname{tg} x} \left[ \frac{\ln x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x \ln x} \right]</math></p> <p>3) <math>(\ln x)^{\operatorname{tg} x} \left[ \frac{\ln^2 x}{\cos^2 x} + \frac{\operatorname{tg} x}{x \ln x} \right]</math> 4) <math>(\ln x)^{\operatorname{tg} x} \left[ \frac{\ln^2 x}{\cos^2 x} + \frac{x \operatorname{tg} x}{\ln x} \right]</math></p>	1)
10	<b>Приложения производной ФОП (правило Лопиталя, уравнения касательной и нормали, наибольшее и наименьшее значения функции на отрезке)</b>	
10.1	<p>По правилу Лопиталя предел <math>\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 5x}{\sin^2 3x} = \frac{25}{a}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	18
10.2	<p>Уравнение нормали к графику функции <math>y = 3\sqrt[3]{x^2} - 6x - 1</math> в точке <math>x_0 = 1</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>x + 4y + 17 = 0</math> 2) <math>x - 4y + 17 = 0</math></p> <p>3) <math>x - 4y - 17 = 0</math> 4) <math>x + 4y - 17 = 0</math></p>	3)
10.3	<p>Если <math>m</math> и <math>M</math> - наименьшее и наибольшее значения функции <math>y = \frac{4x^2}{3+x^2}</math> на отрезке <math>[-1, 1]</math>, то <math>(m+M) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	1
10.4	<p>Функция <math>f(x) = \frac{10x+10}{x^2+2x+2}</math> на отрезке <math>[-1, 2]</math> принимает свои наименьшее значение <math>m = \dots?</math> и наибольшее значение <math>M = \dots?</math> (<math>m, M</math> - целые числа). <b>Ответ введите в виде: <math>m, M</math></b></p>	0,5
10.5	<p>Функция <math>f(x) = 3 - x - \frac{4}{(x+2)^2}</math> на отрезке <math>[-1, 2]</math> принимает свои наименьшее значение <math>m = \dots?</math> и наибольшее значение <math>M = \dots?</math> (<math>m, M</math> - целые числа). <b>Ответ введите в виде: <math>m, M</math></b></p>	0,2



10.6	Уравнение касательной к графику функции $f(x) = \frac{x-3}{x-2}$ в точке $x_0 = 0$ имеет вид $x + By + C = 0$ , где $B = \dots?$ , $C = \dots?$ ( $B, C$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: B,C</b>	-4,6
10.7	По правилу Лопиталя предел $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1-x^2}{\arcsin(x-1)} = a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ введите в виде: a</b>	-2
10.8	По правилу Лопиталя предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\arctg(x-2)}{x^2 - 3x + 2} = \frac{1}{a}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ введите в виде: a</b>	1
10.9	По правилу Лопиталя предел $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt[3]{x} - \sqrt[3]{2}}{\sqrt{x} - \sqrt{2}}$ равен $\frac{a}{3 \cdot \sqrt[6]{b}}$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: a, b</b>	2,2
11	<b>Исследование ФОП.</b> Нахождение интервалов монотонности, выпуклости и вогнутости, точек локального экстремума и перегиба, асимптот.	
11.1	Если $y = x^4 - 2x^2 + 3$ , то она имеет единственный локальный максимум $y_{\max}$ в точке $x_0$ , где $x_0 = \dots?$ , $y_{\max} = \dots?$ ( $x_0, y_{\max}$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: <math>x_0, y_{\max}</math></b>	0,3
11.2	Если $y = x^2(x-3)$ , то её промежутком убывания является: 1) (0,3)      2) (3, +∞)      3) (0,2)      4) (-∞, 2)      5) (2,3)	3)
11.3	Наклонной асимптотой графика функции $y = \frac{4x^3 + 1}{x^2}$ является прямая $y = kx + b$ , где $k = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $k, b$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: k,b</b>	4,0
11.4	Если $y = \frac{(x-2)^2(x+4)}{4}$ , то её график имеет единственный перегиб в точке $(x_0, y_0)$ , где $x_0 = \dots?$ , $y_0 = \dots?$ ( $x_0, y_0$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: <math>x_0, y_0</math></b>	0,4
11.5	Интервалом вогнутости функции $y = \frac{6x^2 - x^4}{9}$ является интервал $(a, b)$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ введите в виде: a,b</b>	-1,1
12	<b>Дифференциальное исчисление ФОП (теоретические задания)</b> Теоретические вопросы (в объёме вопросов к экзамену), в том числе: определение производной, её геометрический смысл; условия возрастания и убывания дифференцируемой функции; условия выпуклости и вогнутости дифференцируемой функции; стационарная и критическая точки функции; необходимое и достаточное условия существования локального максимума и минимума функции (через первую и вторую производные); условия существования точек пере-	

	гиба графика функции; правило Лопиталю (к раскрытию каких неопределённости непосредственно применимо). Взаимосвязь понятий (ограниченность, непрерывность, дифференцируемость). Теоремы Ролля, Лагранжа, Коши, их применение.	
12.1	<p>Функция <math>f(x) = 2x - x^2</math> на отрезке <math>[1,4]</math> удовлетворяет всем условиям теоремы Лагранжа. Тогда формула Лагранжа имеет место для значения <math>x = \frac{a}{2}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	5
12.2	<p>Функция <math>f(x) = 2x - x^2</math> на отрезке <math>[1,3]</math> удовлетворяет всем условиям теоремы Лагранжа. Тогда формула Лагранжа имеет место для значения <math>x = c</math>, где <math>c = \dots?</math> (<math>c</math> - целое число).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ записать в виде: <math>c</math></b></p>	2

## 2 семестр.

### Вопросы к экзамену:

1. N-мерная точка, n-мерное арифметическое пространство  $R^n$ . Расстояние в  $R^n$ . N-мерный шар. Окрестность точки в  $R^n$ . Классификация точек (предельные, внутренние, граничные).
2. Множества точек в  $R^n$  (открытые, замкнутые, ограниченные, связные, выпуклые).
3. Понятие функции 2-х переменных, 3-х, n-переменных. Естественная область определения ФНП, график функции 2-х переменных, линии и поверхности уровня.
4. Частные и полное приращения ФНП. Понятия предела и непрерывности ФНП. Свойства функций нескольких переменных непрерывных в ограниченной и замкнутой области.
5. Частные производные первого и высших порядков, их нахождение. Теорема о равенстве смешанных производных в данной точке.
6. Понятие дифференцируемости ФНП в точке, необходимое и достаточное условия дифференцируемости. Взаимосвязь понятий: дифференцируемость ФНП в точке, непрерывность в точке, существование в точке конечных частных производных.
7. Уравнение касательной плоскости и нормали к ней.
8. Дифференциалы ФНП первого и высших порядков, их нахождение. Применение первого дифференциала в приближённых вычислениях.
9. Производная сложной ФНП. Производная по направлению и градиент ФНП, взаимосвязь между ними.
10. Неявная функция нескольких переменных, условия её существования и дифференцирование.
11. Точки локального экстремума (максимума и минимума) и локальные экстремумы ФНП. Стационарные точки ФНП. Необходимое и достаточное условия локального экстремума ФНП.
12. Условный экстремум ФНП. Функция Лагранжа. Нахождение условного экстремума методом неопределённых множителей Лагранжа.
13. Глобальные экстремумы (наибольшее и наименьшее значения) функции нескольких переменных в ограниченной замкнутой области, их нахождение для дифференцируемой функции.
14. Первообразная функция, её свойства.
15. Неопределённый интеграл, условия его существования и свойства.
16. Основные методы интегрирования: непосредственное интегрирование; интегрирование заменой переменной; интегрирование по частям.
17. Нахождение интегралов, содержащих квадратный трёхчлен.

18. Неправильная и правильная рациональные дроби, разложение правильной дроби на простые. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей.
19. Универсальная тригонометрическая подстановка и ее применение. Интегрирование некоторых тригонометрических выражений.
20. Интегрирование некоторых иррациональных выражений.
21. Определенный интеграл как предел интегральной суммы, его геометрический смысл. Условия существования определённого интеграла.
22. Основные свойства определенного интеграла. Оценивание интеграла. Формула среднего значения.
23. Интеграл с переменным верхним пределом и его свойства. Формула Ньютона-Лейбница.
24. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определённом интеграле.
25. Приближённое вычисление определённого интеграла по квадратурным формулам (прямоугольников, трапеций, Симпсона).
26. Площадь плоской фигуры и её вычисление с помощью определённого интеграла.
27. Длина дуги кривой и её вычисление с помощью определённого интеграла.
28. Объем тела и его вычисление с помощью определенного интеграла. Объем тела вращения.
29. Несобственные интегралы по бесконечному промежутку интегрирования.
30. Несобственные интегралы от неограниченных функций.
31. Двойной интеграл как предел интегральной суммы, условие его существования и геометрический смысл.
32. Основные свойства двойного интеграла. Оценивание двойного интеграла. Формула среднего значения.
33. Понятие правильной области в направлении координатных осей. Повторные интегралы, их вычисление. Вычисление двойного интеграла сведением к повторному интегрированию.
34. Замена переменных интегрирования в двойном интеграле. Полярные координаты, их связь с декартовыми координатами. Формула замены переменных в двойном интеграле при переходе к полярным координатам.
35. Вычисление площади плоской фигуры и объема цилиндрического тела с помощью двойного интеграла.
36. Криволинейные интегралы первого и второго рода.
37. Понятие числового ряда (ЧР). Частичная сумма и остаток ряда. Сходящиеся и расходящиеся ряды. Сумма ряда.
38. Основные свойства сходящихся рядов. Необходимый признак сходимости и достаточный признак расходимости ряда.
39. Достаточные признаки сравнения (классический и предельный) сходимости рядов с положительными членами.
40. Эталонные числовые ряды (геометрический и обобщённый гармонический), условия их сходимости и расходимости.
41. Достаточные признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с положительными членами, условия их применимости.
42. Знакопеременный числовой ряд. Признак Лейбница. Оценка суммы знакопередающегося ряда и его остатка. Вычисление суммы знакопередающегося ряда с заданной степенью точности.
43. Знакопеременный числовой ряд. Абсолютно и условно сходящиеся числовые ряды, их свойства. Достаточный признак сходимости знакопеременного ряда.
44. Функциональный ряд (ФР). Частичная сумма, остаток, точка сходимости, область определения и область сходимости ФР.
45. Сумма функционального ряда. Абсолютно сходящиеся функциональные ряды. Понятие равномерной сходимости функционального ряда.

46. Степенной ряд. Признак Абеля абсолютной сходимости степенного ряда. Радиус и интервал сходимости степенного ряда.
47. Нахождение области сходимости степенного ряда. Основные свойства степенных рядов.
48. Ряды Тейлора и Маклорена. Условия разложимости функции в ряд Тейлора. Применение ряда Тейлора в приближённых вычислениях.
49. Тригонометрический ряд. Ряд Фурье. Условия Дирихле. Достаточный признак Дирихле разложимости функции в ряд Фурье.
50. Ряды Фурье для чётных и нечётных функций. Разложение в ряд Фурье функций, заданных на половине периода.

### Задачи к экзамену:

1. Найти частные производные:  $\frac{\partial z}{\partial x}$ ,  $\frac{\partial z}{\partial y}$ ,  $\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y}$  и первый дифференциал  $dz$  функции  $z = \ln\left(\frac{x+y}{y}\right)$ .
2. Найти градиент  $\text{grad}u$  функции  $u = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$  в точке  $M_0(-1, 2, 0)$ .
3. Найти производную  $\frac{\partial u}{\partial \vec{l}}$  по направлению вектора  $\vec{l} = 2\vec{i} + 2\vec{j} + \vec{k}$  функции  $u = \sqrt{x^2 + 2y^2 + 3z^2}$  в точке  $M_0(-1, 2, 0)$ .
4. Найти производную  $\frac{dy}{dx}$  функции  $y = f(x)$ , заданной неявно уравнением  $\arcsin(xy) = x^2 + 2y$ .
5. Найти частные производные  $\frac{\partial z}{\partial x}$  и  $\frac{\partial z}{\partial y}$  функции  $z = f(x, y)$ , заданной неявно уравнением  $y + xz - e^z = 0$ .
6. Найти локальные экстремумы функции  $z = 8x^3 - y^3 - 12xy - 1$ .
7. Вычислить приближённо (с помощью первого дифференциала) значение функции  $z = \sqrt{8e^y + x^3}$  в точке  $M_0(2.06, 0.04)$ .
8. Найти наибольшее и наименьшее значения функции  $z = x^2 + xy + y^2 + 1$  в прямоугольнике:  $-2 \leq x \leq 2, -1 \leq y \leq 3$ .
9. Найти неопределённый интеграл  $\int \left( \frac{3}{x} - 4x^3 + \frac{2}{x^4} + \sqrt[5]{x^2} \right) dx$  непосредственным интегрированием.
10. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{\cos 2x dx}{4 + \sin 2x}$  заменой переменной интегрирования.
11. Найти неопределённый интеграл  $\int (4x - 2) \cos 2x dx$  интегрированием по частям.
12. Найти неопределённый интеграл  $\int \arctg \sqrt{3x-1} dx$  интегрированием по частям.
13. Найти неопределённый интеграл  $\int \left( \frac{4x-1}{x^2 + 2x+5} \right) dx$ , содержащий квадратный трёхчлен.

14. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{3x^2 + 2x - 1}{(x-1)^2(x+2)} dx$  от рациональной дроби.
15. Найти неопределённый интеграл  $\int \operatorname{tg}^5 x dx$  от тригонометрического выражения.
16. Найти неопределённый интеграл  $\int \frac{\sqrt{x^2 - 4}}{x^4} dx$  от иррационального алгебраического выражения.
17. Вычислить определённый интеграл  $\int_1^4 \frac{dx}{2 + \sqrt{8x - 7}}$ .
18. Вычислить определённый интеграл  $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x^4}$ .
19. Вычислить несобственный интеграл I-ого рода  $\int_0^{\infty} x e^{1-x} dx$  или установить его расходимость.
20. Вычислить площадь фигуры, ограниченной указанными линиями:  $y = 1 - x^2$ ,  $y = 2 + x^2$ ,  $x = 0$ ,  $x = 1$ .
21. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в явном виде:  $y = \arccos \sqrt{x} - \sqrt{x - x^2} + 4$ ,  $0 \leq x \leq 1/2$ .
22. Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной уравнением  $y = \sqrt{1 - x^2} + \arcsin x$ ,  $0 \leq x \leq 7/9$ .
23. Вычислить длину дуги кривой, заданной уравнением в параметрическом виде: 
$$\begin{cases} x = 4(2 \cos t - \cos 2t) \\ y = 4(2 \sin t - \sin 2t) \end{cases}, 0 \leq t \leq \pi$$
24. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $Ox$  фигуры, ограниченной графиками указанных функций:  $y = \sin(\pi x/2)$ ,  $y = x^2$
25. Вычислить объём тела, образованного вращением вокруг оси  $Oy$  фигуры, ограниченной графиками указанных функций:  $y = \arccos x$ ,  $y = \arcsin x$ ,  $x = 0$ .
26. Вычислить двойной интеграл по области  $D$ , ограниченной указанными линиями:  $\iint_D (4xy + 176x^3y^3) dx dy$ ,  $D: x = 1, y = -x^3, y = \sqrt{x}$ .
27. Вычислить среднее значение функции  $f(x, y) = 3x + 6y^2$ , непрерывной в области  $D$ :  $y = 0, y^2 = x, x = 1$  ( $y \geq 0$ ).
28. Найти площадь фигуры, ограниченной указанными линиями (с помощью двойного интеграла):  $y = 3/x$ ,  $y = 8 \cdot e^x$ ,  $y = 3$ ,  $y = 8$ .
29. Проверить для числового ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+3}{(n+1)^3}$  выполнение необходимого признака сходимости ( $\lim_{n \rightarrow \infty} u_n = 0$ ) и сделать выводы. Если он выполняется, то исследовать числовой ряд на сходи-

мость по предельному признаку сравнения (с обобщённым гармоническим рядом).

30. Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n}{3^n \cdot (n+2)!}$  по признаку Даламбера (вычис-

лить  $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = ?$  и сделать вывод).

31. Исследовать на сходимость числовой ряд  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \cdot \left( \frac{2n-1}{3n+1} \right)^n$  по радикальному признаку Коши (вычислить  $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = ?$  и сделать вывод).

32. Найти: интервал абсолютной сходимости, радиус сходимости, область сходимости степенного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^{2n}}{n\sqrt{n}}$ .

33. Найти первые три отличные от нуля члена разложения функции  $y = \sqrt{x}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $x_0 = 1$ .

34. Найти первые три отличные от нуля члена разложения функции  $y = 1 - 2\sin^2 x$  в ряд Тейлора с центром в точке  $x_0 = 0$ .

35. Найти коэффициент  $a_2$  разложения функции  $f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2$  в ряд Тейлора по степеням  $(x+2)$ .

### Примеры билетов для устно-письменной формы сдачи экзамена (50 баллов):

---

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Набережночелнинский институт (филиал)

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Кафедра математики

Дисциплина: Математический анализ (2 семестр)

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Понятие функции 2-х переменных, 3-х, n-переменных. Естественная область определения ФНП, график функции 2-х переменных, линии и поверхности уровня.

2. Неправильная и правильная рациональные дроби, разложение правильной дроби на простые. Интегрирование простых, правильных и неправильных рациональных дробей.

3. **Задача.** Вычислить длину дуги плоской кривой, заданной уравнением  $y = \sqrt{1-x^2} + \arcsin x$ ,  $0 \leq x \leq 7/9$ .

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Н.С.Габбасов/

---

---

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации  
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»  
Набережночелнинский институт (филиал)

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика  
 Профиль подготовки: отсутствует  
 Кафедра математики  
 Дисциплина: Математический анализ (2 семестр)

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Точки локального экстремума (максимума и минимума) и локальные экстремумы ФНП. Стационарные точки ФНП. Необходимое и достаточное условия локального экстремума ФНП.
2. Достаточные признаки Даламбера и Коши сходимости рядов с положительными членами, условия их применимости.

3. **Задача.** Вычислить определённый интеграл  $\int_2^4 \frac{\sqrt{x^2 - 4} dx}{x^4}$ .

Заведующий кафедрой \_\_\_\_\_ / Н.С.Габбасов/

При сдаче экзамена с применением цифровых образовательных технологий формируется письменная экзаменационная работа, состоящая из 14 заданий. Оценивается в **50 баллов**.

#### Темы заданий письменной экзаменационной работы:

- 1) Частные производные ФНП первого порядка и их значения.
- 2) Частные производные второго порядка, дифференциалы ФНП первого порядка. Градиент. Производная по направлению.
- 3) Экстремумы ФНП. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
- 4) Дифференциальное исчисление ФНП (теоретические задания)
- 5) Первообразная. Непосредственное интегрирование.
- 6) Интегрирование заменой переменной.
- 7) Интегрирование по частям.
- 8) Интегрирование специальных классов функций (рациональных дробей, тригонометрических выражений, иррациональных выражений).
- 9) Определённый интеграл (вычисление). Несобственный интеграл.
- 10) Приложения определённого интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения, среднее значений непрерывной на отрезке функции).
- 11) Повторный интеграл. Двойной интеграл.
- 12) Числовые ряды.
- 13) Функциональные ряды.
- 14) Ряды (теоретические задания)

#### Задания экзаменационной письменной работы «Математический анализ-2»

1	Частные производные первого порядка и их значения.	
1.1	<p>Частная производная <math>\frac{\partial z}{\partial y}</math> функции <math>z = \arctg \frac{x+y}{x-y}</math> в точке <math>(-12,5)</math> равна:</p> <p>1) <math>-\frac{12}{13}</math>      2) <math>\frac{4}{25}</math>      3) <math>-\frac{\pi}{4}</math>      4) <math>\frac{\pi}{4}</math>      5) <math>-\frac{12}{169}</math></p>	5)

1.2	Если $z = \ln(x^3 + y^2)$ , то значение её частной производной $z'_x(2,1) = \frac{a}{3}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ записать в виде: <math>a</math></b>	4
2	<b>Частные производные второго порядка, дифференциалы ФНП первого порядка. Производная неявной ФНП. Градиент. Производная по направлению.</b>	
2.1	Полный дифференциал функции $z = \frac{x}{3y-2x}$ в точке $(-1,2)$ имеет вид $dz = Adx + Bdy$ , где $A = \dots? B = \dots?$ <b>Ответ ввести в виде: <math>A, B</math></b>	3/32,3/64
2.2	Если $u = \ln(1 + 3x - y^3 + 2z)$ , то значение выражения $\left(\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z}\right)$ в точке $M_0(1, 0, 1)$ равно: 1) $4/6$ 2) $5/6$ 3) $5/12$ 4) $1/3$ 5) $1/2$	2)
2.3	Для функции $z = x \sin^2 y$ частная производная второго порядка $\frac{\partial^2 z}{\partial y^2}$ имеет вид: 1) $x \sin 2y$ 2) $2x \sin 2y$ 3) $x \cos 2y$ 4) $2x \cos 2y$ 5) $-4x \sin^2 y$	4)
2.4	Если $z = \operatorname{arctg}(x^2 y)$ , то значение её второй частной производной $z''_{xy}(2,0) = a$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	4
2.5	Если $z = \ln \sqrt{4 - x^2 - y^2}$ , то значение её второй смешанной производной $z''_{xy}(-1,1) = \frac{1}{a}$ , где $a$ - целое число, равное... <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	2
2.6	Полный дифференциал функции $z = \ln\left(\frac{1}{\sqrt{x}} + \frac{1}{y}\right)$ в точке $(4,2)$ имеет вид $dz = \frac{adx + bdy}{16}$ , где $a = ? b = ?$ . <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	-1,-4
2.7	Полный дифференциал функции $z = \frac{x^2 + \sqrt{y}}{2y + \sqrt[3]{x}}$ в точке $(-1,4)$ имеет вид $dz = \frac{adx + bdy}{196}$ , где $a = ? b = ?$ . <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	-60,-17
2.8	Градиентом функции $u = x^2 y z^2$ в точке $M_0(3, -2, 1)$ является вектор: 1) $3\bar{i} - 2\bar{j} + \bar{k}$ 2) $6\bar{i} + \bar{j} + 2\bar{k}$ 3) $-12\bar{i} - 2\bar{j} + 2\bar{k}$ 4) $-12\bar{i} + 9\bar{j} - 36\bar{k}$	4)



2.9	<p>Модуль градиента <math> gradu </math> функции <math>u = x^2\sqrt{y^3 + z^4}</math> в точке <math>M_0(1, 1, 1)</math> равен <math>\frac{\sqrt{a}}{2\sqrt{2}}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	89
2.10	<p>Если <math>u = x^2\sqrt{y^3 + z^4}</math>, то значение её производной <math>\frac{\partial u}{\partial \ell}</math> в точке <math>A(1,1,1)</math> по направлению к точке <math>B(2,1,2)</math> равно:</p> <p>1) <math>-\frac{\sqrt{6}}{3}</math>      2) 3      3) <math>\frac{1}{3}</math>      4) <math>\frac{3}{\sqrt{6}}</math>      5) <math>-\frac{1}{\sqrt{6}}</math></p>	2)
2.11	<p>Если функция <math>y = f(x)</math> задана неявно уравнением <math>x^2 + \ln\sqrt{xy} - 1 = 0</math>, то значение её первой производной <math>f'_x(1,1) = a</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	-5
3	<b>Экстремумы ФНП. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.</b>	
3.1	<p>Функция <math>z = -x^2 - 4y^2 + 5x - 8y + 3</math> имеет локальный максимум <math>z_{\max} = \dots?</math></p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>z_{\max}</math></b></p>	53/4
3.2	<p>Функция <math>z = -x^2 + xy - y^2 - 9x + 3y - 20</math> имеет локальный максимум <math>z_{\max}(x_0, y_0) = \dots?</math></p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>x_0, y_0, z_{\max}</math></b></p>	-5,-1,1
3.3	<p>Уравнение касательной плоскости к поверхности <math>z = \sqrt{4 - x^2 + y^3}</math> в точке <math>M_0(1,1,2)</math> имеет вид <math>2x - 3y + az + b = 0</math>, где <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math> (<math>a, b</math> - целые числа).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b></p>	4, -7
3.4	<p>Уравнение касательной плоскости к поверхности заданной неявным уравнением <math>x^2e^{2y} - z^3 = 3</math> в точке <math>M_0(2,0,1)</math> имеет вид <math>4x + ay - 3z + b = 0</math>, где <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math> (<math>a, b</math> - целые числа).</p> <p style="text-align: right;"><b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b></p>	8, -5
4.	<p><b>Дифференциальное исчисление ФНП (теория).</b>          Теоретические вопросы (в объёме вопросов к экзамену), в том числе: область определения; формула для дифференциала первого и второго порядков, формула для приближённых вычислений с помощью первого дифференциала; определение стационарной точки; необходимое и достаточное условия существования локального максимума и минимума функции <math>z = f(x, y)</math>; уравнение касательной плоскости; взаимосвязь понятий (дифференцируемость, непрерывность, конечные частные производные).</p>	
4.1	<p>Областью определения функции <math>f(x, y) = \ln(xy)</math> является множество:</p> <p>1) <math>\{(x, y) \in R^2 \mid x &gt; 0, y &gt; 0\}</math>      2) <math>\{(x, y) \in R^2 \mid xy &gt; 0\}</math>          3) <math>\{(x, y) \in R^2 \mid xy \geq 0\}</math>      4) <math>\{(x, y) \in R^2 \mid x &gt; 0, y &lt; 0\}</math></p>	2)
5	<p><b>Первообразная. Непосредственное интегрирование.</b></p> <p>Первообразная функция, её свойства и нахождение. Нахождение неопределённых интегралов непосредственным интегрированием.</p>	

5.1	<p>Непосредственно интегрируя неопределённый интеграл <math>\int \sqrt{x} \left( x^2 - \frac{1}{x^2} \right) dx</math>, получим <math>\frac{2}{a} x^3 \cdot \sqrt{x} + \frac{b}{\sqrt{x}} + C</math>, где <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math> (<math>a, b</math> - целые числа).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math> (без пробела)</b></p>	7,2
5.2	<p>Интеграл <math>\int (\sqrt{x} + 1)(x - \sqrt{x} + 1) dx</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{2x^2 \sqrt{x}}{5} + x + C</math>    2) <math>\frac{2x^2 \sqrt{x}}{3} + x + C</math>    3) <math>\frac{2x \sqrt{x}}{3} + x + C</math></p>	1)
5.3	<p>Интеграл <math>\int \frac{dx}{\sqrt{2-3x^2}}</math> равен:</p> <p>1) <math>\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \left( \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right) + C</math>    2) <math>\arcsin \left( \frac{x\sqrt{3}}{\sqrt{2}} \right) + C</math>    3) <math>\frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \left( \frac{x\sqrt{2}}{\sqrt{3}} \right) + C</math></p>	1)
5.4	<p>Неопределённый интеграл <math>\int \left( 1 - \frac{1}{x^2} \right) \sqrt[4]{x^3} dx</math> равен <math>\frac{a(x^2 + b)}{7\sqrt[4]{x}} + C</math>, где <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math> (<math>a, b</math> - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b></p>	4,7
5.5	<p>Множество первообразных функции <math>f(x) = \sqrt[3]{x^5}</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>\frac{3}{8} \sqrt[3]{x^8} + c</math>    2) <math>\frac{8}{3} \sqrt[3]{x^8} + c</math>    3) <math>\frac{5}{3} \sqrt[3]{x^2} + c</math></p>	1)
5.6	<p>Функция <math>F(x) = \frac{5}{3} \sqrt{x^3}</math> является первообразной для функции:</p> <p>1) <math>f(x) = \frac{5}{2} \sqrt{x}</math>    2) <math>f(x) = \frac{5}{2} \sqrt{x^3}</math>    3) <math>f(x) = \frac{2}{3} \sqrt{x^5}</math>    4) <math>f(x) = \frac{3}{5} \sqrt{x^5}</math></p>	1)
5.7	<p>Функция <math>F(x) = ax^3 + bx^2 + x + 4</math> является первообразной для функции <math>f(x) = (3x - 1)^2</math>, если <math>a = \dots?</math>, <math>b = \dots?</math> (<math>a, b</math> - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math>.</b></p>	3,-3
6	<p><b>Интегрирование заменой переменной.</b></p> <p>В том числе нахождение интегралов вида <math>\int f(ax+b)dx</math>, <math>\int xf'(x^2)dx</math>, <math>\int \frac{P_n(x)dx}{ax+b}</math>, <math>\int \frac{(Mx+N)dx}{ax^2+bx+c}</math>, <math>\int \frac{(Mx+N)dx}{\sqrt{ax^2+bx+c}}</math>.</p>	
6.1	<p>Неопределённый интеграл <math>\int \sqrt{3-5x} dx</math> равен <math>\frac{2}{a} \sqrt{(3-5x)^3} + C</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	-15
6.2	<p>Находя неопределённый интеграл <math>\int \frac{dx}{(2x+5)^4}</math> методом замены переменной, получим <math>\frac{1}{a} \cdot \frac{1}{(2x+5)^3} + C</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число).</p>	-6

	<b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	
<b>6.3</b>	Неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x^2 + 4x + 3}$ равен $\frac{1}{a} \ln \left  \frac{x+b}{x+3} \right  + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math> (без пробела)</b>	2,1
<b>6.4</b>	Интеграл $\int \sqrt[3]{1-3x} dx$ равен: 1) $-\frac{1}{4} \sqrt[3]{(1-3x)^4} + C$ 2) $\frac{3}{4} \sqrt[3]{(1-3x)^4} + C$ 3) $-\frac{3}{4} \sqrt[3]{(1-3x)^4} + C$	1)
<b>6.5</b>	Интеграл $\int \frac{dx}{\sin^2 \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right)}$ равен: 1) $-\frac{1}{2} \operatorname{ctg} \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + C$ 2) $-\operatorname{ctg} \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + C$ 3) $-2 \operatorname{ctg} \left( 2x + \frac{\pi}{4} \right) + C$	1)
<b>6.6</b>	Неопределённый интеграл $\int \frac{xdx}{3-2x^2}$ равен $\frac{1}{a} \ln  3-2x^2  + C$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	-4
<b>6.7</b>	Неопределённый интеграл $\int x(1-x)^{10} dx$ равен $\frac{(1-x)^a}{a} - \frac{(1-x)^b}{b} + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые положительные числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	12,11
<b>6.8</b>	Неопределённый интеграл $\int \frac{1-3x}{3+2x} dx$ равен $-\frac{3}{2}x + \frac{a}{4} \ln  3+2x  + C$ , где $a = \dots?$ , ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	11
<b>6.9</b>	Неопределённый интеграл $\int \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}$ равен $a\sqrt{\ln x} + C$ , где $a = \dots?$ , ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	2
<b>6.10</b>	Интеграл $\int \frac{xdx}{x^2 - 2x + 8}$ равен $\frac{1}{a} \ln  x^2 - 2x + 8  + \frac{1}{\sqrt{b}} \operatorname{arctg} \left( \frac{x-1}{\sqrt{b}} \right) + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	2,7
<b>7</b>	<b>Интегрирование по частям.</b> В том числе нахождение интегралов: $\int (\alpha x + \beta) e^{ax+b} dx$ , $\int (\alpha x + \beta) \sin(ax+b) dx$ , $\int (\alpha x + \beta) \cos(ax+b) dx$ , $\int f(x, \ln x, \operatorname{arctg} x, \arcsin x, \arccos x, \operatorname{arccot} x) dx$ .	
<b>7.1</b>	Находя неопределённый интеграл $\int x \sin 3x dx$ методом интегрирования по частям, получим $\frac{1}{a} \sin 3x + \frac{1}{b} x \cos 3x + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math> (через запятую, без пробела)</b>	9,-3

7.2	Неопределённый интеграл $\int (x-2) \cos 3x dx$ равен $\frac{(x-2)}{a} \sin 3x + \frac{\cos 3x}{b} + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). Ответ ввести в виде: $a, b$	3,9
7.3	Неопределённый интеграл $\int \frac{\ln x}{\sqrt{x^3}} dx$ равен $\frac{a \ln x}{\sqrt{x}} + \frac{b}{\sqrt{x}} + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). Ответ ввести в виде: $a, b$	-2,-4
8	<b>Интегрирование специальных классов функций (рациональных дробей, тригонометрических выражений, иррациональных выражений).</b> В том числе нахождение интегралов $\int \sin^2(kx) dx$ , $\int \cos^2(kx) dx$ .	
8.1	Неопределённый интеграл $\int \frac{x^2 dx}{(x+1)(x-2)}$ равен $\left( x + \frac{a}{3} \ln  x-2  + \frac{b}{3} \ln  x+1  \right) + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). Ответ ввести в виде: $a, b$	4,-1
8.2	Интеграл $\int \cos^2(2x) dx$ равен $\frac{x}{a} + \frac{\sin 4x}{b} + C$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). Ответ ввести в виде: $a, b$	2,8
9	<b>Определённый интеграл (вычисление). Несобственный интеграл.</b>	
9.1	Определённый интеграл $\int_0^1 (2x^3 + 1)^4 x^2 dx = \frac{a}{15}$ , где $a$ - целое число. Ответ ввести в виде: $a$	121
9.2	Определённый интеграл $\int_1^4 \frac{x dx}{\sqrt{2+4x}}$ равен $\frac{a\sqrt{b}}{2}$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). Ответ ввести в виде: $a, b$	3,2
9.3	Несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{x dx}{(x^2 + 1)^4} = \frac{1}{a}$ , где $a$ - целое число. Ответ ввести в виде: $a$	48
9.4	Из несобственных интегралов <div style="display: flex; justify-content: space-around; align-items: center;"> <span>А: <math>\int_2^{+\infty} \frac{dx}{(x-1)^2}</math></span> <span>В: <math>\int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{x-1}}</math></span> </div> расходятся: 1) только А    2) только В    3) оба сходятся    4) оба расходятся	2)
9.5	Несобственный интеграл $\int_3^{+\infty} \frac{dx}{(x-2)^4}$ равен: 1) 1            2) $\frac{1}{2}$ 3) $\frac{1}{3}$ 4) $\frac{1}{4}$ 5) 0	3)

<b>10</b>	<b>Приложения определённого интеграла (площадь плоской фигуры, длина дуги кривой, объем тела вращения, среднее значений непрерывной на отрезке функции).</b>	
<b>10.1</b>	Площадь плоской фигуры, ограниченной линиями $y = -x^2 - 2x + 8$ , равна $S$ , где $S$ - целое число. <b>Ответ ввести в виде: <math>S</math></b>	<b>36</b>
<b>10.2</b>	Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^3$ , $y = 4x$ , равна: 1) 8                      2) 5                      3) 6                      4) 9                      5) 10	<b>1)</b>
<b>10.3</b>	Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = x^2$ , $y = \frac{1}{x^2}$ , $y = 0$ , $x = 3$ , равна... <b>Ввести ответ.</b>	<b>1</b>
<b>10.4</b>	Длина дуги кривой $y = \arcsin x - \sqrt{1-x^2}$ на отрезке $0 \leq x \leq \frac{15}{16}$ равна $\frac{a\sqrt{2}}{b}$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	<b>3,2</b>
<b>10.5</b>	Объем тела, полученного при вращении вокруг оси $Ox$ плоской фигуры, ограниченной линиями $y = 2x - x^2$ , $y = -x + 2$ , равен $\frac{\pi}{a}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	<b>5</b>
<b>10.6</b>	Среднее значение $y_{cp}$ функции $y = \frac{x^3}{x^2 + 4}$ на отрезке $0 \leq x \leq 2$ равно $a + b \ln 2$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	<b>1,-1</b>
<b>11</b>	<b>Повторный интеграл. Двойной интеграл.</b>	
<b>11.1</b>	Повторный интеграл $\int_2^4 dx \int_{\frac{x}{2}}^{\frac{3x-4}{2}} dy$ равен... <b>Ввести ответ.</b>	<b>2</b>
<b>11.2</b>	Двойной интеграл $\iint_D dx dy$ по области $D = \left\{ \begin{array}{l} 0 \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq (x^2/8) \end{array} \right\}$ равен $\frac{8}{a}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b>	<b>3</b>
<b>11.3</b>	Двойной интеграл $\iint_D \frac{\ln y}{x} dx dy$ по области $D$ , ограниченной линиями $y = x^2$ , $y = 1$ , $x = 2$ , равен $(a \ln 2 + b)$ , где $a = \dots?$ , $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: <math>a, b</math></b>	<b>5,-3</b>
<b>11.4</b>	Двойной интеграл $\iint_D \sqrt{xy - y^2} dx dy$ по области $D$ , ограниченной линиями $y = 1$ , $y = 2$ , $y = x$ , $y = \frac{x}{5}$ равен $\frac{a}{9}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ представить в виде: <math>a</math></b>	<b>112</b>
<b>12</b>	<b>Числовые ряды.</b>	

12.1	<p>Применив радикальный признак Коши <math>\left(L = \lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{a_n}\right)</math> к ряду <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n^2 + 2n + 3}{5n^2 + 2n + 1}\right)^n</math>, получаем:</p> <p>1) <math>L = \frac{2}{5}</math>, ряд сходится      2) <math>L = \frac{7}{8}</math>, ряд сходится  3) <math>L = 0</math>, ряд сходится      4) <math>L = 3</math>, ряд расходится</p>	1)
12.2	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n}}{2 + 5n^2 + n^4}</math> сходится по признаку сравнения с рядом <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^p}</math> при:</p> <p>1) <math>p = 1</math>    2) <math>p = 1/3</math>    3) <math>p = 4</math>    4) <math>p = 7/2</math>    5) <math>p = 11/2</math></p>	4)
12.3	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 2}{2n^2 + 3}\right)^{n^2}</math> расходится по радикальному признаку Коши, так как <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = q</math>, где <math>q = \dots</math>?</p> <p>1) <math>q = \infty</math>    2) <math>q = 2/3</math>    3) <math>q = 3/2</math>    4) <math>q = 1</math>    5) <math>q = 9/4</math></p>	1)
12.4	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot n!}{(2n)!}</math> сходится по признаку Даламбера, так как <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} = q</math>, где <math>q = \dots</math>?</p> <p>1) <math>q = 0</math>    2) <math>q = 1/2</math>    3) <math>q = 2</math>    4) <math>q = 1/4</math>    5) <math>q = 2/e</math></p>	1)
12.5	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{3n^2 + 2}{2n^2 + 3}\right)^{n^2}</math> расходится по радикальному признаку Коши, так как <math>\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt[n]{u_n} = q</math>, где <math>q = \dots</math>?</p> <p>1) <math>q = \infty</math>    2) <math>q = 2/3</math>    3) <math>q = 3/2</math>    4) <math>q = 1</math>    5) <math>q = 9/4</math></p>	1)
12.6	<p>Ряд <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n - 9)}{\sqrt{5 + 2n}}</math>:</p> <p>1) расходится      2) сходится условно  3) сходится абсолютно    4) сходится</p>	1)
12.7	<p>Из рядов    А: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2\sqrt{n} - 1}</math>      В: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{2^n + 3}</math>    сходятся:</p> <p>1) только А      2) только В  3) оба ряда сходятся    4) ни один не сходится</p>	2)
12.8	<p>Для знакочередующихся рядов    А: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n^2 + 3}</math>      В: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{\sqrt{n}}</math></p> <p>справедливо одно из следующих утверждений:</p> <p>1) А сходится абсолютно, В сходится условно  2) А сходится абсолютно, В сходится абсолютно  3) А сходится абсолютно, В расходится  4) А сходится условно, В сходится условно  5) А расходится, В сходится условно</p>	1)
12.9	<p>Установите соответствие между видами сходимости и знакопеременными рядами.</p> <p>1: Абсолютно сходится      1: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{6^n}</math></p>	1-1 2-3 3-2

	<p>2: Условно сходится <math>2: \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n n^8</math></p> <p>3: Расходится <math>3: \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{3n+2}</math></p>	
<b>13</b>	<b>Функциональные ряды.</b>	
<b>13.1</b>	<p>Радиус сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=0}^{\infty} a_n (x+7)^n</math> равен 13.</p> <p>Тогда интервал сходимости этого ряда имеет вид:</p> <p>1) <math>(-6, 20)</math>    2) <math>(-13, 13)</math>    3) <math>(7, 13)</math>    4) <math>(-20, 6)</math></p>	<b>4)</b>
<b>13.2</b>	<p>Радиус <math>R</math> сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n (x+3)^n}{2^{2n}}</math> равен...:</p> <p><b>Ввести ответ.</b></p>	<b>4/5</b>
<b>13.3</b>	<p>Интервалом сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-9)^n}{2^{2n}}</math> является интервал:</p> <p>1) <math>(5, 13)</math>    2) <math>(2, 9)</math>    3) <math>(4, 9)</math>    4) <math>(7, 11)</math>    5) <math>(-\infty, +\infty)</math></p>	<b>1)</b>
<b>13.4</b>	<p>Если <math>f(x) = x^4 - 2x^3 + 3x^2</math>, то коэффициент <math>a_2</math> разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням <math>(x+2)</math> равен...:</p> <p><b>Ввести ответ.</b></p>	<b>39</b>
<b>13.5</b>	<p>При разложении функции <math>y = \sqrt[3]{27+x}</math> в ряд Маклорена первые три отличные от нуля члена ряда имеют вид</p> <p>1) <math>3 - \frac{1}{27}x + \frac{1}{2187}x^2 + \dots</math>    2) <math>3 + \frac{1}{27}x - \frac{1}{2187}x^2 + \dots</math></p> <p>3) <math>3 + \frac{1}{27}x - \frac{1}{729}x^2 + \dots</math>    4) <math>3 + \frac{1}{27}x + \frac{1}{729}x^2 + \dots</math></p>	<b>2)</b>
<b>13.6</b>	<p>Количество целых чисел принадлежащих интервалу сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-9)^n}{2^{2n}}</math> равно...</p> <p><b>Ввести ответ.</b></p>	<b>7</b>
<b>13.7</b>	<p>Если <math>f(x) = \ln(6+x-x^2)</math> то коэффициент <math>a_2</math> разложения данной функции в ряд Тейлора по степеням <math>(x-1)</math> равен...: <b>Ввести ответ.</b></p>	<b>-13/72</b>
<b>13.8</b>	<p>Соответствие степенного ряда его радиусу сходимости:</p> <p>1: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{\sqrt[4]{n}}</math>    1: <math>R=1</math></p> <p>2: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4(x+1)^n}{3^n}</math>    2: <math>R=3</math></p> <p>3: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n (x-1)^n}{3}</math>    3: <math>R=1/4</math></p> <p><b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу степенных рядов и их радиусов сходимости.</b></p>	<b>1-1 2-2 3-3</b>
<b>13.9</b>	<p>Областью сходимости степенного ряда <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{2^{2n}}</math> является проме-</p>	<b>2)</b>

	<p>жуток:</p> <p>1) <math>(-3, 4)</math>    2) <math>(-7, 1)</math>    3) <math>[-3, 2)</math>    4) <math>(-1, 7]</math>    5) <math>[3, 4]</math></p>	
<b>14</b>	<p><b>Ряды (теоретические задания)</b></p> <p>Задание числового ряда. Определения знакоположительного и знакопеременного числовых рядов, степенного ряда. Определения рядов Тейлора и Маклорена. Формулировка необходимого признака сходимости и достаточного признака расходимости числового ряда. Условия сходимости и расходимости по признаку Даламбера и радикальному признаку Коши.</p>	
<b>14.1</b>	<p>Известны первые три члена числового ряда: <math>\frac{1}{2}, \frac{1}{5}, \frac{1}{8}</math>. Тогда формула общего члена этого ряда имеет вид:</p> <p>1) <math>a_n = \frac{1}{n+1}</math>    2) <math>a_n = \frac{1}{4n-2}</math>    3) <math>a_n = \frac{1}{3n-1}</math>    4) <math>a_n = \frac{1}{2^n}</math></p>	<b>3)</b>
<b>14.2</b>	<p>Соответствие ряда его названию:</p> <p>1: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{(n+1)!}</math>    1: знакоположительный</p> <p>2: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n n}{\sqrt{3+4n}}</math>    2: знакопеременный</p> <p>3: <math>\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n-1}}{(n-1)!}</math>    3: степенной</p> <p><b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу рядов и их названий.</b></p>	<b>1-3</b> <b>2-2</b> <b>3-1</b>

Общее количество баллов по дисциплине подсчитывается как сумма баллов за текущий контроль и промежуточную аттестацию: 50+50=100 баллов, которое затем переводится в оценку.

Соответствие баллов и оценок:

**Для экзамена:**

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

**Отлично (86-100 баллов):** обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**Хорошо (71-85 баллов):** обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**Удовлетворительно (56-70 баллов):** обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в отве-



те на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**Неудовлетворительно (0-55 баллов):** обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

*Приложение 2  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Математический анализ*

### **Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

1. Бермант А.Ф. Араманович И.Г. Краткий курс математического анализа : учебное пособие / А.Ф. Бермант, И.Г. Араманович. - 16-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 736 с. - ISBN 978-5-8114-0499-5. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2660> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

2. Запорожец Г.И. Руководство к решению задач по математическому анализу : учебное пособие / Г. И. Запорожец. - 8-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2014. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-0912-9. - URL: <https://e.lanbook.com/book/149> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

3. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу : учебное пособие / Б. П. Демидович. - 22-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 624 с. - ISBN 978-5-8114-4874-6. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126716> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

4. Фихтенгольц Г.М. Основы математического анализа : учебник / Г. М. Фихтенгольц. - 12-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - Часть 1. - 2020. - 444 с. - ISBN 978-5-8114-5338-2. - URL: <https://e.lanbook.com/book/139261> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

5. Фихтенгольц Г. М. Основы математического анализа : учебник / Г. М. Фихтенгольц. - 11-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - Часть 2. - 2020. - 464 с. - ISBN 978-5-8114-5339-9. - URL: <https://e.lanbook.com/book/139262> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

6. Берман Г.Н. Решебник к сборнику задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г.Н. Берман. - Санкт-Петербург : Лань, 2011. - 608 с. - ISBN 978-5-8114-0887-0. - URL: <https://e.lanbook.com/book/674> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

7. Берман Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа : учебное пособие / Г. Н. Берман. - 22-е изд., перераб. - Санкт-Петербург : Профессия, 2007. - 432 с : ил. - (Специалист). - В пер. - ISBN 5-93913-009-7. - Текст : непосредственный. (89 экз.)

8. Ильин В.А. Математический анализ : учебник для вузов : в 2 частях / В. А. Ильин, В. А.

Садовничий, Бл. Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова ; под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., перераб. и доп. - Москва : ТК Велби : Проспект, 2007. - Ч. 1. - 672 с. - (Классический университетский учебник). - Рек. МО. - В пер. - ISBN 978-5-482-01426-4 - Текст : непосредственный. (23 экз.)

9. Ильин В.А. Математический анализ : учебник для вузов : в 2 частях / В. А. Ильин, В. А. Садовничий, Бл. Х. Сендов ; Моск. гос. ун-т им. М. В. Ломоносова ; под ред. А. Н. Тихонова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва : ТК Велби : Проспект, 2007. - Ч. 2. - 368 с. - (Классический университетский учебник). - Рек. МО. - В пер. - ISBN 978-5-482-01431-8. - Текст : непосредственный. (23 экз.)

10. Карташев А.П. Математический анализ : учебное пособие / А.П. Карташев, Б.Л. Рождественский. - 2-е изд. - Санкт-Петербург : Лань, 2007. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-0700-2. - URL: <https://e.lanbook.com/book/178> (дата обращения: 25.08.21). - Текст : электронный.

11. Курс высшей математики : введение в математический анализ, дифференциальное исчисление: лекции и практикум : учебное пособие / [авт.кол.: Л. А. Кузнецов и др.] ; под ред. И. М. Петрушко. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 288 с. : ил. - (Учебники для вузов : специальная литература). - Прил.: с. 243-269. - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 283. - ISBN 978-5-8114-0578-7. - Текст : непосредственный. (29 экз.)

12. Курс высшей математики: интегральное исчисление, функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения : лекции и практикум : учебное пособие / Н. В. Гуличев [ и др.] ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 608 с : ил. - (Курс высшей математики. Учебники для вузов. Специальная литература). - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 595. - ISBN 978-5-8114-0633-3 - Текст : непосредственный. (29 экз.)

13. Курс высшей математики : кратные интегралы, векторный анализ : лекции и практикум : учебное пособие / [авт. кол.: Н. В. Гуличев и др.] ; под ред. И. М. Петрушко. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 318 с : ил. - (Учебники для вузов : специальная литература). - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 313. - ISBN 978-5-8114-0727-9- Текст : непосредственный. (29 экз.)

14. Математика в примерах и задачах : учебное пособие / О.М. Дегтярева, Л.Н. Журбенко, Г.А. Никонова [и др.] - Москва : ИНФРА-М, 2019. - 372 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-102288-7. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/989802> (дата обращения: 25.08.21).- Текст : электронный.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2022

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Электронная библиотечная система «ZNANIUM.COM»

Электронная библиотечная система Издательства «Лань»

Электронная библиотечная система «Консультант студента»

Электронная библиотечная система «Айбукс».