

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Набережночелнинский институт (филиал)
Отделение информационных технологий и энергетических систем



УТВЕРЖДАЮ

Заместитель директора
по образовательной деятельности
НЧИ КФУ

Ахметов Н.Д.

"16" июня 2021 г.



Программа дисциплины
Алгебра и геометрия

Направление подготовки: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал заведующий кафедрой, доктор физ.-мат. наук (профессор) Габбасов Н.С. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение, Набережно-челнинский институт (филиал) КФУ), NSGabbasov@kpfu.ru.

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой

Должен уметь:

- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из алгебры и геометрии для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Должен владеть:

- математическим аппаратом алгебры и геометрии, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в блок "Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 1 курсе в 1, 2 семестрах.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 12 зачетных единиц на 432 часа.

Контактная работа - 176 часов, в том числе лекции - 72 часа, практические занятия - 104 часа, в том числе часы на электронное обучение – 32, лабораторные работы - 0 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 184 часа.

Контроль (зачёт / экзамен) - 72 часа.

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 1 семестре; экзамен во 2 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины (модуля)	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)				Самостоятельная работа
			Лекции, всего	Практические занятия, всего	в т.ч., практические занятия в электронной форме	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Элементы линейной алгебры.	1	4	4	8	0	9
2.	Тема 2. Элементы векторной алгебры.	1	4	4	6	0	10
3.	Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости.	1	6	6	6	0	10
4.	Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.	1	4	4	6	0	10
5.	Тема 5. Комплексные числа.	1	4	4	4	0	9
6.	Тема 6. Полиномы.	1	2	2	0	0	9
7.	Тема 7. Теория матриц.	1	8	8	4	0	10
8.	Тема 8. Линейные (векторные) пространства.	1	4	4	0	0	9
9.	Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория).	2	8	8	0	0	24
10.	Тема 10. Евклидовы пространства.	2	6	6	0	0	18
11.	Тема 11. Линейные операторы.	2	12	12	0	0	36
12.	Тема 12. Квадратичные формы.	2	10	10	0	0	30
	Итого		72	72	32	0	184

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Элементы линейной алгебры. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Матрицы, частные виды матриц, операции над матрицами (сложение, умножение на число, линейная комбинация матриц, умножение матрицы на матрицу) и их свойства. Определители второго и третьего порядков. Свойства определителей. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера. Метод Гаусса

Тема 2. Элементы векторной алгебры. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Векторы и линейные операции над ними. Базис векторов на плоскости и в трехмерном

пространстве. Координаты вектора и точки в прямоугольной системе координат. Скалярное и векторное произведения векторов, их свойства, выражения в координатах и основные применения. Смешанное произведение векторов, его свойства, выражения в координатах и основные применения.

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости.

(<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Прямая на плоскости, виды уравнений прямой. Основные задачи на прямую на плоскости. Линии (кривые) 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод канонических уравнений и изучение их свойств. Касательные к линиям 2-го порядка. Исследование общего уравнения линий 2-го порядка преобразованием координат.

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве.

(<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Понятие об уравнениях линии и поверхности. Уравнения плоскости и прямой в пространстве. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве. Цилиндрические, конические поверхности. Поверхности вращения. Сжатие и растяжение поверхности. Канонические уравнения эллипсоида, гиперболоидов. Геометрические свойства.

Тема 5. Комплексные числа. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Комплексное число. Комплексно-сопряжённое число. Поле комплексных чисел. Комплексная плоскость. Модуль и аргумент комплексного числа. Алгебраическая, тригонометрическая и показательная формы комплексного числа. Возведение комплексного числа в степень. Формула Муавра. Извлечение корня из комплексного числа.

Тема 6. Полиномы. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Полиномы. Деление полиномов. Простые и кратные корни полиномов. Наибольший общий делитель полиномов. Теорема Безу. Основная теорема алгебры полиномов. Каноническое разложение полинома над полем комплексных чисел. Каноническое разложение полинома над полем вещественных чисел. Разложение рациональной дроби на простейшие.

Тема 7. Теория матриц. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Классификация матриц. Матрицы специального вида. Основные операции над матрицами, их свойства. Элементарные преобразования. Приведение матрицы к ступенчатому виду. Матрицы элементарных преобразований. Блочные матрицы. Прямая сумма матриц, её свойства. Определители высших порядков, их свойства. Теорема Лапласа. Определение квазитреугольной матрицы. Задача вычисления определителей. Обратная матрица. Критерий обратимости. Свойства обратной матрицы, её некоторые применения. Построение методом Гаусса-Жордана. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре. Критерий вырожденности матрицы. Ранг матрицы и элементарные преобразования. Вычисление ранга. Эквивалентные матрицы.

Тема 8. Линейные (векторные) пространства. (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>)

Определение линейного пространства (ЛП). Общие свойства ЛП. Линейная зависимость. Ранг и база системных векторов. Базис и размерность. Преобразование координат при переходе к другому базису. Изоморфизм ЛП. Линейные подпространства. Линейная оболочка, и её размерность. Сумма, пересечение линейных подпространств. Прямая сумма подпространств. Разложение ЛП в прямую сумму его подпространств.

Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория).

Основные понятия. Системы линейных алгебраических уравнений с квадратной невырожденной матрицей. Системы линейных алгебраических уравнений общего вида. Теорема Кронекера-Капелли. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение однородной и неоднородной систем линейных алгебраических уравнений.

Тема 10. Евклидовы пространства.

Понятие евклидова пространства (ЕП). Простейшие свойства произвольного ЕП. Теорема

Пифагора и ее обобщение. Процесс ортогонализации. Свойства ортонормированного базиса. Определитель Грамма, его связь с линейно-независимой системой векторов ЕП. Ортогональное дополнение. Изоморфизм конечномерных евклидовых пространств.

Тема 11. Линейные операторы.

Определение линейного оператора (ЛО) и простейшие свойства. Матрица ЛО. Матрицы ЛО в различных базисах. ЛП операторов. Умножение ЛО. Образ и ядро ЛО. Алгебра ЛО, действующих в одном пространстве. Обратный оператор. Инвариантные подпространства. Собственные значения и собственные векторы ЛО. Характеристический полином. ЛО простой структуры. Треугольная форма матрицы ЛО. Корневые подпространства. Жорданова форма матрицы ЛО. ЛО в ЕП. Сопряженный, нормальный, унитарный и самосопряженный операторы. Квадратный корень из оператора.

Тема 12. Квадратичные формы.

Билинейные формы (БФ). Теорема единственности БФ. Матричное представление БФ. Преобразование матрицы БФ при переходе к новому базису. Квадратичные формы (КФ) и их свойства. Общий вид КФ. Канонический вид КФ. Закон инерции. Правило Якоби. Знакоопределенные КФ. Критерий Сильвестра. Структура скалярного произведения в вещественном ЛП. КФ в ЕП. Теорема о структуре КФ. Приведение КФ к главным осям.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд

оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- индикаторы оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в библиотеке НЧИ КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочей программе дисциплины, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки НЧИ КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у студентов в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы. Лекции могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".

Вид работ	Методические рекомендации
практические занятия	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков решения задач на аудиторных практических занятиях, для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Практические занятия могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену.
письменное домашнее задание	Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся выполняют задание в цифровом образовательном ресурсе (https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034), в команде "Microsoft Teams".
устный опрос	Устный опрос на практическом занятии предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы. Устный опрос может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".

Вид работ	Методические рекомендации
контрольная работа	При подготовке к аудиторным контрольным работам следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий, на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams".
экзамен	Экзамен может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной экзаменационной работы. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Письменная экзаменационная работа содержит 14-16 заданий, время выполнения - 90 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории – помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные специальной мебелью и оборудованием (меловая доска).

Рабочий кабинет – помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с огра-

ниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Алгебра и геометрия

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)
Отделение информационных технологий и энергетических систем

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
Алгебра и геометрия

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки: отсутствует
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2021

СОДЕРЖАНИЕ

1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

2. ИНДИКАТОРЫ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ

3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ

4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ

4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

4.1.1. Устный опрос

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.1.2. Критерии оценивания

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

4.1.2. Письменное домашнее задание

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.2.2. Критерии оценивания

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

4.1.3. Контрольная работа

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.3.2. Критерии оценивания

4.1.3.3. Содержание оценочного средства

4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на вопросы)

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.2.1.2. Критерии оценивания

4.2.1.3. Оценочные средства

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
<p>ОПК-1– способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p>Знать основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p>Уметь решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать знание алгебры и геометрии для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p>Владеть математическим аппаратом алгебры и геометрии, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><u>1 семестр обучения.</u></p> <p>Текущий контроль:</p> <p>1. Устный опрос по темам: элементы линейной алгебры; элементы векторной алгебры; аналитическая геометрия на плоскости; аналитическая геометрия в пространстве; комплексные числа; полиномы; теория матриц; линейные (векторные) пространства.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: элементы линейной алгебры; элементы векторной алгебры; аналитическая геометрия на плоскости; аналитическая геометрия в пространстве; комплексные числа; полиномы; теория матриц; линейные (векторные) пространства.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: элементы линейной алгебры; элементы векторной алгебры; аналитическая геометрия на плоскости; аналитическая геометрия в пространстве; комплексные числа; полиномы.</p> <p>Промежуточная аттестация: экзамен.</p> <p><u>2 семестр обучения.</u></p> <p>Текущий контроль:</p> <p>1. Устный опрос по темам: системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория); евклидовы пространства; линейные операторы; квадратичные формы.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория); евклидовы пространства; линейные операторы; квадратичные формы.</p> <p>3. Контрольная работа по темам:</p>

		системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория); евклидовы пространства; линейные операторы. Промежуточная аттестация: экзамен.
--	--	--

2. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ОПК-1	<u>Знает</u> свободно основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> достаточно полно основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> фрагментарно основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не знает</u> основные методы алгебры и геометрии, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Умеет</u> уверенно решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> достаточно хорошо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> слабо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области алгебры и геометрии, обосновывать утверждения и факты; использовать знание математического анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Владеет</u> в совершенстве аппаратом алгебры и геометрии, навыками решения	<u>Владеет</u> достаточно полно аппаратом алгебры и геометрии, навыками реше-	<u>Владеет</u> с трудом аппаратом алгебры и геометрии, навыками решения научных и практи-	<u>Не владеет</u> аппаратом алгебры и геометрии, навыками решения научных и практических задач

	<p>ния научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p>ния научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p>ческих задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p>прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>
--	--	--	--	---

3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

1 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 1,2,3,4,5,6,7,8 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание по темам 1,2,3,4,5,6,7,8 – 14 баллов
(<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>);

Контрольная работа по темам 1,2,3,4,5,6 – 22 балла.

Итого $14+14+22 = 50$ баллов

Промежуточная аттестация: экзамен – 50 баллов.

Устный/письменный ответ на вопросы билета (письменной экзаменационной работы) по темам 1,2,3,4,5,6,7,8. Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Общее количество вопросов – 50. Письменная экзаменационная работа содержит 14 заданий, время выполнения - 90 минут.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: $50+50=100$ баллов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: $50+50=100$ баллов.

2 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 9,10,11,12 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание по темам 9,10,11,12 – 14 баллов;

Контрольная работа по темам 9,10,11 – 22 балла.

Итого $14+14+22 = 50$ баллов

Промежуточная аттестация: экзамен – 50 баллов.

Устный/письменный ответ на вопросы билета по темам 9,10,11,12. Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Общее количество вопросов – 32.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: $50+50=100$ баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

4.1. Оценочные средства текущего контроля

4.1.1. Устный опрос

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на аудиторных практических занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать как теоретический,

так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

4.1.1.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за устный опрос – 14.

1) 86-100% от максимального числа баллов

- знает весь теоретический материал по рассматриваемому вопросу, предусмотренный учебной программой;

- может дать подробное описание и провести сравнительный анализ различных подходов к решению рассматриваемой задачи;

- корректно использует понятийный аппарат;

- высказывает свою точку зрения по рассматриваемому вопросу и может ее аргументированно обосновать.

2) 71-85% от максимального числа баллов

- основные теоретические положения по рассматриваемому вопросу;

- может описать различные подходы к решению рассматриваемой задачи;

- корректно использует понятийный аппарат;

- высказывает свою точку зрения.

3) 56-70% от максимального числа баллов

- имеет общее представление о предмете обсуждения, способах решения рассматриваемой задачи;

- допускает ошибки при использовании понятийного аппарата;

- высказывает свои мысли сумбурно, ответ слабо структурирован.

4) 0-55% от максимального числа баллов

- не владеет теоретическим материалом;

- не владеет понятийным аппаратом;

- не способен внятно сформулировать свои мысли.

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

1 семестр.

Примерные вопросы:

Тема 1. Элементы линейной алгебры.. (2 балла)

Операции над матрицами; определители 2-го и 3-го порядков, их свойства; решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) по правилу Крамера, методом Гаусса.

Тема 2. Элементы векторной алгебры. (2 балла)

Векторы и линейные операции над ними; базис векторов на плоскости и в трехмерном пространстве; координаты вектора и точки в прямоугольной системе координат; скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их свойства, выражения в координатах и основные применения.

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. (2 балла)

Виды уравнения прямой; основные задачи на прямую на плоскости; линии (кривые) 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола; касательные к линиям 2-го порядка; исследование общего уравнения линий 2-го порядка преобразованием координат.

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. (2 балла)

Уравнения плоскости и прямой в пространстве; основные задачи на плоскость и прямую в пространстве; алгебраические поверхности второго порядка, их канонические уравнения, построение.

Тема 5. Комплексные числа. (1 балл)

Поле комплексных чисел; комплексная плоскость; тригонометрическая форма комплексно-

го числа; возведение в степень и извлечение корня; формула Муавра.

Тема 6. Полиномы. (1 балл)

Деление полиномов; корни полиномов; теорема Безу; основная теорема алгебры полиномов; каноническое разложение полинома над полем комплексных чисел, над полем вещественных чисел.

Тема 7. Теория матриц. (2 балла)

Классификация матриц; матрицы специального вида; основные операции над матрицами; элементарные преобразования; приведение матрицы к ступенчатому виду; матрицы элементарных преобразований; блочные матрицы; прямая сумма матриц; определители высших порядков; теорема Лапласа; квазитреугольные матрицы; обратная матрица; критерий обратимости; свойства обратной матрицы; построение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана; линейная зависимость строк (столбцов) матрицы; ранг матрицы; теорема о базисном миноре; критерий вырожденности матрицы; вычисление ранга; эквивалентные матрицы.

Тема 8. Линейные (векторные) пространства. (2 балла)

Определение линейного пространства (ЛП); линейная зависимость; ранг и база системных векторов; базис и размерность; преобразование координат при переходе к другому базису; линейные подпространства; линейная оболочка, и ее размерность; сумма, пересечение линейных подпространств; прямая сумма подпространств; разложение ЛП в прямую сумму его подпространств.

2 семестр.

Примерные вопросы:

Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория).. (4 балла)

СЛАУ с квадратной невырожденной матрицей; системы общего вида; теорема Кронекера-Капелли; фундаментальная система решений однородной системы; общее решение однородной и неоднородной систем.

Тема 10. Евклидовы пространства. (3 балла)

Евклидово пространство (ЕП); простейшие свойства произвольного ЕП; теорема Пифагора и её обобщение; процесс ортогонализации; определитель Грамма; ортогональное дополнение; изоморфизм конечномерных ЕП.

Тема 11. Линейные операторы. (4 балла)

Матрица ЛО; матрицы ЛО в различных базисах; ЛП операторов; умножение ЛО; образ и ядро ЛО; алгебра ЛО, действующих в одном пространстве; обратный оператор; собственные значения и собственные векторы ЛО; характеристический полином; треугольная форма матрицы ЛО; корневые подпространства; жорданова форма матрицы ЛО; ЛО в ЕП; сопряженный, нормальный, унитарный и самосопряженный операторы; квадратный корень из оператора.

Тема 12. Квадратичные формы. (3 балла)

Билинейные формы (БФ); матричное представление БФ; преобразование матрицы БФ при переходе к новому базису; квадратичные формы (КФ); канонический вид КФ; закон инерции; правило Якоби; знакоопределенные КФ; критерий Сильвестра; структура скалярного произведения в вещественном ЛП; КФ в ЕП; приведение КФ к главным осям.

4.1.2. Письменное домашнее задание

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические зада-

ния. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания в цифровом образовательном ресурсе (<https://edu.kpfu.ru/course/view.php?id=2034>), в команде «Microsoft Teams».

4.1.2.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за письменное домашнее задание – 14.

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.2.3 Содержание оценочного средства

1 семестр.

Примерные задания:

Тема 1. Элементы линейной алгебры.. (2 балла)

Операции над матрицами (сложение, умножение на число, линейная комбинация матриц, умножение на матрицу); вычисление определителей 2-го и 3-го порядков; решение системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) по правилу Крамера, методом Гаусса.

Тема 2. Элементы векторной алгебры. (2 балла)

Векторы и линейные операции над ними; базис векторов на плоскости и в трехмерном пространстве; координаты вектора и точки в прямоугольной системе координат; скалярное, векторное и смешанное произведения векторов, их выражения в координатах и основные применения.

Тема 3. Аналитическая геометрия на плоскости. (2 балла)

Виды уравнения прямой; основные задачи на прямую на плоскости; линии (кривые) 2-го

порядка: эллипс, гипербола, парабола; касательные к линиям 2-го порядка; исследование общего уравнения линий 2-го порядка преобразованием координат.

Тема 4. Аналитическая геометрия в пространстве. (2 балла)

Уравнения плоскости и прямой в пространстве; основные задачи на плоскость и прямую в пространстве; алгебраические поверхности второго порядка, их канонические уравнения, построение.

Тема 5. Комплексные числа. (1 балл)

Арифметические действия над комплексными числами; тригонометрическая форма комплексного числа; возведение в степень и извлечение корня; формула Муавра.

Тема 6. Полиномы. (1 балл)

Деление полиномов; корни полиномов; теорема Безу; каноническое разложение полинома над полем комплексных чисел, над полем вещественных чисел.

Тема 7. Теория матриц. (2 балла)

Классификация матриц; матрицы специального вида; основные операции над матрицами; элементарные преобразования; приведение матрицы к ступенчатому виду; матрицы элементарных преобразований; блочные матрицы; прямая сумма матриц; определители высших порядков; теорема Лапласа; квазиреугольные матрицы; обратная матрица; критерий обратимости; свойства обратной матрицы; построение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана; линейная зависимость строк (столбцов) матрицы; ранг матрицы; теорема о базисном миноре; критерий вырожденности матрицы; вычисление ранга; эквивалентные матрицы.

Тема 8. Линейные (векторные) пространства. (2 балла)

Определение линейного пространства (ЛП); линейная зависимость; ранг и база системных векторов; базис и размерность; преобразование координат при переходе к другому базису; линейные подпространства; линейная оболочка, и ее размерность; сумма, пересечение линейных подпространств; прямая сумма подпространств; разложение ЛП в прямую сумму его подпространств.

2 семестр.

Примерные задания:

Тема 9. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) (общая теория).. (4 балла)

СЛАУ с квадратной невырожденной матрицей; системы общего вида; теорема Кронекера-Капелли; фундаментальная система решений однородной системы; общее решение однородной и неоднородной систем.

Тема 10. Евклидовы пространства. (3 балла)

Евклидово пространство (ЕП); простейшие свойства произвольного ЕП; теорема Пифагора и её обобщение; процесс ортогонализации; определитель Грамма; ортогональное дополнение; изоморфизм конечномерных ЕП.

Тема 11. Линейные операторы. (4 балла)

Матрица ЛО; матрицы ЛО в различных базисах; ЛП операторов; умножение ЛО; образ и ядро ЛО; алгебра ЛО, действующих в одном пространстве; обратный оператор; собственные значения и собственные векторы ЛО; характеристический полином; треугольная форма матрицы ЛО; корневые подпространства; жорданова форма матрицы ЛО; ЛО в ЕП; сопряженный, нормальный, унитарный и самосопряженный операторы; квадратный корень из оператора.

Тема 12. Квадратичные формы. (3 балла)

Билинейные формы (БФ); матричное представление БФ; преобразование матрицы БФ при переходе к новому базису; квадратичные формы (КФ); канонический вид КФ; закон инерции; правило Якоби; знакоопределенные КФ; критерий Сильвестра; структура скалярного произведения в вещественном ЛП; КФ в ЕП; приведение КФ к главным осям.

4.1.3. Контрольная работа

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:
- в команде «Microsoft Teams».

4.1.3.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за контрольную работу – 22.

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрировано владение материалом в полном объеме.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрировано владение материалом.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 0-55% заданий, не владеет теоретическим материалом, допущены грубые ошибки.

4.1.2.3 Содержание оценочного средства

1 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) определители, их вычисление;
- 2) решение СЛАУ методом Крамера;
- 3) решение СЛАУ методом Гаусса;
- 4) решение задач векторной алгебры (координаты вектора и его длина, деление отрезка пополам, расстояние между точками);
- 5) решение задач векторной алгебры (проекция вектора на вектор, скалярное произведение, угол между векторами, площадь треугольника и параллелограмма, объем пирамиды, принадлежность четырех точек одной плоскости);
- 6) решение задач аналитической геометрии с прямой на плоскости (различные формы записи уравнения прямой на плоскости: проходящей через точку перпендикулярно вектору, параллельно вектору, через две точки, с угловым коэффициентом, в отрезках);
- 7) решение задач аналитической геометрии с прямой на плоскости (угол между прямыми, точка пересечения прямых, расстояние от точки до прямой на плоскости, условия параллельности и перпендикулярности прямых);
- 8) решение задач аналитической геометрии с плоскостью и прямой в пространстве: различные формы записи уравнения плоскости (проходящей через точку перпендикулярно вектору, через три точки, в отрезках), угол между плоскостями, расстояние от точки до плоскости, условия параллельности и перпендикулярности плоскостей, различные формы записи уравнения прямой в пространстве (проходящей через две точки, параметрическое), угол между прямыми, прямой и плоскостью, условия параллельности и перпендикулярности прямой и плоскости, точка пересечения прямой и плоскости;

- 9) решение задач аналитической геометрии с кривыми второго порядка: классификация кривых второго порядка, нахождение вершины параболы, центра и радиуса окружности, центров эллипса и гиперболы, канонические уравнения эллипса, гиперболы и параболы нахождение их фокусов и эксцентриситетов, касательные к кривым;
- 10) действия над комплексными числами, нахождение корней полиномов.

Варианты контрольной работы.

Вариант №1.

№	Задания	Ответы
1	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, минор M_{12} , алгебраическое дополнение A_{23} . Записать ответ в виде: Δ, M_{12}, A_{23}	-5,-3,-2
2	Пусть (x, y) - решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x + y = 5 \\ x - 3y = 2 \end{cases}$, найденное по формулам Крамера. Тогда $xy = a/49$, где $a = \dots$? (a – целое число).	17
3	Решить систему методом Гаусса $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$. Ответ записать в виде: a, b, c	1, 2, -1
4	Если $A(1, 3)$, $B(6, 7)$, $C(2, 5)$ - вершины треугольника ABC , то длина его медианы AD равна... 1) $2\sqrt{3}$ 2) $3\sqrt{2}$ 3) 2 4) $2\sqrt{2}$ 5) $3\sqrt{3}$	2) $3\sqrt{2}$
5	Даны векторы $\vec{a} = \{1; 1; -2\}$ и $\vec{b} = \{2; -1; 0\}$. Тогда косинус угла между векторами $\vec{c} = 2\vec{a} - \vec{b}$ и $\vec{d} = \vec{a} + \vec{b}$ равен.... Записать ответ.	
6	Даны вершины треугольника ABC : $A(-2, -1)$, $B(7, 3)$, $C(4, -3)$. Тогда уравнение медианы BD , проведенной из вершины B , имеет вид: $5x + ay + b = 0$, где $a = \dots$?, $b = \dots$? (a, b - целые числа). Ответ записать в виде: a, b	-6, -17
7	Расстояние между параллельными прямыми $2x - 3y - 5 = 0$, $2x - 3y + 8 = 0$ равно: 1) $13\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{13}$ 3) 13 4) 3 5) $\sqrt{13}$	5)
8	Даны вершины пирамиды $ABCD$: $A(2, -1, -2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(5, 0, -6)$, $D(1, 2, -3)$. Тогда расстояние от вершины D до плоскости P , проходящей через точку C перпендикулярно вектору \overrightarrow{AB} , равно \sqrt{a} , где $a = \dots$? (a - целое число). Ответ записать в виде: a	19
9	Радиус r окружности $x^2 + y^2 - 10x + 8y + 9 = 0$ равен \sqrt{a} , где $a = \dots$? (a - целое число). Ответ записать в виде: $a \dots$	32
10	Комплексное число $z = x + iy$ записано в виде $z = \frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$. Тогда его	49

	действительная часть x равна $\frac{a}{58}$, где a - целое число, равное...	
	Записать ответ.	

Вариант №2.

№п/п	Задания	Ответы
1	Вычислить определитель $\Delta = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 1 & -2 & 3 \\ 4 & 3 & 0 \end{vmatrix}$, минор M_{13} , алгебраическое дополнение A_{21} . Записать ответ в виде: Δ, M_{13}, A_{21}	26,11,3
2	Пусть (x, y) - решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 4x - 3y = 2 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$, найденное по формулам Крамера. Тогда $x/y = 11/a$, где $a = \dots?$ (a - целое число).	8
3	Найти решение СЛАУ: $\begin{cases} 2x_1 + 2x_2 + 3x_3 = 11 \\ x_1 - x_2 = -3 \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 = 8 \end{cases}$ методом Гаусса. Ответ записать в виде: $x_1 = \dots?, x_2 = \dots?, x_3 = \dots?$	-1, 2, 3
4	Если стороны параллелограмма: $\vec{a} = \vec{i}$, $\vec{b} = 2\vec{j} - 2\vec{k}$, то сумма длин его диагоналей равна..... Записать ответ.	6
5	Площадь S параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (1, -2, 3)$ и $\vec{b} = (3, 2, 1)$ равна: 1) $8\sqrt{3}$ 2) $6\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{14}$ 4) 14 5) $4\sqrt{2}$	$S = 8\sqrt{3}$
6	Уравнение прямой линии, проходящей через точки $(-3, 0)$ и $(0, -9)$, задаётся уравнением: 1) $(x-3) + (y-9) = 0$ 2) $xy = 27$ 3) $\frac{x}{3} + \frac{y}{9} = -1$ 4) $(x+3) + (y+9) = 0$	3)
7	Если $A(1, 3)$, $B(6, 7)$, $C(2, 5)$ - вершины треугольника ABC , то уравнение его медианы AD имеет вид $x + By + C = 0$, где $B = \dots?$, $C = \dots?$ (B, C - целые числа). Ответ записать в виде: B, C	-1, 2
8	Уравнение плоскости, проходящей через три точки: $M_1(4, 0, -2)$, $M_2(-1, 1, 2)$, $M_3(2, -3, -1)$ имеет вид $Ax + By - 17z + 22 = 0$, где $A = \dots?$, $B = \dots?$, (A, B - целые числа). Ответ записать в виде: A, B	3, 15
9	Гипербола $x^2 - y^2 - 4x + 6y - 9 = 0$ имеет центр в точке с координатами 1) (4, 6) 2) (2, 3) 3) (2, -3) 4) (-2, 3) 5) (4, 9) 6) (4, -6)	2) (2, 3)
10.	Действительной частью комплексного числа $\frac{(2+3i)^2}{2-i}$ является действи-	-22

	тельное $a/5$, где $a = \dots?$ (a - целое число).	Записать ответ.
--	--	-----------------

2 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) СЛАУ общего вида (фундаментальная система решений однородной системы, общее решение однородной системы);
- 2) СЛАУ общего вида (общее решение неоднородной системы);
- 3) евклидово пространство, скалярное произведение, угол между арифметическими векторами;
- 4) ортонормированный базис;
- 5) ортогональное дополнение, процесс ортогонализации;
- 6) матрицы линейных операторов (ЛО), алгебра ЛО;
- 7) обратный оператор и его нахождение;
- 8) нахождение собственных значений ЛО;
- 9) нахождение собственных векторов ЛО;
- 10) приведение матрицы ЛО к треугольной форме.

Варианты контрольной работы.

Вариант №1.

- 1) Найти общее решение однородной СЛАУ, построить фундаментальную систему решений (ФСР) и записать общее решение однородной СЛАУ через её ФСР.

$$\begin{cases} x_1 + 11x_2 + 34x_4 - 5x_5 = 0 \\ 3x_1 + x_2 - 4x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 - 2x_2 - 3x_3 - 7x_4 + 2x_5 = 0 \end{cases}$$

- 2) Найти общее решение неоднородной СЛАУ методом Гаусса
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 4 \\ 2x_1 + 5x_2 - x_3 - 4x_4 = 9 \\ x_1 + 3x_2 + x_3 - x_4 = 5 \end{cases}$$

- 3) Вычислить скалярное произведение арифметических векторов $\vec{m} \cdot \vec{n}$, если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{n} = 3\vec{c} - \vec{d}$ и установить ортогональность векторов \vec{m} и \vec{n} , где $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 0, -1)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$, $\vec{d} = (0, 2, -1)$.

- 4) Выяснить является ли базис $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$: $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 0, -1)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$ пространства R^3 ортонормированным?

- 5) Применяя процесс ортогонализации Шмидта произвольный базис $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ $\vec{a} = (1, 1, 0)$, $\vec{b} = (-1, 0, -1)$, $\vec{c} = (1, 1, 1)$ пространства R^3 преобразовать в ортогональный базис $(\vec{p}, \vec{q}, \vec{r})$.

- 6) Найти матрицу линейного оператора $\tilde{C}(\vec{x})$ и записать его в явном виде: $\tilde{C} = \tilde{A}^2$, $\tilde{A}(\vec{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$

- 7) Найти оператор, обратный к ЛО, заданному матрицей $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & -1 \\ 0 & 4 & -1 \\ 0 & -1 & 4 \end{pmatrix}$.

8) Найти собственные значения ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

9) Найти собственные векторы ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$

10) Выяснить приводима или нет матрица $A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$ ЛО к диагональному виду и, если приводима, то записать её диагональную форму.

Вариант №2.

1) Найти общее решение однородной СЛАУ, построить фундаментальную систему решений (ФСР) и записать общее решение однородной СЛАУ через её ФСР.

$$\begin{cases} x_1 - 3x_2 + x_3 - x_4 - x_5 = 0 \\ 7x_1 + 2x_2 - x_3 - 2x_4 + 2x_5 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 + 2x_3 + x_4 + x_5 = 0 \end{cases}$$

2) Найти общее решение неоднородной СЛАУ методом Гаусса

$$\begin{cases} x_1 - 4x_2 + 2x_3 + 3x_5 = 5 \\ 2x_1 - 7x_2 + 4x_3 + x_4 = 9 \\ x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 - 3x_5 = 4 \end{cases}$$

3) Вычислить скалярное произведение арифметических векторов $\vec{m} \cdot \vec{n}$, если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{n} = 3\vec{c} - \vec{d}$ и установить ортогональность векторов \vec{m} и \vec{n} , где $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 1)$, $\vec{d} = (-3, 3, 5)$.

4) Выяснить является ли базис $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$: $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 1)$ пространства R^3 ортонормированным?

5) Применяя процесс ортогонализации Шмидта произвольный базис $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$ $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 1)$ пространства R^3 преобразовать в ортогональный базис $(\vec{p}, \vec{q}, \vec{r})$.

6) Найти матрицу линейного оператора $\tilde{C}(\vec{x})$ и записать его в явном виде.

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}, \quad \tilde{A}(\vec{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3), \quad \tilde{B}(\vec{x}) = (x_2, 2x_3, x_1).$$

7) Найти оператор, обратный к ЛО, заданному матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

8) Найти собственные значения ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

9) Найти собственные векторы ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$

10) Выяснить приводима или нет матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ЛО к диагональному виду и, если приводима, то записать её диагональную форму.

4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на вопросы)

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Экзамен может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной экзаменационной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Письменная экзаменационная работа содержит 14-16 заданий (время выполнения – 90 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

4.2.1.2. Критерии оценивания

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, при ответе использовал примеры практического применения рассматриваемого теоретического материала, ответил на все дополнительные вопросы, ответ четкий и хорошо структурированный, освоен понятийный аппарат.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, однако испытывал затруднение с приведением практических примеров применения рассматриваемого теоретического материала, ответил не на все дополнительные вопросы, ответ структурирован, освоен понятийный аппарат.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся раскрыл вопросы лишь частично, не смог привести практические примеры применения рассматриваемого теоретического материала, частично ответил на некоторые из дополнительных вопросов, допускает несущественные ошибки при использовании понятийного аппарата.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:

Обучающийся не ответил на вопросы или же ответы не соответствовали заданным вопросам, не дал адекватного ответа на дополнительные вопросы, допускает грубые ошибки при использовании понятийного аппарата или не использует понятийный аппарат предметной области вовсе.

4.2.1.3. Оценочные средства

1 семестр.

Вопросы к экзамену:

1. Операции над матрицами и их свойства.
2. Определители 2-го и 3-го порядков, их свойства.
3. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
4. Метод Гаусса.
5. Векторы и линейные операции над ними.
6. Базис векторов на плоскости и в трехмерном пространстве.
7. Координаты вектора и точки в прямоугольной системе координат.
8. Некоторые простейшие задачи аналитической геометрии в терминах координат: расстояние

между 2-мя точками, деление отрезка в данном отношении и др.

9. Скалярное и векторное произведения векторов, их свойства, выражения в координатах и основные применения.
10. Смешанное произведения векторов, его свойства, выражение в координатах и основные применения.
11. Виды уравнения прямой. Основные задачи на прямую на плоскости.
12. Линии (кривые) 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод канонических уравнений и изучение их свойств.
13. Исследование общего уравнения линий 2-го порядка преобразованием координат.
14. Понятие об уравнениях линии и поверхности.
15. Уравнения плоскости и прямой.
16. Основные задачи на плоскость и прямую в пространстве.
17. Цилиндрические, конические поверхности. Поверхности вращения.
18. Сжатие и растяжение поверхности.
19. Канонические уравнения эллипсоида, гиперболоидов. Геометрические свойства.
20. Комплексное число. Комплексная плоскость. Тригонометрическая форма комплексного числа.
21. Возведение в степень и извлечение корня. Формула Муавра.
22. Деление полиномов. Корни полиномов. Теорема Безу.
23. Основная теорема алгебры полиномов.
24. Каноническое разложение полинома над полем (комплексных) чисел.
25. Полиномы над полем вещественных чисел.
26. Классификация матриц.
27. Матрицы специального вида. Блочные матрицы.
28. Основные операции над матрицами, их свойства.
29. Элементарные преобразования матриц. Эквивалентные матрицы.
30. Приведение матрицы к ступенчатому виду.
31. Матрицы элементарных преобразований.
32. Прямая сумма матриц, её свойства.
33. Определители высших порядков, их свойства.
34. Теорема Лапласа. Задача вычисления определителей.
35. Определение квазитреугольной матрицы.
36. Обратная матрица. Критерий обратимости. Критерий вырожденности матрицы.
37. Свойства обратной матрицы, ее некоторые применения.
38. Построение обратной матрицы методом Гаусса-Жордана.
39. Линейная зависимость строк (столбцов) матрицы.
40. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
41. Ранг матрицы и элементарные преобразования. Вычисление ранга.
42. Определение линейного пространства (ЛП).
43. Общие свойства ЛП. Линейная зависимость.
44. Ранг и базис системы векторов.
45. Базис и размерность ЛП.
46. Преобразование координат при переходе к другому базису.
47. Изоморфизм ЛП. Линейные подпространства.
48. Линейная оболочка, и ее размерность.
49. Сумма, пересечение линейных подпространств.
50. Прямая сумма подпространств. Разложение ЛП в прямую сумму его подпространств.

Задачи к экзамену:

1. Вычислить определитель третьего порядка $\begin{vmatrix} 5 & 3 & 5 \\ 2 & 7 & 3 \\ 4 & 5 & 5 \end{vmatrix}$:

а) по правилу треугольников; б) разложением по какой-нибудь строке или столбцу.

2. Вычислить определитель четвёртого порядка $\begin{vmatrix} 5 & 4 & 3 & 5 \\ 2 & 5 & 7 & 3 \\ 7 & 6 & 3 & 7 \\ 4 & 6 & 5 & 5 \end{vmatrix}$.

3. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -4 & 0 & 2 \\ -6 & 1 & 0 \\ 0 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 6 & 1 & 3 \\ -2 & 1 & 0 \\ 1 & -4 & 2 \end{pmatrix}$. Найти матрицы

$$C = 2A + B^T, \quad D = A \cdot B.$$

4. Вычислить ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 5 \\ 7 & -3 & 6 & 8 \\ 4 & 9 & 3 & 15 \end{pmatrix}$.

5. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 & 3 \\ 4 & 3 & 5 \\ -5 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: $|A|$, A^{-1} , $A \cdot A^{-1}$.

6. Решить матричное уравнение $X \cdot \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 3 & -1 \end{pmatrix}$.

7. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -11 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = -17 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ методом Крамера.

8. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -11 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = -17 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ методом обратной матрицы.

9. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases} x_1 - 3x_2 + 2x_3 = -11 \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = -17 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$ методом Гаусса.

10. Представить вектор \bar{d} в виде линейной комбинации векторов $\bar{a}, \bar{b}, \bar{c}$, если $\bar{a} = (1, 2, -1)$, $\bar{b} = (-2, 0, 3)$, $\bar{c} = (-1, 1, -1)$, $\bar{d} = (-2, 3, 1)$.

11. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (4, 2, 1)$, $\vec{d} = (3, 1, 3)$. Требуется вычислить скалярное произведение векторов $\vec{m} \cdot \vec{n}$, если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{n} = 3\vec{c} - \vec{d}$ и установить ортогональность векторов \vec{m} и \vec{n} .

12. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$. Найти векторное произведение векторов $\vec{a} \times \vec{b}$ и установить коллинеарность векторов \vec{a} и \vec{b} .

13. Даны векторы $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (1, 0, 1)$, $\vec{c} = (4, 2, 1)$, $\vec{d} = (3, 1, 3)$. Требуется показать, что векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ образуют базис R^3 и найти координаты вектора \vec{d} в этом базисе.

14. Вычислить площадь параллелограмма, построенного на векторах \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = 2\vec{p} - 3\vec{q}$, $\vec{b} = 5\vec{p} + \vec{q}$, $|\vec{p}| = 2$, $|\vec{q}| = 3$, $(\vec{p}, \vec{q}) = \pi/2$.

15. Коллинеарны ли векторы \vec{c} и \vec{d} , построенные по векторам \vec{a} и \vec{b} , если $\vec{a} = (2, 0, -5)$, $\vec{b} = (1, -3, 4)$, $\vec{c} = 2\vec{a} - 5\vec{b}$, $\vec{d} = 5\vec{a} - 2\vec{b}$?

16. Компланарны ли векторы $\vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$, если $\vec{a} = (-7, 10, -5)$, $\vec{b} = (0, -2, -1)$, $\vec{c} = (-2, 4, -1)$?

17. Найти координаты четвертой вершины тетраэдра ABCD, если известно, что она лежит на оси Oy, объем тетраэдра ABCD равен 29 куб.ед. и вершины тетраэдра имеют координаты A(-1;10;0); B(0;5;2); C(6;32;2).

18. Даны вершины треугольника ABC: A(4,1), B(0,-2), C(-5,10). Требуется найти: а) длину стороны AB; б) уравнение стороны AB; в) длину h высоты CD; г) площадь S треугольника ABC.

19. Даны вершины треугольника ABC: A(2, -5), B(-3, -4), C(-4, 2). Требуется найти: а) уравнение медианы BE, проведенной из вершины B; б) уравнение высоты CD, проведенной из вершины C.

20. Даны вершины пирамиды ABCD: A(0, -3, 1), B(-4, 1, 2), C(2, -1, 5), D(3, 1, -4). Требуется найти: а) длины ребер AB и AC; б) косинус угла между ребрами AB и AC; в) площадь грани ABC; г) объем пирамиды ABCD.

21. Даны вершины пирамиды ABCD: A(1,3,6), B(2,2,1), C(-1,0,1), D(-4,6,-3). Требуется: а) написать уравнение плоскости P, проходящей через точку A перпендикулярно \vec{BC} ; б) написать уравнение плоскости P_1 грани ABC; в) найти расстояние от точки D до плоскости P_1 ; г) найти угол между плоскостями P и P_1 .

22. Построить линии на плоскости по заданным уравнениям и назвать их.

а) $2x - y + 4 = 0$ б) $(x+4)^2 + (y+2)^2 = 49$ в) $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{64} = 1$ г) $\frac{x^2}{64} - \frac{y^2}{36} = -1$ д) $y^2 = 2x$

23. Назвать кривую 2-ого порядка $4x^2 - 9y^2 - 16x + 54y - 29 = 0$ и построить её.

24. Дана гипербола Γ , причём $\varepsilon = 2$, а L_1 и L_2 - её асимптоты. Вычислить угол между асимптотами гиперболы.

25. Привести к каноническому виду общее уравнение алгебраической кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$.

26. Даны прямая L: $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$ и плоскость P: $5x + 7y + 9z - 32 = 0$. Требуется вычислить угол между прямой L и плоскостью P.

27. Даны прямая L: $\frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$ и плоскость P: $5x + 7y + 9z - 32 = 0$. Требуется найти точку M^* пересечения прямой L и плоскости P.

28. Написать уравнение плоскости P_1 , проходящей через точку $M_0(x_0, y_0, z_0) \in L$ перпендику-

лярно прямой $L: \frac{x+3}{0} = \frac{y-2}{-3} = \frac{z+5}{11}$ и найти угол между плоскостями P_1 и $P: 5x + 7y + 9z - 32 = 0$.

29. Даны комплексные числа $z_1 = 7 + 2i$, $z_2 = 4 - 2i$. Требуется вычислить $\overline{z_1 + z_2}$, z_2^2 , $z_1 z_2$, z_1 / z_2 .

30. Дано алгебраическое уравнение $z^3 - 27 = 0$. Требуется найти все корни алгебраического уравнения на множестве комплексных чисел.

Примеры билетов для устно письменной формы сдачи экзамена(50 баллов):

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: Алгебра и геометрия (1 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Н.С.Габбасов

« 31 » 08 2020г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛАУ). Правило Крамера.
2. Скалярное и векторное произведения векторов, их свойства, выражения в координатах и основные применения.
3. **Задача.** Дана гипербола Γ , причём $\varepsilon = 2$, а L_1 и L_2 - её асимптоты. Вычислить угол между асимптотами гиперболы.

Составил профессор

Н.С.Габбасов

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: Алгебра и геометрия (1 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Н.С.Габбасов

« 31 » 08 2020г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Обратная матрица. Критерий обратимости. Критерий вырожденности матрицы.
2. Линии (кривые) 2-го порядка: эллипс, гипербола, парабола. Вывод канонических уравнений и изучение их свойств.
3. **Задача.** Привести к каноническому виду общее уравнение алгебраической кривой второго порядка $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$.

Составил профессор

Н.С.Габбасов

При сдаче экзамена с применением цифровых образовательных технологий формируется экзаменационная письменная работа, состоящая из 14-16 заданий. Оценивается в **50 баллов**.

Темы заданий письменной экзаменационной работы:

- 1) Определители.
- 2) Матрицы.
- 3) Системы линейных алгебраических уравнений.
- 4) Арифметические векторы.

- 5) Линейная алгебра (теоретические задания).
- 6) Геометрические векторы (равенство, ортогональность, коллинеарность, компланарность).
- 7) Геометрические векторы (решение задач векторной алгебры).
- 8) Прямая на плоскости.
- 9) Алгебраические кривые второго порядка на плоскости.
- 10) Плоскость и прямая в пространстве.
- 11) Аналитическая геометрия (теоретические задания).
- 12) Комплексные числа и многочлены.

**Задания письменной экзаменационной работы
«Алгебра и геометрия-1»**

№п/п	Задания	Ответы
1.	Определители. Определители второго, третьего и четвёртого порядков, миноры и алгебраические дополнения элементов. Вычисление определителей четвёртого порядка.	
1.1	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 0 \end{vmatrix}$ Определитель равен... Ввести ответ.	-5
1.2	$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & -2 \end{vmatrix}$ Дан определитель. Тогда минор M_{12} элемента a_{12} равен... Ввести ответ.	-3
1.3	$\begin{vmatrix} 3 & 4 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & -2 \end{vmatrix}$ Дан определитель. Тогда алгебраическое дополнение A_{23} элемента a_{23} равно... Ввести ответ.	-17
1.4	$\begin{vmatrix} 2 & -1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ -3 & 2 & 4 & 0 \\ 1 & 0 & 4 & 3 \end{vmatrix}$ Определитель равен: 1) 8 2) 24 3) 17 4) 9 5) 16	2)
1.5	$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 3 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix}$ Определитель равен... Ввести ответ.	28
1.6	$\begin{vmatrix} 3 & -1 & 2 \\ 0 & 4 & 3 \\ 1 & 7 & -2 \end{vmatrix}$ Дан определитель. Указать все пары, соответствующих друг другу элементов a_{ij} определителя и их алгебраических дополнений A_{ij} : 1: a_{11} 2: a_{21} 3: a_{32} 4: a_{33}	1-2 2-4 3-5 4-3

	1: $\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}$ 2: $\begin{vmatrix} 4 & 3 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}$ 3: $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 0 & 4 \end{vmatrix}$ 4: $-\begin{vmatrix} -1 & 2 \\ 7 & -2 \end{vmatrix}$ 5: $-\begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 0 & 3 \end{vmatrix}$	
1.7	Если определитель $\begin{vmatrix} a & 5 \\ 3 & b \end{vmatrix}$ равен $\frac{2}{3}$, то определитель $\begin{vmatrix} 13 & 14 & 15 \\ b & 5 & 0 \\ 3 & a & 0 \end{vmatrix}$ равен... Ввести ответ.	10
1.8	Определитель $\begin{vmatrix} 2 & -2 & 0 & 3 \\ 0 & 2 & 1 & -1 \\ 1 & 1 & -2 & 4 \\ 3 & -1 & 0 & 0 \end{vmatrix}$ равен... Ввести ответ.	56
1.9	Определитель $\begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 & 0 \\ 0 & -4 & 3 & 2 \\ 2 & -2 & 1 & 1 \\ 5 & -7 & 4 & 4 \end{vmatrix}$ равен... 1) -16 2) 0 3) -8 4) 2 5) 4	2) 0
2	Матрицы. Операции над матрицами (сложение, вычитание, умножение на число, умножение на матрицу, транспонирование). Нахождение обратной к матрицы. Ранг матрицы и его вычисление. Матричные уравнения, их решение методом обратной матрицы.	
2.1	Матрица $C=AB+2A^T$, где $A=\begin{pmatrix} 3 & 1 \\ -2 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, имеет вид $C=\begin{pmatrix} 12 & a \\ b & 5 \end{pmatrix}$, где $a=...?$, $b=...?$. Ответ ввести в виде: a,b	-6, -2
2.2	Если $A=\begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 3 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$, то матрица $A-3B$ равна..... 1) $\begin{pmatrix} -10 & -5 \\ 5 & 12 \end{pmatrix}$ 2) $\begin{pmatrix} -10 & 5 \\ -5 & -12 \end{pmatrix}$ 3) -22 4) $\begin{pmatrix} -10 & 5 \\ -12 & -5 \end{pmatrix}$	2)
2.3	Пусть $C=B^T+2AB$, где $A=\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$, $B=\begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда определитель $ C $ матрицы C равен... Ввести ответ.	4
2.4	Матрица $\begin{pmatrix} -1 & 0 & 3 \\ 1 & 3 & -1 \\ 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 3 & -2 \\ 1 & 3 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} - 3 \cdot \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -5 & 1 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$ имеет вид $\begin{pmatrix} -9 & a \\ b & 3 \\ -2 & c \end{pmatrix}$, где $a=?$, $b=?$, $c=?$ Ответ ввести в виде: a,b,c	2, 21, -7

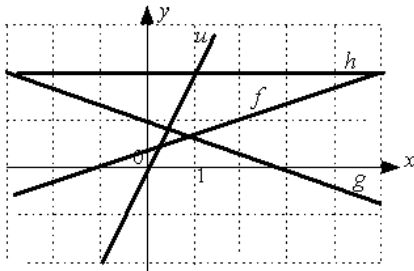
2.5	<p>Матрица $A^{-1} = \begin{pmatrix} 4 & 0 & a \\ b & 1 & 24 \\ -3 & c & 4 \end{pmatrix}$, является обратной к матрице</p> <p>$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 5 \\ 0 & 1 & -6 \\ 3 & 0 & 4 \end{pmatrix}$. Тогда $a = ?$, $b = ?$, $c = ?$ Ответ ввести в виде: a, b, c</p>	-5,-18,0
2.6	<p>Ранг матрицы $\begin{pmatrix} 1 & -5 & -1 & -7 \\ -3 & 2 & -1 & 4 \\ 9 & 7 & 7 & 1 \\ 5 & 1 & 3 & -1 \end{pmatrix}$ равен...</p> <p>1) 1 2) 2 3) 3 4) 4 5) 5</p>	3) 3
2.7	<p>Решением матричного уравнения $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$ является матрица</p> <p>$\frac{1}{a} \begin{pmatrix} b & 3 \\ 2 & c \end{pmatrix}$, где $a = \dots?$, $b = \dots?$, $c = \dots?$.</p> <p>Ответ ввести в виде: a, b, c</p>	3,0,-2
2.8	<p>Решением матричного уравнения $X \cdot \begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$ является</p> <p>матрица $X = \begin{pmatrix} -5 & a & b \end{pmatrix}$, где $a = \dots?$, $b = \dots?$.</p> <p>Ответ ввести в виде: a, b</p>	20,-8
3.	<p>Системы линейных алгебраических уравнений.</p> <p>Системы линейных алгебраических уравнений, методы их решения (методы Крамера и Гаусса).</p>	
3.1	<p>Пусть (x, y) - решение системы линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 3y = 6 \\ 3x - 2y = -2 \end{cases}$,</p> <p>найденное по формулам Крамера. Тогда $\frac{x}{y} = \frac{3}{a}$, где $a = \dots?$ (a – целое число).</p> <p>Ответ ввести в виде: a</p>	11
3.2	<p>Набор (a, b, c) значений неизвестных (x_1, x_2, x_3) является решением невырожденной системы уравнений $\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 = 6 \\ 2x_1 + x_2 = 4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \end{cases}$, если $a = ?$, $b = ?$, $c = ?$</p> <p>Ответ ввести в виде: a, b, c</p>	1,2,-1
4	<p>Арифметические векторы.</p> <p>Линейные операции над арифметическими векторами. Скалярное произведение. Ортогональность. Координаты вектора в произвольном базисе, их нахождение.</p>	
4.1	<p>Скалярное произведение векторов $\vec{a} = (1, 3)$ и $\vec{b} = (-3, 2)$ равно...</p> <p>Ввести ответ.</p>	3

4.2	<p>Скалярное произведение $\vec{m} \cdot \vec{n}$ арифметических векторов $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$ и $\vec{n} = 2\vec{b} - \vec{c}$, где $\vec{a} = (2, 1, 0)$, $\vec{b} = (4, 3, -3)$, $\vec{c} = (6, 5, -7)$, равно...</p> <p>Ввести ответ.</p>	21
4.3	<p>Ортогональными из векторов $\vec{a} = (-2, 1, 1)$, $\vec{b} = (1, 3, -1)$ и $\vec{c} = (-1, 2, 4)$ являются:</p> <p>1) \vec{a} и \vec{b} 2) \vec{a} и \vec{c} 3) \vec{b} и \vec{c} 4) все 5) ортогональных нет</p>	1)
4.4	<p>Вектор $\vec{d} = (6, 2, -7)$ в произвольном базисе $B = (\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$, где $\vec{a} = (2, 1, -3)$, $\vec{b} = (3, 2, -5)$, $\vec{c} = (1, -1, 1)$, имеет координаты $(x, y, z)_B$, где $x = \dots?$, $y = \dots?$, $z = \dots?$</p> <p>Ответ ввести в виде x, y, z.</p>	1,1,1
5.	<p>Линейная алгебра (теоретические задания).</p> <p>Простейшие задачи и теоретические вопросы (в объёме вопросов к экзамену), в том числе: определители и их свойства; правило треугольников для определителя 3-его порядка; обратная матрица, условие её существования и нахождение; условие согласованности матриц для умножения; размерность произведения матриц; системы линейных уравнений, условия их совместности и несовместности, определенности и неопределённости; расширенная матрица системы.</p>	
6.	<p>Геометрические векторы (равенство, ортогональность, коллинеарность, компланарность).</p> <p>Условия компланарности, коллинеарности, ортогональности (перпендикулярности) векторов, равенство векторов.</p>	
6.1	<p>Векторы $\vec{a} = (1, 0, 2)$, $\vec{b} = (3, \lambda, 2)$ и $\vec{c} = (-1, 3, 1)$ будут компланарными, если параметр λ равен...</p>	-4
6.2	<p>Равными из векторов $\vec{a} = 2\vec{i} - \vec{j}$, $\vec{b} = (0, 2, -1)$ и $\vec{c} = \vec{AB}$, где $A = (-1, 1, 3)$, $B = (3, 3, 4)$ являются:</p> <p>1) \vec{a} и \vec{b} 2) \vec{a} и \vec{c} 3) \vec{b} и \vec{c} 4) все 5) равных нет</p>	5)
6.3	<p>Среди векторов $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$, $\vec{b} = 2\vec{i} + 4\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{c} = -\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}$ коллинеарны:</p> <p>1) \vec{a} и \vec{b} 2) \vec{a} и \vec{c} 3) \vec{b} и \vec{c} 4) все 5) нет коллинеарных</p>	4)
6.4	<p>Из векторов $\vec{a} = 2\vec{i} + \vec{j} + 3\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - \vec{j} + 4\vec{k}$ коллинеарны вектору \vec{AB}, где $A(1, 2, 1)$, $B(3, 1, 5)$:</p> <p>1) \vec{b} 2) \vec{a} 3) \vec{a} и \vec{b} 4) ни \vec{a} ни \vec{b}</p>	1)
6.5	<p>Векторы $\vec{a} = 2\vec{i} + 3\vec{j} + n\vec{k}$ и $\vec{b} = (4, m, 6)$ будут параллельными друг другу при значениях параметров $m = \dots?$, $n = \dots?$ (m, n - целые числа).</p> <p>Ответ введите в виде: m, n</p>	6,3
6.6	<p>Векторы $\vec{a} = 2\vec{i} - 4\vec{j} + \lambda\vec{k}$ и $\vec{b} = (3, \lambda, -2)$ взаимно перпендикулярны. Тогда параметр λ равен...</p> <p>Ввести ответ.</p>	1
7	<p>Геометрические векторы (решение задач векторной алгебры).</p> <p>Координаты вектора. Длина вектора. Орт вектора. Деление отрезка пополам. Расстояние между точками. Проекция вектора на вектор. Скалярное произведение. Действия над векторами в координатной форме, в графическом виде. Нахождение координат вектора по заданным условиям (коллинеарности, орто-</p>	

	гональности). Угол между векторами (косинус, синус). Векторное произведение, его модуль. Смешанное произведение. Площадь треугольника и параллелограмма, объём пирамиды. Принадлежность четырёх точек одной плоскости.	
7.1	В пространстве имеется отрезок, соединяющий две точки с аппликатами одинаковых знаков. Тогда этот отрезок не может пересекать: 1) плоскость Oxy 2) ось аппликат Oz 3) ось ординат Oy 4) плоскость Oxz	1) 3)
7.2	Площадь S параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = (1, -2, 3)$ и $\vec{b} = (3, 2, 1)$ равна: 1) $8\sqrt{3}$ 2) $6\sqrt{3}$ 3) $2\sqrt{14}$ 4) 14 5) $4\sqrt{2}$	1)
7.3	Если в треугольнике ABC : $\vec{AB} = \vec{i} - 2\vec{j} - 2\vec{k}$ и $\vec{AC} = 2\vec{i} - \vec{j} - 2\vec{k}$, то $\cos\left(\widehat{BAC}\right)$ равен...	$\sqrt{2}/6$
7.4	Для векторов $\vec{a} = (3, -1, 2)$, $\vec{b} = (1, 2, -1)$ модуль векторного произведения $ \vec{a} \times (2\vec{a} + \vec{b}) $ равен \sqrt{a} , где $a = \dots$? (a - целое число). Ответ введите в виде: a	83
7.5	Площадь треугольника, построенного на векторах $\vec{a} = 3\vec{i} + \vec{j} - 4\vec{k}$ и $\vec{b} = (-6, 0, 8)$ равна... Ввести ответ.	5
7.6	Объём треугольной пирамиды $OABC$, построенной на векторах $\vec{a} = \vec{i} + 2\vec{j} + 3\vec{k}$, $\vec{b} = (2, 1, 4)$ и $\vec{c} = (2, -1, 0)$ как на рёбрах, равен... Ввести ответ.	4
7.7	Четыре точки $A(-2, 0, 1)$, $B(-1, 0, -1)$, $C(-1, 0, 0)$, $D(-2, \lambda, 0)$ будут лежать в одной плоскости при значении параметра λ равном... Ввести ответ.	0
7.8	Если $ \vec{a} = 1$, $ \vec{b} = 1$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 30^\circ$, то площадь треугольника, построенного на векторах $(\vec{a} + 2\vec{b})$ и $(3\vec{a} - 2\vec{b})$ как на сторонах, равна... Ввести ответ.	2
7.9	Площадь параллелограмма $ABCD$ с вершинами в точках $A(1, -1, 2)$, $B(5, -6, 2)$, $C(1, 3, -1)$, $D(1, 2, 1)$ равна \sqrt{a} , где $a = \dots$? (a - целое число). Ответ введите в виде: a	185
7.10	Векторным произведением векторов $\vec{a} = 3\vec{k}$ и $\vec{b} = (2, -1, 5)$ является вектор $\vec{c} = (x, 6, z)$, где $x = \dots$?, $z = \dots$? (x, z - целые числа). Ответ введите в виде: x, z	3,0
8.	Прямые на плоскости. Прямая на плоскости (различные формы записи уравнения прямой на плоскости: проходящей через точку перпендикулярно вектору, параллельно вектору, параллельно оси координат, через две точки, с угловым коэффициентом, в отрезках; угол между прямыми; точка пересечения прямых; расстояние от точки до прямой на плоскости; условия \square и	

	⊥ прямых, условие совпадения прямых, угловой коэффициент прямой, расстояние между двумя параллельными прямыми).	
8.1	Расстояние между параллельными прямыми $2x - 3y - 5 = 0$, $2x - 3y + 8 = 0$ равно: 1) $13\sqrt{2}$ 2) $2\sqrt{13}$ 3) 13 4) 3 5) $\sqrt{13}$	5)
8.2	Даны вершины треугольника ABC : $A(-2, -1)$, $B(7, 3)$, $C(4, -3)$. Тогда уравнение медианы BD , проведённой из вершины B , имеет вид: $5x + ay + b = 0$, где $a = \dots?$, $b = \dots?$ (a, b -целые числа). Ответ ввести в виде: a, b	$-6, -17$
8.3	Плоскости $P_1: 4x - 7y + 2z - 3 = 0$ и $P_2: -3x + 2y + \lambda z + 5 = 0$ будут взаимно перпендикулярны, если параметр $\lambda = \dots?$ Ввести ответ.	$\lambda = 13$
8.4	В порядке увеличения расстояний до начала координат прямые: 1) $3x + 4y - 12 = 0$ 2) $3x + 2y - 6 = 0$ 3) $x + y - 3 = 0$ 4) $3x + y - 3 = 0$ располагаются... Указать номера прямых в порядке увеличения их расстояний до начала координат.	4)3)2)1)
8.5	Уравнение перпендикуляра P опущенного из точки $M_0(2, 2)$ на прямую L имеет вид: L1: $x + 2y - 6 = 0$ P1: $6x - y - 10 = 0$ L2: $x + 6y - 6 = 0$ P2: $2x - y - 2 = 0$ L3: $x - 3y + 9 = 0$ P3: $3x + y - 8 = 0$ В ответе указать пары, соответствующих друг другу прямых и их перпендикуляров	L1-P2 L2-P1 L3-P3
9.	Плоскость. Прямая в пространстве. Плоскость и прямая в пространстве (различные формы записи уравнения плоскости: проходящей через точку перпендикулярно вектору, через три точки, в отрезках; угол между плоскостями; расстояние от точки до плоскости; условия \square и \perp плоскостей; различные формы записи уравнения прямой в пространстве: проходящей через две точки, параметрическое; угол между прямыми, прямой и плоскостью; условия \square и \perp прямой и плоскости; точка пересечения прямой и плоскости).	
9.1	Даны плоскости: а) $3x - 2y + 4 = 0$; б) $y + z + 1 = 0$; в) $x - 3y + z = 0$. Из них оси Ox параллельны только... 1) только а) 2) ни одна 3) только б) 4) только а) и в) 5) только в) 6) все	3)
9.2	Уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2, -3, 3)$ параллельно плоскости Oxz , имеет вид $Bu + D = 0$, где $B = \dots?$, $D = \dots?$ Ответ записать в виде: B, D	1,3
9.3	Плоскость $P: 3x + \lambda z = 0$ будет перпендикулярна прямой $L: \begin{cases} x + z - 1 = 0 \\ x + y + z - 2 = 0 \end{cases}$ при значении параметра $\lambda = \dots?$ Записать ответ.	-3

9.4	<p>Даны вершины пирамиды $ABCD$: $A(2, -1, -2)$, $B(1, 2, 1)$, $C(5, 0, -6)$, $D(1, 2, -3)$. Тогда расстояние от вершины D до плоскости P, проходящей через точку C перпендикулярно вектору \overline{AB}, равно \sqrt{a}, где $a = \dots$? (a - целое число).</p> <p style="text-align: right;">Ответ записать в виде: a</p>	19
10	<p>Алгебраические кривые второго порядка на плоскости. Классификация кривых второго порядка. Нахождение вершины параболы, центра и радиуса окружности, центров эллипса и гиперболы. Расстояние между центрами окружностей. Нормальное уравнение окружности. Канонические уравнения эллипсов и гиперболы, нахождение их фокусов и эксцентриситетов.</p>	
10.1	<p>Уравнение $3x^2 + 3y^2 + 18x + 6y + 3 = 0$ определяет..... 1) окружность 2) эллипс 3) гиперболу 5) параболу</p>	1)
10.2	<p>Уравнение $x^2 - 2xy + y^2 - 10x - 6y + 25 = 0$ определяет: 1) эллипс 2) гиперболу 3) параболу</p>	3)
10.3	<p>Точка $C(x_C, y_C)$ является вершиной параболы $4x^2 - 8x - y + 7 = 0$. Тогда координаты x_C, y_C точки C равны... <p style="text-align: right;">Ответ записать в виде: x_C, y_C</p> </p>	1,3
10.4	<p>Уравнение окружности с центром в точке $C(3, -4)$, которая проходит через начало координат, имеет вид $(x - 3)^2 + (y + 4)^2 = R^2$, где радиус R окружности равен... <p style="text-align: right;">Записать ответ.</p> </p>	5
10.5	<p>Точка $C(x_C, y_C)$ является центром эллипса $5x^2 + 9y^2 - 30x + 18y + 9 = 0$. Тогда координаты x_C, y_C точки C равны... Ответ записать в виде: x_C, y_C</p>	3,-1
10.6	<p>Известно, что фокусы гиперболы совпадают с фокусами эллипса $\frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} = 1$ и её эксцентриситет $\varepsilon = 2$. Тогда каноническое уравнение гиперболы имеет вид: $\frac{x^2}{A} - \frac{y^2}{B} = 1$, где $A = \dots$? $B = \dots$? (A, B - целые числа). <p style="text-align: right;">Ответ записать в виде: A, B</p> </p>	$A = 4$, $B = 12$, $\frac{x^2}{4} - \frac{y^2}{12} = 1$
11	<p>Аналитическая геометрия (теоретические задания). Простейшие задачи и теоретические вопросы (в объёме вопросов к экзамену), в том числе: различные формы записи уравнений плоскости, прямой на плоскости и в пространстве; взаимное расположение прямых и плоскостей (параллельность, перпендикулярность, пересечение, совпадение); нормальные уравнения сферы и окружности; расстояние от точки до прямой на плоскости; расстояние от точки до плоскости; соответствие между кривыми второго порядка и их уравнениями; канонические уравнения эллипса, гиперболы, параболы; полуоси эллипса и гиперболы; радиус и центр окружности; определения эллипса, гиперболы и параболы, как геометрических мест точек на плоскости.</p>	

11.1	<p>Даны графики прямых f, g, h, u:</p>  <p>Угловый коэффициент прямой g равен:</p> <p>1) 3 2) $\frac{1}{3}$ 3) 0 4) -3 5) $-\frac{1}{3}$</p>	5)
12	<p>Комплексные числа и многочлены. Сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в целую степень комплексных чисел. Комплексно-сопряжённое число. Действительная и мнимая части комплексного числа или выражения. Корни алгебраических многочленов на множестве комплексных чисел.</p>	
12.1	<p>Комплексное число $z = x + iy$ записано в виде $z = \frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$. Тогда его действительная часть x равна $\frac{a}{58}$, где a - целое число, равное...</p> <p>Ввести ответ.</p>	49
12.2	<p>Комплексное число $z = x + iy$ записано в виде $z = \frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$. Тогда его мнимая часть y равна $\frac{a}{58}$, где a - целое число, равное...</p> <p>Ввести ответ.</p>	21
12.3	<p>Корни квадратного уравнения $z^2 + 2z + 5 = 0$ на множестве комплексных чисел имеют вид $z_{1,2} = a \pm 2i$, где a - целое число, равное...</p> <p>Ввести ответ.</p>	-1

2 семестр.

Вопросы к экзамену:

1. Основные понятия. СЛАУ с квадратной невырожденной матрицей. Системы общего вида.
2. Теорема Кронекера-Капелли.
3. Фундаментальная система решений однородной системы. Общее решение однородной и неоднородной систем.
4. Понятие евклидова пространства (ЕП). Простейшие свойства произвольного ЕП.
5. Теорема Пифагора и ее обобщение.
6. Ортогональное дополнение. Процесс построения ортогонализации.
7. Свойства ортонормированного базиса.
8. Определитель Грамма, его связь с линейно-независимой системой векторов ЕП.
9. Изоморфизм конечномерных ЕП.
10. Определение линейного оператора (ЛО) и простейшие свойства.
11. Матрица ЛО. Матрицы ЛО в различных базисах.
12. ЛП операторов.

13. Умножение ЛО.
14. Образ и ядро ЛО.
15. Алгебра ЛО, действующих в одном пространстве.
16. Обратный оператор.
17. Инвариантные подпространства.
18. Собственные значения и собственные векторы ЛО.
19. Характеристический полином. ЛО простой структуры.
20. Треугольная форма матрицы ЛО.
21. Корневые подпространства.
22. Жорданова форма матрицы ЛО.
23. Билинейные формы (БФ). Матричное представление БФ.
24. Теорема единственности БФ.
25. Преобразование матрицы БФ при переходе к новому базису.
26. Квадратичные формы (КФ) и их свойства.
27. Общий вид КФ. Канонический вид КФ.
28. Закон инерции. Правило Якоби.
29. Знакоопределенные КФ. Критерий Сильвестра.
30. Структура скалярного произведения в вещественном ЛП.
31. КФ в ЕП. Теорема о структуре КФ.
32. Приведение КФ к главным осям.

Задачи к экзамену:

1. Найти общее решение СЛАУ
$$\begin{cases} x_1 + 4x_2 - 2x_3 - 3x_5 = 2 \\ 2x_1 + 9x_2 - x_3 - 4x_4 = 5 \\ x_1 + 5x_2 + x_3 - 4x_4 + 3x_5 = 3 \end{cases}$$
 методом Гаусса.
2. Найти общее решение СЛАУ
$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 0 \\ 3x_1 - 5x_2 + x_3 + 4x_4 = 1 \\ 2x_1 - 3x_2 - x_3 + x_4 = 1 \end{cases}$$
 методом Гаусса.
3. Найти общее решение однородной СЛАУ
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 + 2x_4 + x_5 = 0 \\ x_1 - 2x_2 - 3x_3 + x_4 - x_5 = 0 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 + 3x_4 = 0 \end{cases}$$
, построить фундаментальную систему решений (ФСР) и записать общее решение однородной СЛАУ через её ФСР.
4. Найти общее решение однородной СЛАУ
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + x_3 + 4x_4 + x_5 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 + x_4 - 5x_5 = 0 \\ x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 - x_5 = 0 \end{cases}$$
, построить фундаментальную систему решений (ФСР) и записать общее решение однородной СЛАУ через её ФСР.
- 5) Вычислить скалярное произведение арифметических векторов $\vec{m} \cdot \vec{n}$, если $\vec{m} = \vec{a} + 2\vec{b}$, $\vec{n} = 3\vec{c} - \vec{d}$ и установить ортогональность векторов \vec{m} и \vec{n} , где $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 1)$, $\vec{d} = (-3, 3, 5)$.
- 6) Выяснить является ли базис $(\vec{a}, \vec{b}, \vec{c})$: $\vec{a} = (1, -1, -1)$, $\vec{b} = (0, 1, 1)$, $\vec{c} = (-1, 0, 1)$ пространства R^3 ортонормированным?

7) Применяя процесс ортогонализации Шмидта произвольный базис $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ $\bar{a} = (1, -1, -1)$, $\bar{b} = (0, 1, 1)$, $\bar{c} = (-1, 0, 1)$ пространства R^3 преобразовать в ортогональный базис $(\bar{p}, \bar{q}, \bar{r})$.

8) Применяя процесс ортогонализации Шмидта произвольный базис $(\bar{a}, \bar{b}, \bar{c})$ $\bar{a} = (2, 1, -1)$, $\bar{b} = (0, 3, 2)$, $\bar{c} = (1, -1, 1)$ пространства R^3 преобразовать в ортогональный базис $(\bar{p}, \bar{q}, \bar{r})$.

9) Найти матрицу линейного оператора $\tilde{C}(\bar{x})$ и записать его в явном виде.

$$\tilde{C} = \tilde{A} \cdot \tilde{B}, \quad \tilde{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3), \quad \tilde{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1).$$

10) Найти оператор, обратный к ЛО, заданному матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & -1 \\ 0 & 2 & -1 \\ 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$.

11) Найти собственные значения ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

12) Найти собственные векторы ЛО, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$.

13) Найти собственные значения и собственные векторы ЛО A с матрицей

$$A \equiv A_e \equiv \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

14) Найти собственные значения и собственные векторы линейного оператора, у которого

$$A^T \equiv \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

15) Выяснить приводима или нет матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 \\ -1 & 1 & 3 \end{pmatrix}$ ЛО к диагональному виду и, если

приводима, то записать её диагональную форму.

16) Дана квадратичная форма $L(x_1, x_2, x_3): x_1^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 4x_1x_3 + 4x_2x_3$. Требуется привести квадратичную форму к каноническому виду.

17) Дана квадратичная форма $L(x_1, x_2, x_3): 4x_1^2 - 3x_2^2 + 4x_3^2 + 4x_1x_2 + 8x_1x_3$. Требуется привести квадратичную форму к каноническому виду.

18) Установить знакоопределённость квадратичной формы $4x_1^2 + x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3$.

19) Установить знакоопределённость квадратичной формы $4x_1^2 + 3x_2^2 - 2x_3^2 + 8x_1x_2 + 4x_1x_3$.

20) Найти канонический вид следующей квадратичной формы:

$$f(x_1, x_2, x_3) \equiv x_1x_2 + x_2x_3 + x_1x_3.$$

Примеры билетов для устно-письменной формы сдачи экзамена (50 баллов):

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: Алгебра и геометрия (2 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ Н.С.Габбасов

« 31 » 08 2020г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Основные понятия. СЛАУ с квадратной невырожденной матрицей. Системы общего вида.
2. Собственные значения и собственные векторы ЛО.
3. **Задача.** Найти собственные значения и собственные векторы ЛО A с матрицей

$$A \equiv A_e \equiv \begin{pmatrix} 2 & 1 & -1 \\ 1 & 3 & 2 \\ 0 & -1 & 3 \end{pmatrix}.$$

Составил профессор

Н.С.Габбасов

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: Алгебра и геометрия (2 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

_____ Н.С.Габбасов

« 31 » 08 2020г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Понятие евклидова пространства (ЕП). Простейшие свойства произвольного ЕП.
2. Квадратичные формы (КФ) и их свойства.
3. **Задача.** Найти канонический вид следующей квадратичной формы:

$$f(x_1, x_2, x_3) \equiv x_1 x_2 + x_2 x_3 + x_1 x_3.$$

Составил профессор

Н.С.Габбасов

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Литература:

1. Беклемишев Д. В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры : учебник / Д. В. Беклемишев. - 17-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2020. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-4748-0. - URL: <https://e.lanbook.com/book/126146> (дата обращения: 06.08.2020). - Текст : электронный.
2. Беклемишев Д.В. Решение задач из курса аналитической геометрии и линейной алгебры / Д.В. Беклемишев - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 192 с. - ISBN 978-5-9221-1480-6. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922114806.html> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.
3. Карчевский Е.М. Лекции по линейной алгебре и аналитической геометрии : учебное пособие / Е.М. Карчевский, М.М. Карчевский. - 2-е изд., перераб. и доп. - Санкт-Петербург : Лань, 2018. - 424 с. - ISBN 978-5-8114-3223-3. - URL: <https://e.lanbook.com/book/109505> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
4. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие / Л.А. Беклемишева [и др.]; под редакцией Д.В. Беклемишева. - 7-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 496 с. - ISBN 978-5-8114-4577-6. - URL : <https://e.lanbook.com/book/122183> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
5. Геворкян П.С. Высшая математика. Линейная алгебра и аналитическая геометрия / П.С. Геворкян. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2014. - 208 с. - ISBN 978-5-9221-1582-7. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922115827.html> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
6. Задачник по высшей математике для вузов : учебное пособие / В. Н. Земсков [и др.] ; под ред. А. С. Поспелова. - 3-е изд., стер. - Екатеринбург : Изд-во АТП, 2015. - 512 с : ил. - (Учебник для вузов. Специальная литература) .- Прил.: с. 498-509 .- В пер. - ISBN 978-5-8114-1024-9. - Текст : непосредственный. (100 экз.)
7. Ильин В.А. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк/ - 7-е изд., стер. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2012. - 224 с. - (Курс высшей математики и математической физики.) - ISBN 978-5-9221-0511-8. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922105118.html> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
8. Ильин В.А. Линейная алгебра : учебник / В.А. Ильин, Э.Г. Позняк. - Москва : Физматлит, 2007. - 280 с. - ISBN 978-5-9221-0481-4. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2178> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.
9. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л.А. Кузнецов. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 240-с. - ISBN 978-5-8114-0574-9. -

URL: <https://e.lanbook.com/book/4549> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.

10. Сборник задач по аналитической геометрии и линейной алгебре : учебное пособие / под ред. Ю.М. Смирнова. - Москва : МЦНМО, 2016. - 391 с. - ISBN 978-5-4439-3003-9. - URL: <https://e.lanbook.com/book/80147> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.

11. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами. 1 курс : учебное пособие для вузов / К. Н. Лунгу [и др.]. - 9-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2011. - 576 с : ил. - (Высшее образование). - В пер. - ISBN 978-5-8112-4389-1 - Текст : непосредственный. (41 экз.)

12. Шевцов Г.С. Линейная алгебра: теория и прикладные аспекты : учебное пособие / Г.С. Шевцов. - 3-е изд., испр. и доп. - Москва : Магистр: НИЦ ИНФРА-М, 2014. - 544 с. - ISBN 978-5-9776-0258-7. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/438021> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2021

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office

Браузер Mozilla Firefox

Adobe Acrobat Reader

Антивирус Касперского

ЭБС "ZNANIUM.COM"

ЭБС Издательства "Лань"

ЭБС "Консультант студента"