

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель директора  
образовательной деятельности  
НЧИ КФУ  
Ахметов Н.Д.  
"31" августа 2020 г.

**Программа дисциплины**  
Комплексный и функциональный анализ

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика  
Профиль подготовки: отсутствует  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал доцент, кандидат физ.-мат. наук (доцент) Углов А.Н. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение, Набережночелнинский институт (филиал) КФУ), [ANUglov@kpfu.ru](mailto:ANUglov@kpfu.ru).

### **1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО**

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

<b>Шифр компетенции</b>	<b>Расшифровка приобретаемой компетенции</b>
ОПК-1	Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений в профессиональной деятельности.

Должен уметь:

- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать знание комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.

Должен владеть:

- аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

### **2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО**

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Б1. Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 2, 3 курсах в 4, 5 семестрах.

### **3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся**

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц на 396 часов.

Контактная работа - 126 часов, в том числе лекции - 54 часа, практические занятия - 72 часа, лабораторные работы - 0 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 234 часов.

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часов.

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 4 семестре; зачет в 5 семестре.

#### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

##### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Комплексные числа и комплексная плоскость.	4	6	6	0	24
2.	Тема 2. Функции комплексной переменной.	4	6	6	0	24
3.	Тема 3. Дифференцирование функции комплексной переменной. Конформные отображения.	4	6	6	0	24
4.	Тема 4. Интегрирование функции комплексной переменной.	4	6	6	0	24
5.	Тема 5. Ряды в комплексной плоскости.	4	6	6	0	24
6.	Тема 6. Теория вычетов и её применение.	4	6	6	0	24
7.	Тема 7. Элементы теории множеств.	5	2	4	0	15
8.	Тема 8. Линейные пространства. Евклидовы пространства.	5	6	12	0	25
9.	Тема 9. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.	5	6	12	0	25
10.	Тема 10. Нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы.	5	4	8	0	25
	Итого		54	72	0	234

##### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

###### Тема 1. Комплексные числа и комплексная плоскость.

Понятие комплексного числа. Комплексно-сопряжённое число. Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел (алгебраическая, тригонометрическая, показательная). Формула Эйлера. Арифметические действия над комплексными числами. Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Комплексная плоскость. Линии и области на комплексной плоскости.

###### Тема 2. Функции комплексной переменной.

Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Основные элементарные функции комплексной переменной: показательная функция, логарифмическая функция, степенная функция, тригонометрические функции, гиперболические функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, их свойства.

### **Тема 3. Дифференцирование функции комплексной переменной. Конформные отображения.**

Понятие производной функции комплексной переменной. Понятия дифференцируемой и аналитической функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Правила дифференцирования функций комплексной переменной. Гармоническая функция, её связь с аналитической функцией. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения. Критерий конформности отображения, примеры конформных отображений.

### **Тема 4. Интегрирование функции комплексной переменной.**

Интеграл от функции комплексной переменной, его свойства. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной сведением к вычислению криволинейных интегралов от действительных функций действительных переменных. Интегральная теорема Коши. Первообразная и неопределённый интеграл от функции комплексной переменной. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции.

### **Тема 5. Ряды в комплексной плоскости.**

Числовые ряды в комплексной области, их сходимость. Степенные ряды в комплексной области, их сходимость. Теорема Абеля. Формула Коши - Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Особые точки аналитической функции, их классификация.

### **Тема 6. Теория вычетов и её применение.**

Понятие вычета аналитической функции. Теорема Коши о вычетах. Вычет функции в бесконечно удалённой точке. Вычисление вычетов в особых точках. Применения вычетов для вычисления контурных интегралов от функции комплексной переменной. Применение вычетов для вычисления определённых интегралов от функции действительной переменной.

### **Тема 7. Элементы теории множеств.**

Понятие множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Конечные и бесконечные множества. Счётные и несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел. Эквивалентность множеств. Мощность множеств. Упорядоченные множества. Отображения, сохраняющие порядок. Изоморфизм множеств. Системы множеств.

### **Тема 8. Линейные пространства. Евклидовы пространства.**

Определение линейного пространства (ЛП). Примеры ЛП. Линейная зависимость и независимость систем элементов ЛП. Базис, размерность, преобразование координат при замене базиса ЛП. Линейное подпространство и линейная оболочка. Определение евклидова пространства (ЕП). Примеры ЕП. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы элементов, ортогональные базисы, ортогонализация в ЕП.

### **Тема 9. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.**

Определение метрического пространства (МП). Примеры МП. Непрерывные отображения МП, гомеоморфизм и изометрия. Открытые и замкнутые множества, сходимость в МП. Определение и примеры полных метрических пространств. Критерий полноты МП (теорема о вложенных шарах). Пополнение метрического пространства. Принцип сжимающих отображений. Простейшие применения принципа сжимающих отображений.

### **Тема 10. Нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы.**

Определение нормированного пространства. Примеры нормированных пространств. Понятия банахова пространства, гильбертова пространства, топологического линейного пространства. Определение и примеры линейных операторов. Ядро и образ линейного оператора. Непрерывность и ограниченность, сумма и произведение операторов. Обратный оператор, обратимость линейного оператора. Сопряжённые и самосопряжённые операторы. Спектр и резоль-

вента оператора. Определение и примеры линейных функционалов. Линейные функционалы на нормированных пространствах.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

## **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- индикаторы оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

## **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;

- в печатном виде - в библиотеке НЧИ КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,25 экземпляра каждого из изданий, указанных в рабочей программе дисциплины, на одного обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки НЧИ КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

#### **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

<b>Вид работ</b>	<b>Методические рекомендации</b>
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у студентов в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы. Лекции могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "MicrosoftTeams".
практические занятия	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков на аудиторных практических занятиях, для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Практические занятия могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "MicrosoftTeams".
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторной контрольной работе; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к зачёту.
контрольная	При подготовке к аудиторной контрольной работе следует повторить соответ-

Вид работ	Методические рекомендации
работа	<p>вующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались в аудитории и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий, на следующих платформах и ресурсах: в команде "MicrosoftTeams", в Виртуальной аудитории.</p>
устный опрос	<p>Устный опрос на практическом занятии предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы. Устный опрос может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "MicrosoftTeams".</p>
письменное домашнее задание	<p>Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.</p>
экзамен	<p>Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают экзамен в команде "MicrosoftTeams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.</p>



Вид работ	Методические рекомендации
зачет	Зачёт проводится в устно-письменной форме по билетам. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают зачёт в команде "MicrosoftTeams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче зачёта необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации.

#### **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

#### **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории – помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации, укомплектованные специальной мебелью и оборудованием:

- Меловая доска
- Ноутбук
- Проектор, экран

Рабочий кабинет – помещение для хранения и профилактического обслуживания учебного оборудования.

#### **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Комплексный и функциональный анализ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**  
Комплексный и функциональный анализ

Направление подготовки/специальность: 01.03.02–Прикладная математика и информатика  
Направленность (профиль) подготовки: отсутствует  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2020

## **СОДЕРЖАНИЕ**

### **1. СООТВЕТСТВИЕ КОМПЕТЕНЦИЙ ПЛАНИРУЕМЫМ РЕЗУЛЬТАТАМ ОБУЧЕНИЯ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

### **2. ИНДИКАТОРЫ ОЦЕНИВАНИЯ СФОРМИРОВАННОСТИ КОМПЕТЕНЦИЙ**

### **3. РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ОЦЕНОК ЗА ФОРМЫ ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ И ПРОМЕЖУТОЧНУЮ АТТЕСТАЦИЮ**

### **4. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА, ПОРЯДОК ИХ ПРИМЕНЕНИЯ И КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ**

#### 4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ

##### 4.1.1. Устный опрос

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.1.2. Критерии оценивания

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

##### 4.1.2. Письменное домашнее задание

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.2.2. Критерии оценивания

4.1.2.3. Содержание оценочного средства

##### 4.1.3. Контрольная работа

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

4.1.3.2. Критерии оценивания

4.1.3.3. Содержание оценочного средства

#### 4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ

##### 4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на контрольные вопросы)

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.2.1.2. Критерии оценивания

4.2.1.3. Оценочные средства

##### 4.2.2. Зачёт (устный/письменный ответ на контрольные вопросы )

4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания

4.2.2.2. Критерии оценивания

4.2.2.3. Оценочные средства

**1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)**

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенций для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
<p>ОПК-1 - способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности</p>	<p><b>Знать</b> основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p> <p><b>Уметь</b> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p> <p><b>Владеть</b> математическим аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><b>4 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>            1. Устный опрос по темам: комплексные числа и комплексная плоскость; функции комплексной переменной; дифференцирование функции комплексной переменной; конформные отображения; интегрирование функции комплексной переменной; ряды в комплексной плоскости; теория вычетов и её применение.            2. Письменное домашнее задание по темам: комплексные числа и комплексная плоскость; функции комплексной переменной; дифференцирование функции комплексной переменной; конформные отображения; интегрирование функции комплексной переменной; ряды в комплексной плоскости; теория вычетов и её применение.            3. Контрольная работа по темам: комплексные числа и комплексная плоскость; функции комплексной переменной; дифференцирование функции комплексной переменной; конформные отображения; интегрирование функции комплексной переменной; ряды в комплексной плоскости.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Экзамен.</p> <p><b>5 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>            1. Устный опрос по темам: элементы теории множеств; линейные пространства; евклидовы пространства; метрические пространства; принцип сжимающих отображений; нормированные пространства; линейные</p>

		<p>операторы и линейные функционалы.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: элементы теории множеств; линейные пространства; евклидовы пространства; метрические пространства; принцип сжимающих отображений; нормированные пространства; линейные операторы и линейные функционалы.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: элементы теории множеств; линейные пространства; евклидовы пространства; метрические пространства; принцип сжимающих отображений; нормированные пространства; линейные операторы и линейные функционалы.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> зачёт.</p>
--	--	--

## 2. Индикаторы оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ОПК-1	<p><u>Знает</u> свободно основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Знает</u> достаточно полно основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Знает</u> фрагментарно основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Не знает</u> основные методы комплексного и функционального анализа, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>
	<p><u>Умеет</u> уверенно решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Умеет</u> достаточно хорошо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Умеет</u> слабо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>	<p><u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области комплексного и функционального анализа, обосновывать утверждения и факты; использовать фундаментальные знания из комплексного и функционального анализа для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой.</p>

	<p><u>Владеет</u> в совершенстве математическим аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><u>Владеет</u> достаточно полно математическим аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><u>Владеет</u> с трудом математическим аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p><u>Не владеет</u> математическим аппаратом комплексного и функционального анализа, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>
--	--	--	--	--



### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

#### 4 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 1,2,3,4,5,6 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание 1,2,3,4,5,6 – 14 баллов;

Контрольная работа 1,2,3,4,5 – 22 балла.

...

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация – экзамен:

Устный/письменный ответ на вопросы билета по темам 1,2,3,4,5,6 – 50 баллов, всего 30 вопросов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

#### 5 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 7,8,9,10 – 14 баллов;

Письменное домашнее задание 7,8,9,10 – 14 баллов;

Контрольная работа 7,8,9,10 – 22 балла.

...

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация – зачёт:

Устный/письменный ответ на вопросы билета (всего 30 вопросов) по темам 7,8,9,10–50 баллов, всего 30 вопросов.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

**Для экзамена:**

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

**Для зачета:**

56-100 – зачтено

0-55 – не зачтено

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Устный опрос

##### 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на аудиторных практических занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. Оценивается уровень

домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать как теоретический, так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:  
- в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.1.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за устный опрос – 14.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

в ответе качественно раскрыто содержание темы, ответ хорошо структурирован, прекрасно освоен понятийный аппарат, продемонстрирован высокий уровень понимания материала и превосходное умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

основные вопросы темы раскрыты, структура ответа в целом адекватна теме, хорошо освоен понятийный аппарат, продемонстрирован хороший уровень понимания материала, хорошее умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

тема частично раскрыта, ответ слабо структурирован, понятийный аппарат освоен частично, продемонстрировано понимание отдельных положений из материала по теме и удовлетворительное умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

тема не раскрыта, понятийный аппарат освоен неудовлетворительно, продемонстрировано неумение формулировать свои мысли, понимание материала фрагментарно или отсутствует.

#### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

##### **4 семестр.**

Примерные вопросы:

**Тема 1. Комплексные числа и комплексная плоскость.** (2 балла)

Понятие комплексного числа. Комплексно-сопряжённое число. Геометрическое изображение комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа. Формы записи комплексных чисел (алгебраическая, тригонометрическая, показательная). Формула Эйлера. Арифметические действия над комплексными числами. Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Комплексная плоскость. Линии и области на комплексной плоскости.

**Тема 2. Функции комплексной переменной.** (2 балла)

Понятие функции комплексной переменной. Предел и непрерывность функции комплексной переменной. Основные элементарные функции комплексной переменной: показательная функция, логарифмическая функция, степенная функция, тригонометрические функции, гиперболические функции, обратные тригонометрические и гиперболические функции, их свойства.

**Тема 3. Дифференцирование функции комплексной переменной. Конформные отображения.** (3 балла)

Понятие производной функции комплексной переменной. Понятия дифференцируемой и аналитической функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана. Правила дифференцирования функций комплексной переменной. Гармоническая функция, её связь с аналитической функцией. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения. Критерий конформности отображения, примеры конформных отображений.

**Тема 4. Интегрирование функции комплексной переменной.** (2 балла)

Интеграл от функции комплексной переменной, его свойства. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной сведением к вычислению криволинейных интегралов от действительных функций действительных переменных. Интегральная теорема Коши. Первообразная и

неопределённый интеграл от функции комплексной переменной. Формула Ньютона-Лейбница. Интегральная формула Коши. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции.

**Тема 5. Ряды в комплексной плоскости.** (3 балла)

Числовые ряды в комплексной области, их сходимость. Степенные ряды в комплексной области, их сходимость. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Нули аналитической функции. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Особые точки аналитической функции, их классификация.

**Тема 6. Теория вычетов и её применение.** (2 балла)

Понятие вычета аналитической функции. Теорема Коши о вычетах. Вычет функции в бесконечно удалённой точке. Вычисление вычетов в особых точках. Применения вычетов для вычисления контурных интегралов от функции комплексной переменной. Применение вычетов для вычисления определённых интегралов от функции действительной переменной.

**5 семестр.**

Примерные вопросы:

**Тема 7. Элементы теории множеств.** (3 балла)

Понятие множества. Операции над множествами. Отображения множеств. Конечные и бесконечные множества. Счётные и несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел. Эквивалентность множеств. Мощность множеств. Упорядоченные множества, частично упорядоченные множества. Отображения, сохраняющие порядок. Изоморфизм множеств. Системы множеств.

**Тема 8. Линейные пространства. Евклидовы пространства.** (3 балла)

Определение линейного пространства (ЛП). Примеры ЛП. Линейная зависимость и независимость систем элементов ЛП. Базис, размерность, преобразование координат при замене базиса ЛП. Линейное подпространство и линейная оболочка. Определение евклидова пространства (ЕП). Примеры ЕП. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы элементов, ортогональные базисы, ортогонализация в ЕП.

**Тема 9. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.** (4 балла)

Определение метрического пространства (МП). Примеры МП. Непрерывные отображения МП, гомеоморфизм и изометрия. Открытые и замкнутые множества, сходимость в МП. Определение и примеры полных метрических пространств. Критерий полноты МП (теорема о вложенных шарах). Пополнение метрического пространства. Принцип сжимающих отображений. Простейшие применения принципа сжимающих отображений.

**Тема 10. Нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы.** (4 балла)

Определение нормированного пространства. Примеры нормированных пространств. Понятия банахова пространства, гильбертова пространства, топологического линейного пространства. Определение и примеры линейных операторов. Ядро и образ линейного оператора. Непрерывность и ограниченность, сумма и произведение операторов. Обратный оператор, обратимость оператора. Сопряжённые и самосопряжённые операторы. Спектр и резольвента оператора. Определение и примеры линейных функционалов. Линейные функционалы на нормированных пространствах.

**4.1.2. Письменное домашнее задание**

**4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Обучающиеся получают домашнее задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «MicrosoftTeams».

#### 4.1.2.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за письменное домашнее задание – 14.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства

##### 4 семестр.

Примерные задания:

##### **Тема 1. Комплексные числа и комплексная плоскость.**(2 балла)

Комплексные числа, модуль и аргумент комплексного числа. Арифметические действия над комплексными числами. Возведение комплексного числа в степень по формуле Муавра. Извлечение корней из комплексного числа. Изображение линий и областей на комплексной плоскости.

##### **Тема 2. Функции комплексной переменной.**(2 балла)

Нахождение действительной и мнимой частей функции комплексной переменной. Нахождение функции комплексной переменной по её известным действительной и мнимой частям. Нахождение значений функций комплексной переменной. Основные элементарные функции комплексной переменной, вычисление их значений.

##### **Тема 3. Дифференцирование функции комплексной переменной. Конформные отображения.** (3 балла)

Дифференцируемость и аналитичность функции комплексной переменной. Проверка выполнения условий Коши-Римана и нахождение производной функции комплексной переменной. Гармонические функции. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части. Нахождение образов точек, линий и областей при конформных отображениях.

##### **Тема 4. Интегрирование функции комплексной переменной.** (2 балла)

Вычисление интеграла от функции комплексной переменной сведением к вычислению криволинейных интегралов от действительных функций действительных переменных. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной с применением интегральной формулы Коши.

##### **Тема 5. Ряды в комплексной плоскости.** (3 балла)

Разложение аналитической функции в ряд Тейлора. Разложение аналитической функции в ряд Лорана. Нули и особые точки функции, их нахождение и классификация.

##### **Тема 6. Теория вычетов и её применение.**(2 балла)

Нахождение вычетов. Применения вычетов для вычисления контурных интегралов от функций комплексной переменной. Применение вычетов для вычисления определённых интегралов от

функций действительной переменной.

### **5 семестр.**

Примерные задания:

#### **Тема 7. Элементы теории множеств.**(3 балла).

Операции над множествами. Отображения множеств. Эквивалентность множеств. Мощность множеств. Упорядоченные множества, частично упорядоченные множества. Отображения, сохраняющие порядок. Изоморфизм множеств. Системы множеств.

#### **Тема 8. Линейные пространства. Евклидовы пространства.**(3 балла)

Примеры линейных пространств. Линейная зависимость и независимость систем элементов ЛП. Базис, размерность, преобразование координат при замене базиса ЛП. Примеры линейных подпространств. Примеры евклидовых пространств. Неравенство Коши-Буняковского. Ортогональные системы элементов, ортогональные базисы, ортогонализация в ЕП.

#### **Тема 9. Метрические пространства. Принцип сжимающих отображений.**(4 балла)

Примеры метрических пространств. Примеры полных метрических пространств. Пополнение метрического пространства. Простейшие применения принципа сжимающих отображений.

#### **Тема 10. Нормированные пространства. Линейные операторы и линейные функционалы.** (4 балла)

Примеры нормированных пространств. Примеры банахова пространства, гильбертова пространства, топологического линейного пространства. Примеры линейных операторов. Ядро и образ линейного оператора. Непрерывность и ограниченность, сумма и произведение операторов. Обратный оператор, обратимость оператора. Сопряжённые и самосопряжённые операторы. Спектр и резольвента оператора. Примеры линейных функционалов. Линейные функционалы на нормированных пространствах.

### **4.1.3. Контрольная работа**

#### **4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams»;
- в Виртуальной аудитории.

#### **4.1.3.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за контрольную работу – 22.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства 4 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) выполнить арифметические действия над комплексными числами;
- 2) возвести в степень комплексное число по формуле Муавра;
- 3) извлечь корень из комплексного числа;
- 4) вычислить значение функции комплексной переменной;
- 5) установить аналитичность и дифференцируемость функции комплексной переменной, проверить выполнение условий Коши-Римана;
- 6) восстановить аналитическую функцию по её действительной или мнимой части;
- 7) вычислить интеграл от функции комплексной переменной
- 8) исследовать комплекснозначный ряд на сходимость;
- 9) разложить аналитическую функции в ряд Тейлора или в ряд Лорана;
- 10) найти особые точки функции комплексной переменной и классифицировать их.

#### Варианты контрольной работы.

##### Вариант №1.

- 1) Найти действительную часть комплексного числа  $z = \frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$ .
- 2) Вычислить, пользуясь формулой Муавра:  $(1+i)^{10}$ .
- 3) Найти все значения корня  $\sqrt[3]{8i}$ .
- 4) Вычислить  $\operatorname{Ln}(\sqrt{3} + i)$ .
- 5) Убедиться, что данная функция  $f(z) = z + 2i$  аналитическая и найти ее производную.
- 6) Восстановить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по её известной действительной части  $u(x, y) = xy - 3x + 1$ .
- 7) Вычислить интеграл  $\int_G (1+i-2\bar{z})dz$ , где  $G$  - отрезок прямой между точками  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1+i$ .
- 8) Найти область абсолютной сходимости комплекснозначного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z-2i)^{2n}}{(n+1)2^n}$ .
- 9) Разложить функцию  $\frac{1}{7-5z}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z_0 = 1$  по степеням  $(z-z_0)$  и указать область его сходимости.
- 10) Найти все особые точки функции  $\frac{1}{z^2-2z+5}$  и указать их тип.

##### Вариант №2.

- 1) Найти мнимую часть комплексного числа  $z = \frac{(2+3i)^2}{2-i}$ .

- 2) Вычислить, пользуясь формулой Муавра:  $(1 - \sqrt{3}i)^{15}$ .
- 3) Найти все значения корня  $\sqrt{-1 + i\sqrt{3}}$ .
- 4) Вычислить  $\text{Arcsin}(1 - i)$ .
- 5) Убедиться, что данная функция  $f(z) = iz^2 - 3z + 1$  аналитическая и найти ее производную:
- 6) Восстановить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по её известной мнимой части  $v(x, y) = 2x^2 - 2y^2 + x$ .
- 7) Вычислить интеграл  $\oint_l \frac{\sin z}{(z^2 + \rho^2)^2} dz$  по замкнутой кривой  $l: |z| = 1$ , используя теорему Коши или интегральную формулу Коши (обход кривой осуществляется против часовой стрелки).
- 8) Найти область абсолютной сходимости комплекснозначного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (z + i)^{2n+1}}{n!}$ .
- 9) Разложить функцию  $\frac{1}{z}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z_0 = -2$  по степеням  $(z - z_0)$  и указать область его сходимости.
- 10) Найти все особые точки функции  $\frac{z^2}{(z - 3)^4}$  и указать их тип.

### 5 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) операции над множествами;
- 2) линейные (векторные) пространства;
- 3) линейная зависимость и независимость систем элементов ЛП;
- 4) базис ЛП, преобразование координат при замене базиса ЛП;
- 5) евклидовы пространства;
- 6) ортогональные системы элементов, ортогональные базисы, ортогонализация в ЕП.
- 7) метрики, метрические пространства;
- 8) нормы, нормированные пространства;
- 9) линейные операторы, ядро и образ линейного оператора;
- 10) действия над линейными операторами.

### Варианты контрольной работы.

#### Вариант №1.

1) Доказать свойство  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \cup (A \cap C)$ .

2) Выяснить является ли линейным пространством множество матриц

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ c & 1 & b \\ e & 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in \mathbb{R} \right\}$$

с обычными линейными операциями над матрицами.

3) Выяснить, является ли следующая система элементов  $\bar{x}_1 = (2, -3, 1), \bar{x}_2 = (3, -1, 5), \bar{x}_3 = (1, -4, 3)$  арифметического векторного пространства линейно зависимой или линейно независимой.

4) Найти в базисе  $\bar{b}_1 = (1, 1, 1), \bar{b}_2 = (1, 1, 2), \bar{b}_3 = (1, 2, 3)$  арифметического векторного пространства  $R^3$  координаты элемента  $\bar{x} = (6, 9, 14)$ .

5) Выяснить, является ли линейное пространство двумерных арифметических векторов  $R^2$  евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу  $(\bar{x}, \bar{y}) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2$ .

6) Найти координаты вектора  $\bar{x} = (3, 6, -9)$  в ортогональном базисе:  $\bar{a} = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ,  $\bar{b} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right)$ ,  $\bar{c} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right)$ .

7) В метрике  $r_1(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{i=1}^2 |x_i - y_i|$  пространства двумерных арифметических векторов  $R^2$  вычислить расстояние между векторами  $\bar{x} = (2, 3)$  и  $\bar{y} = (10, 7)$ .

8) Доказать, что функция  $\|\bar{x}\| = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |x_i|$  в  $n$ -мерном пространстве арифметических векторов  $R^n$  задаёт норму.

9) Пусть  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ . Выяснить, являются ли линейными следующие операторы:  $\overset{\mathbb{A}}{A}(\bar{x}) = (6x_1 - 5x_2 - x_3, x_1 - x_2 - x_3, x_2 + 2x_3)$ ,  $\overset{\mathbb{B}}{B}(\bar{x}) = (6 - 5x_2 - x_3, x_1 - x_2 - x_3, x_3 + 2)$ .

10) Найти матрицу линейного оператора  $\overset{\mathbb{C}}{C}(\bar{x})$  и записать его в явном виде, если  $\overset{\mathbb{C}}{C} = \overset{\mathbb{A}}{A} \times \overset{\mathbb{B}}{B}$ ,  $\overset{\mathbb{A}}{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$ ,  $\overset{\mathbb{B}}{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$ .

### Вариант №2.

1) Доказать свойство  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \dot{\cup} C)$ .

2) Выяснить является ли линейным пространством множество матриц

$X = \begin{pmatrix} a & 0 & b^2 \\ c & a^3 & 0 \\ e & b & 0 \end{pmatrix} | a, b \in R$  с обычными линейными операциями над матрицами.

3) Выяснить, является ли следующая система элементов  $\bar{x}_1 = (5, 4, 3)$ ,  $\bar{x}_2 = (3, 3, 2)$ ,  $\bar{x}_3 = (8, 1, 3)$  арифметического векторного пространства линейно зависимой или линейно независимой.

4) Найти в базисе  $\bar{b}_1 = (2, 1, -3), \bar{b}_2 = (3, 2, -5), \bar{b}_3 = (1, -1, 1)$  арифметического векторного пространства  $R^3$  координаты элемента  $\bar{x} = (6, 2, -7)$ .

5) Выяснить, является ли линейное пространство двумерных арифметических векторов  $R^2$  евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу  $(\bar{x}, \bar{y}) = x_1 x_2 y_1 y_2$ .

6) Найти координаты вектора  $\bar{x} = (1, 2, 3, 4)$  в ортогональном базисе:  $\bar{a} = (1, 2, -2, 1), \bar{b} = (1, -1, -1, -1), \bar{c} = (4, 1, 3, 0), \bar{d} = (3, -9, -1, 13)$ .

7) В метрике  $r_1(\bar{x}, \bar{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 (x_i - y_i)^2}$  пространства двумерных арифметических векторов  $R^2$  вычислить расстояние между векторами  $\bar{x} = (2, 3)$  и  $\bar{y} = (10, 7)$ .



8) Доказать, что функция  $\|\bar{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$  в  $n$ -мерном пространстве арифметических векторов  $R^n$  задает норму.

9) Пусть  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ . Выяснить, являются ли линейными следующие операторы:

$$\mathbb{A}(\bar{x}) = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2), \quad \mathbb{B}(\bar{x}) = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3)$$

10) Найти матрицу линейного оператора  $\tilde{C}(\bar{x})$  и записать его в явном виде, если  $\mathbb{C} = \mathbb{A}^2 - \mathbb{B}$ ,  
 $\mathbb{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$ ,  $\mathbb{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$ .

## 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### 4.2.1. Экзамен (устный/письменный ответ на контрольные вопросы)

#### 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах:  
- в команде «Microsoft Teams».

#### 4.2.1.2. Критерии оценивания

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

#### 4.2.1.3. Оценочные средства

4 семестр.

### Вопросы к экзамену:

1. Понятие комплексного числа. Комплексно-сопряжённое число. Геометрическое изображение

- комплексного числа. Модуль и аргумент комплексного числа.
2. Формы записи комплексных чисел (алгебраическая, тригонометрическая, показательная). Формула Эйлера.
  3. Арифметические действия над комплексными числами.
  4. Возведение в степень комплексного числа. Формула Муавра.
  5. Извлечение корней из комплексного числа.
  6. Комплексная плоскость. Линии и области на комплексной плоскости.
  7. Понятие функции комплексной переменной. Область определения. Множество значений. Однозначная и многозначная функции. Однолистная функция.
  8. Предел и непрерывность функции комплексной переменной.
  9. Основные элементарные функции комплексной переменной: показательная, логарифмическая, степенная.
  10. Основные элементарные функции комплексной переменной: тригонометрические, гиперболические.
  11. Основные элементарные функции комплексной переменной: обратные тригонометрические и гиперболические функции.
  12. Понятие производной функции комплексной переменной. Понятия дифференцируемой и аналитической функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.
  13. Правила дифференцирования функций комплексной переменной.
  14. Гармоническая функция, её связь с аналитической функцией. Восстановление аналитической функции по её известной действительной или мнимой части.
  15. Геометрический смысл модуля и аргумента производной. Понятие конформного отображения.
  16. Критерий конформности отображения, примеры конформных отображений.
  17. Интеграл от функции комплексной переменной, его свойства.
  18. Вычисление интеграла от функции комплексной переменной через криволинейный интеграл. Интегральная теорема Коши.
  19. Первообразная и неопределённый интеграл от функции комплексной переменной. Формула Ньютона-Лейбница.
  20. Интегральная формула Коши. Теорема о среднем аналитической функции. Принцип максимума модуля аналитической функции.
  21. Числовые ряды в комплексной области, их сходимость.
  22. Степенные ряды в комплексной области, их сходимость. Теорема Абеля. Формула Коши-Адамара.
  23. Разложение аналитической функции в ряд Тейлора.
  24. Нули аналитической функции.
  25. Разложение аналитической функции в ряд Лорана.
  26. Особые точки аналитической функции, их классификация.
  27. Понятие вычета аналитической функции. Теорема Коши о вычетах.
  28. Вычисление вычетов в особых точках. Вычет функции в бесконечно удалённой точке.
  29. Применения вычетов для вычисления контурных интегралов от функции комплексной переменной.
  30. Применение вычетов для вычисления определённых интегралов от функции действительной переменной.

#### Задачи к экзамену:

- 1) Найти действительную часть комплексного числа  $z = \frac{1}{1+i} - \frac{5}{5i-2}$ .

2) Найти мнимую часть комплексного числа  $z = \frac{(2 + 3i)^2}{2 - i}$ .

3) Вычислить, пользуясь формулой Муавра:  $(1 + i)^{10}$ .

4) Вычислить, пользуясь формулой Муавра:  $(1 - \sqrt{3}i)^{15}$ .

5) Найти все значения корня  $\sqrt[3]{8i}$ .

6) Найти все значения корня  $\sqrt{-1 + i\sqrt{3}}$ .

7) Указать на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющих указанному соотношению:  $|z + 1| \leq 2$

8) Указать на комплексной плоскости множества точек, удовлетворяющих указанному соотношению:  $|z - 1| = 2$

9) Вычислить  $\text{Ln}(\sqrt{3} + i)$ .

10) Вычислить  $\text{Arcsin}(1 - i)$ .

11) Убедиться, что данная функция  $f(z) = z + 2i$  аналитическая и найти ее производную.

12) Убедиться, что данная функция  $f(z) = iz^2 - 3z + 1$  аналитическая и найти ее производную.

13) Восстановить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по её известной действительной части  $u(x, y) = xy - 3x + 1$ .

14) Восстановить аналитическую функцию  $f(z) = u(x, y) + iv(x, y)$  по её известной мнимой части  $v(x, y) = 2x^2 - 2y^2 + x$ .

15) Вычислить интеграл  $\int_G (1 + i - 2\bar{z}) dz$ , где  $G$  - отрезок прямой между точками  $z_1 = 0$ ,  $z_2 = 1 + i$ .

16) Вычислить интеграл  $\int_G \bar{z} dz$ , где  $G$  - нижняя полуокружность  $|z| = 2$  от  $z_1 = -2$  до  $z_2 = 2$ .

17) Вычислить интеграл  $\int_G \frac{\sin z}{l(z^2 + p^2)^2} dz$  по замкнутой кривой  $l: |z| = 1$ , используя теорему

Коши или интегральную формулу Коши (обход кривой осуществляется против часовой стрелки).

18) Вычислить интеграл  $\int_l \frac{z}{z+1} dz$  по замкнутой кривой  $l: |z| = 2$ , используя теорему Коши или интегральную формулу Коши (обход кривой осуществляется против часовой стрелки).

19) Найти область абсолютной сходимости комплекснозначного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(z - 2i)^{2n}}{(n + 1)2^n}$ .

20) Найти область абсолютной сходимости комплекснозначного ряда  $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 (z + i)^{2n+1}}{n!}$ .

21) Разложить функцию  $\frac{1}{7 - 5z}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z_0 = 1$  по степеням  $(z - z_0)$  и указать область его сходимости.

22) Разложить функцию  $\frac{1}{z}$  в ряд Тейлора в окрестности точки  $z_0 = -2$  по степеням  $(z - z_0)$  и указать область его сходимости.

23) Найти разложение функции  $\frac{1}{z \times (z - 1)}$  в ряд Лорана в точке  $z_0 = 1$  по степеням  $(z - z_0)$ . Указать главную и правильную части ряда и определить область сходимости.

24) Найти разложение функции  $\frac{3z}{(z^2 - 1)(z^2 + 2)}$  в ряд Лорана в точке  $z_0 = 0$  по степеням  $(z - z_0)$ . Указать главную и правильную части ряда и определить область сходимости.

25) Найти все особые точки функции  $\frac{1}{z^2 - 2z + 5}$  и указать их тип.

26) Найти все особые точки функции  $\frac{z^2}{(z - 3)^4}$  и указать их тип.

27) Найти вычеты в особых точках функции  $f(z) = \frac{z + 1}{z^2(z - 1)^2}$ .

28) Найти вычеты в особых точках функции  $f(z) = \frac{1}{z - z^3}$ .

29) Используя теоремы о вычетах, вычислить интеграл:  $\oint_{|z|=3} \frac{(2z - 1)dz}{z(z - 1)}$ .

30) Используя теоремы о вычетах, вычислить интеграл:  $\oint_{|z|=2} \frac{(z + 5)dz}{(z - 1)^2(z - 3)}$ .

**Примеры билетов для устно письменной формы сдачи экзамена (50 баллов):**

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

**Кафедра Математика**

Дисциплина: **Комплексный и функциональный анализ (4семестр)** УТВЕРЖДАЮ

Направление **01.03.02** Заведующий кафедрой

**Прикладная математика и информатика** Н.С.Габбасов

« 31 » 08 2020г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Понятие функции комплексной переменной. Область определения. Множество значений. Однозначная и многозначная функции. Однолистная функция.

2. Особые точки аналитической функции, их классификация.

3. **Задача.** Найти вычеты в особых точках функции  $f(z) = \frac{z + 1}{z^2(z - 1)^2}$ .

Составил доцент

А.Н. Углов

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

**Кафедра Математика**

Дисциплина: **Комплексный и функциональный анализ (4семестр)** УТВЕРЖДАЮ

Направление **01.03.02** Заведующий кафедрой

**Прикладная математика и информатика** Н.С.Габбасов

## ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Понятие производной функции комплексной переменной. Понятия дифференцируемой и аналитической функции комплексной переменной. Условия Коши-Римана.

2. Понятие вычета аналитической функции. Теорема Коши о вычетах.

3. **Задача.** Используя теоремы о вычетах, вычислить интеграл:  $\oint_{|z|=3} \frac{(2z-1)dz}{z(z-1)}$ .

Составил доцент

А.Н. Углов

---

---

### 4.2.2. Зачёт (устный/письменный ответ на контрольные вопросы)

#### 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Зачёт проводится в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают зачёт на следующих платформах и ресурсах:  
- в команде «Microsoft Teams».

#### 4.2.2.2. Критерии оценивания

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, при ответе использовал примеры практического применения рассматриваемого теоретического материала, ответил на все дополнительные вопросы, ответ четкий и хорошо структурированный, освоен понятийный аппарат. Задача решена без ошибок.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, однако испытывал затруднение с приведением практических примеров применения рассматриваемого теоретического материала, ответил не на все дополнительные вопросы, ответ структурирован, освоен понятийный аппарат. Задача решена с незначительными ошибками.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся раскрыл вопросы лишь частично, не смог привести практические примеры применения рассматриваемого теоретического материала, частично ответил на некоторые из дополнительных вопросов, допускает несущественные ошибки при использовании понятийного аппарата. Письменная зачётная работа выполнена частично, допущены ошибки.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся не ответил на вопросы или же ответы не соответствовали заданным вопросам, не дал адекватного ответа на дополнительные вопросы, допускает грубые ошибки при использовании понятийного аппарата или не использует понятийный аппарат предметной области вовсе. Письменная зачётная работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

#### 4.2.2.3. Оценочные средства

##### 5 семестр.

#### Вопросы к зачёту:

1. Понятие множества. Операции над множествами.
2. Отображения множеств.
3. Конечные и бесконечные множества. Счётные и несчётные множества. Несчётность множества действительных чисел.

4. Эквивалентность множеств. Мощность множеств.
5. Упорядоченные множества, частично упорядоченные множества. отображения, сохраняющие порядок.
6. Изоморфизм множеств. Системы множеств.
7. Определение линейного пространства (ЛП). Примеры ЛП. Линейное подпространство и линейная оболочка.
8. Линейная зависимость и независимость систем элементов ЛП.
9. Базис, размерность, преобразование координат при замене базиса ЛП.
10. Линейное подпространство и линейная оболочка, их примеры.
11. Определение евклидова пространства (ЕП). Примеры ЕП.
12. Неравенство Коши-Буняковского.
13. Ортогональные системы элементов, ортогональные базисы.
14. Ортогонализация в ЕП.
15. Определение метрического пространства (МП). Примеры МП.
16. Непрерывные отображения МП, гомеоморфизм и изометрия. Открытые и замкнутые множества, сходимости в МП.
17. Определение и примеры полных метрических пространств. Критерий полноты МП (теорема о вложенных шарах).
18. Пополнение метрического пространства.
19. Принцип сжимающих отображений.
20. Применение принципа сжимающих отображений к решению алгебраических уравнений и их систем.
21. Применение принципа сжимающих отображений к решению задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка.
22. Применение принципа сжимающих отображений к решению интегральных уравнений
23. Определение нормированного пространства. Примеры нормированных пространств.
24. Понятия банахова пространства, гильбертова пространства, топологического линейного пространства.
25. Определение и примеры линейных операторов.
26. Ядро и образ линейного оператора.
27. Непрерывность и ограниченность, сумма и произведение операторов.
28. Обратный оператор, обратимость оператора.
29. Сопряжённые и самосопряжённые операторы. Спектр и резольвента оператора.
30. Определение и примеры линейных функционалов. Линейные функционалы на нормированных пространствах.

#### Задачи к зачёту:

1) Доказать свойство  $A \setminus (B \setminus C) = (A \setminus B) \dot{\cup} (A \cap C)$ .

2) Доказать свойство  $(A \setminus B) \setminus C = A \setminus (B \dot{\cup} C)$ .

3) Выяснить является ли линейным пространством множество матриц

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a & 1 & 0 \\ c & 0 & 1 \\ e & 0 & b \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$$

с обычными линейными операциями над матрицами.

4) Выяснить является ли линейным пространством множество матриц

$$X = \left\{ \begin{pmatrix} a & 0 & b^2 \\ c & b & a^3 \\ e & b & 0 \end{pmatrix} \mid a, b \in R \right\}$$

с обычными линейными операциями над матрицами.

5) Выяснить, является ли следующая система элементов  $\bar{x}_1 = (2, -3, 1), \bar{x}_2 = (3, -1, 5), \bar{x}_3 = (1, -4, 3)$  арифметического векторного пространства линейно зависимой или линейно независимой.

6) Выяснить, является ли следующая система элементов  $\bar{x}_1 = (5, 4, 3), \bar{x}_2 = (3, 3, 2), \bar{x}_3 = (8, 1, 3)$  арифметического векторного пространства линейно зависимой или линейно независимой.

7) Найти в базисе  $\bar{b}_1 = (1, 1, 1), \bar{b}_2 = (1, 1, 2), \bar{b}_3 = (1, 2, 3)$  арифметического векторного пространства  $R^3$  координаты элемента  $\bar{x} = (6, 9, 14)$ .

8) Найти в базисе  $\bar{b}_1 = (2, 1, -3), \bar{b}_2 = (3, 2, -5), \bar{b}_3 = (1, -1, 1)$  арифметического векторного пространства  $R^3$  координаты элемента  $\bar{x} = (6, 2, -7)$ .

9) Доказать, что система элементов  $\bar{b}_1 = (1, 0, 0), \bar{b}_2 = (1, 1, 0), \bar{b}_3 = (1, 1, 1)$  образует базис арифметического векторного пространства  $R^3$  и найти в этом базисе координаты элемента  $\bar{x} = (1, 0, 1)$ .

10) Найти координаты вектора  $\bar{x}$  в базисе  $B^* = (\bar{b}_1^*, \bar{b}_2^*, \bar{b}_3^*)$ , если он задан в базисе

$$B = (\bar{b}_1, \bar{b}_2, \bar{b}_3), \text{ где } \bar{x}_B = (6, -1, 3), \begin{cases} \bar{b}_1^* = \bar{b}_1 + \bar{b}_2 + 2\bar{b}_3 \\ \bar{b}_2^* = 2\bar{b}_1 - \bar{b}_2 \\ \bar{b}_3^* = -\bar{b}_1 + \bar{b}_2 + \bar{b}_3 \end{cases}.$$

11) Выяснить, является ли линейное пространство двумерных арифметических векторов  $R^2$  евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу  $(\bar{x}, \bar{y}) = x_1 y_1 + x_1 y_2 + x_2 y_1 + x_2 y_2$ .

12) Выяснить, является ли линейное пространство двумерных арифметических векторов  $R^2$  евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу  $(\bar{x}, \bar{y}) = x_1 x_2 y_1 y_2$ .

13) Выяснить, является ли линейное пространство  $M_{2 \times 2}$  квадратных матриц второго порядка евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу

$$(A, B) = a_{11} b_{11} + a_{12} b_{12} + a_{21} b_{21} + a_{22} b_{22}, \text{ где } A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

14) Выяснить, является ли линейное пространство  $M_{2 \times 2}$  квадратных матриц второго порядка евклидовым со скалярным произведением, введённым по правилу  $(A, B) = a_{11} b_{22}$ , где

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{pmatrix}$$

15) Выяснить, является ли линейное пространство геометрических векторов  $V_3$  с обычными операциями над векторами евклидовым, если скалярное произведение введено по правилу  $(\bar{x}, \bar{y}) = |\bar{x}| \times |\bar{y}| \sin 2j$ .

16) Выяснить, является ли линейное пространство геометрических векторов  $V_3$  с обычными операциями над векторами евклидовым, если скалярное произведение введено по правилу

$$(\bar{x}, \bar{y}) = |\bar{x}| \cdot |\bar{y}| \cos^2 j.$$

17) Найти координаты вектора  $\bar{x} = (3, 6, -9)$  в ортогональном базисе:  $\bar{a} = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ ,

$$\bar{b} = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\right), \bar{c} = \left(-\frac{2}{3}, \frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right).$$

18) Найти координаты вектора  $\bar{x} = (1, 2, 3, 4)$  в ортогональном базисе:  $\bar{a} = (1, 2, -2, 1)$ ,  $\bar{b} = (1, -1, -1, -1)$ ,  $\bar{c} = (4, 1, 3, 0)$ ,  $\bar{d} = (3, -9, -1, 13)$ .

19) В метрике  $r_1(\bar{x}, \bar{y}) = \sum_{i=1}^2 |x_i - y_i|$  пространства двумерных арифметических векторов  $R^2$  вычислить расстояние между векторами  $\bar{x} = (2, 3)$  и  $\bar{y} = (10, 7)$ .

20) В метрике  $r_1(\bar{x}, \bar{y}) = \sqrt{\sum_{i=1}^2 (x_i - y_i)^2}$  пространства двумерных арифметических векторов  $R^2$  вычислить расстояние между векторами  $\bar{x} = (2, 3)$  и  $\bar{y} = (10, 7)$ .

21) Доказать, что функция  $r(\bar{x}, \bar{y}) = \min_{1 \leq k \leq n} |x_k - y_k|$  не является метрикой в пространстве арифметических векторов  $R^n$ .

22) Доказать, что функция  $r(x, y) = \min_{t \in [a, b]} |x(t) - y(t)|$  не является метрикой в пространстве непрерывных на отрезке  $[a, b]$  функций  $C[a, b]$ .

23) Доказать, что функция  $\|\bar{x}\| = \max_{i \in \{1, \dots, n\}} |x_i|$  в  $n$ -мерном пространстве арифметических векторов  $R^n$  задаёт норму.

24) Доказать, что функция  $\|\bar{x}\| = \sum_{i=1}^n |x_i|$  в  $n$ -мерном пространстве арифметических векторов  $R^n$  даёт норму.

25) Доказать, что в пространстве  $C[a, b]$  норму можно задать формулой  $\|f\|_C = \max_{x \in [a, b]} |f(x)|$ .

26) Пусть  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ . Выяснить, являются ли линейными следующие операторы:  $\mathbb{A}(\bar{x}) = (6x_1 - 5x_2 - x_3, x_1 - x_2 - x_3, x_2 + 2x_3)$ ,  $\mathbb{B}(\bar{x}) = (6 - 5x_2 - x_3, x_1 - x_2 - x_3, x_3 + 2)$ .

27) Пусть  $\bar{x} = (x_1, x_2, x_3)$ . Выяснить, являются ли линейными следующие операторы:  $\mathbb{A}(\bar{x}) = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2)$ ,  $\mathbb{B}(\bar{x}) = (5x_1 - 4x_2 - 3x_3, 2x_1 - x_2, x_2 + 2x_3)$

28) Доказать что оператор  $D: C^{(2)} \rightarrow C$ , где  $Df = f''(x)$  является линейным.

29) Найти матрицу линейного оператора  $\tilde{C}(\bar{x})$  и записать его в явном виде, если  $\mathbb{C} = \mathbb{A} \times \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$ ,  $\mathbb{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$ .

30) Найти матрицу линейного оператора  $\tilde{C}(\bar{x})$  и записать его в явном виде, если  $\mathbb{C} = \mathbb{A}^2 - \mathbb{B}$ ,  $\mathbb{A}(\bar{x}) = (x_2 - x_3, x_1, x_1 + x_3)$ ,  $\mathbb{B}(\bar{x}) = (x_2, 2x_3, x_1)$ .

31) Найти собственные числа и векторы линейного оператора, заданного матрицей



$$A = \begin{pmatrix} 4 & -2 & -1 \\ -1 & 3 & -1 \\ 1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

32) Найти собственные числа и векторы линейного оператора, заданного матрицей

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Примеры билетов для устно письменной формы сдачи зачёта (50 баллов):**

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Комплексный и функциональный анализ (5 семестр) УТВЕРЖДАЮ

Направление 01.03.02 Заведующий кафедрой

Прикладная математика и информатика Н.С. Габбасов

« 31 » 08 2020г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Определение линейного пространства (ЛП). Примеры ЛП. Линейное подпространство и линейная оболочка.
2. Определение нормированного пространства. Примеры нормированных пространств.
3. **Задача.** Выяснить, является ли линейное пространство геометрических векторов  $V_3$  с обычными операциями над векторами евклидовым, если скалярное произведение введено по правилу  $(\vec{x}, \vec{y}) = |\vec{x}| |\vec{y}| \sin 2j$ .

Составил доцент

А.Н. Углов

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Комплексный и функциональный анализ (5 семестр) УТВЕРЖДАЮ

Направление 01.03.02 Заведующий кафедрой

Прикладная математика и информатика Н.С. Габбасов

« 31 » 08 2020г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Определение метрического пространства (МП). Примеры МП.
2. Определение и примеры линейных операторов. Ядро и образ линейного оператора.
3. **Задача.** Доказать, что функция  $r(\vec{x}, \vec{y}) = \min_{1 \leq k \leq n} |x_k - y_k|$  не является метрикой в пространстве арифметических векторов  $R^n$ .

Составил доцент

А.Н. Углов

**Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

**Основная литература:**

1. Бородин П.А. Задачи по функциональному анализу : учебное пособие / П.А. Бородин, А.М. Савчук, И.А. Шейпак. - Москва : МЦНМО, 2017. - 336 с. - ISBN 978-5-4439-3092-3. - URL: <https://e.lanbook.com/book/92693> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

2. Курс высшей математики. Теория функций комплексной переменной. Лекции и практикум : учебное пособие / под общ.ред. И.М. Петрушко. - Санкт-Петербург : Лань, 2010. - 368 с. - ISBN 978-5-8114-1064-4. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=526](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=526) (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

3. Колмогоров А.Н. Элементы теории функций и функционального анализа : учебное пособие / А.Н. Колмогоров, С.В. Фомин. - 7-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - 572 с. - ISBN 978-5-9221-0266-7. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=2206](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=2206) (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

4. Сборник задач по высшей математике с контрольными работами. 2 курс : учебное пособие / К. Н. Лунгу [и др.] ; под ред. С. Н. Федина. - 7-е изд. - Москва : Айрис-пресс, 2011. - 591 с. : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 589-590. - В пер. - ISBN 978-5-8112-4074-6 - Текст : непосредственный. (40 экз.)

**Дополнительная литература:**

1. Волковыский Л.И. Сборник задач по теории функций комплексного переменного : учебное пособие / Л.И. Волковыский, Г.Л. Лунц, И.Г. Араманович. - 4-е изд., перераб. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 312 с. - ISBN 5-9221-0264-8. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=2763](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=2763) (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

2. Гуревич А.П. Сборник задач по функциональному анализу : учебное пособие / А.П. Гуревич, В.В. Корнев, А.П. Хромов. - 2-е изд., испр. - Санкт-Петербург : Лань, 2012. - 192 с. - ISBN 978-5-8114-1274-7. - URL: <https://e.lanbook.com/book/3175> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

3. Леонтьева Т.А. Задачи по теории функций и функциональному анализу с решениями: учебное пособие / Т.А. Леонтьева, А.В. Домрина. - Москва :НИЦ Инфра-М, 2013. - 164 с. (Высшее образование:Магистратура). ISBN 978-5-16-006429-1. - URL: <https://znanium.com/catalog/product/377270> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

4. Люстерник Л.А. Краткий курс функционального анализа : учебное пособие / Л. А. Люстерник, В. И. Соболев. - 2-е изд.,стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 272 с. - ISBN 978-5-8114-0976-1. - URL: <https://e.lanbook.com/book/245> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

5. Малышева Н.Б. Функции комплексного переменного : учебник для вузов / Н.Б. Малышева, Э.Р. Розендорн; под ред. Э.Р. Розендорна. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2010. - 168 с. - ISBN: 978-5-9221-0977-2. - URL: [http://e.lanbook.com/books/element.php?p11\\_id=2257](http://e.lanbook.com/books/element.php?p11_id=2257) (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

6. Мельников Н.Б. Прикладной функциональный анализ: задачи с решениями : учебное пособие. / Н. Б. Мельников, Л. А. Артемьева - Москва :Издательство Московского государственного университета, 2015. - 108 с. (Серия 'Бакалавриат.Учебные пособия') - ISBN 978-5-19-011104-0 - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785190111040.html> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

7. Посицельская Л.Н. Теория функций комплексной переменной в задачах и упражнениях : учебное пособие / Л.Н. Посицельская. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2006. - 136 с. - ISBN 978-5-9221-0794-5. - URL: <https://e.lanbook.com/book/2283> (дата обращения: 14.07.2020).- Текст : электронный.

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: отсутствует

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2020

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система MicrosoftWindows 7

Microsoft Office - Word, Excel, Power Point

Браузер MozillaFirefox

AdobeAcrobatReader

Антивирус Касперского

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань" , доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе элек-

тронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.