

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"
Набережночелнинский институт (филиал)
Отделение информационных технологий и энергетических систем



УТВЕРЖДАЮ
Заместитель директора
по образовательной деятельности
НЧИ КФУ
Н.Д. Ахметов
«31» августа 2020 г.

Программа дисциплины
Операционное исчисление

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика
Профиль подготовки: отсутствует
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
 - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
 - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработали: заведующий кафедрой, доктор физ.-мат. наук (профессор) Габбасов Н.С. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение, Набережно-челнинский институт (филиал) КФУ), NSGabbasov@kpfu.ru; доцент, кандидат физ.-мат. наук (доцент) Углов А.Н. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение), ANUglov@kpfu.ru

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- основные факты и методы операционного исчисления и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен уметь:

- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен владеть:

- математическим аппаратом операционного исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины (ОПК-1);
- основными понятиями и методами операционного исчисления, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач (ПК-2).

Должен демонстрировать способность и готовность:

- применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика ()" и относится к обязательным дисциплинам.

Осваивается на 3 курсе в 6 семестре.

3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц на 180 часов.

Контактная работа - 54 часа, в том числе лекции - 18 часов, практические занятия - 0 часов, лабораторные работы - 36 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 90 часов.

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часов.

Форма промежуточного контроля дисциплины: экзамен в 6 семестре.

4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Основные правила и формулы операционного исчисления. Нахождение изображений оригиналов.	6	3	0	6	15
2.	Тема 2. Восстановление оригинала по изображению.	6	3	0	6	15
3.	Тема 3. Применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем.	6	3	0	6	15
4.	Тема 4. Дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем.	6	3	0	6	15
5.	Тема 5. Интегральные уравнения. Применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.	6	6	0	12	30
	Итого		18	0	36	90

4.2 Содержание дисциплины (модуля)

Тема 1. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Основные правила и формулы операционного исчисления. Нахождение изображений оригиналов.

Определение преобразования Лапласа. Оригинал и изображение. Свойство линейности. Основные теоремы операционного исчисления: теорема подобия, теорема смещения, теорема запаздывания, теорема о свёртке, теоремы о дифференцировании изображения и оригинала, теоремы об интегрировании изображения и оригинала. Интеграл Дюамеля. Таблица изображений преобразования Лапласа. Нахождение изображений оригиналов.

Тема 2. Восстановление оригинала по изображению.

Восстановление оригинала по изображению методом разложения рациональной дроби в сумму простейших. Формула обращения Меллина. Первая теорема разложения, и её использование для восстановления оригинала по изображению. Вторая теорема разложения, и её использование для восстановления оригинала по изображению.

Тема 3. Применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем.

Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа. Решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа. Решение линейных дифференциальных уравнений второго порядка в частных производных при помощи преобразования Лапласа.

Тема 4. Дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем.

Решетчатая функция. Определение дискретного преобразования Лапласа. Свойства дискретного преобразования Лапласа. Таблица изображений основных решетчатых функций. Решение при помощи дискретного преобразования Лапласа линейных разностных уравнений. Решение при помощи дискретного преобразования Лапласа систем линейных разностных уравнений.

Тема 5. Интегральные уравнения. Применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

Понятие интегрального уравнения Вольтерра, его виды. Уравнения Вольтерра 2-го рода, существование и единственность их решений, взаимосвязь с обыкновенными дифференциальными уравнениями. Сведение уравнения Вольтерра 2-го рода к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения порядка n и к задаче Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в случае вырожденного ядра. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Вольтерра 2-го рода. Резольвента. Уравнение Вольтерра 1-го рода, сведение их к уравнениям 2-го рода. Понятие интегрального уравнения Фредгольма, его виды. Уравнения Фредгольма 2-го рода, существование и единственность решения. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода. Резольвента. Связь между интегральными и линейными алгебраическими уравнениями. Решение уравнений Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром сведением к системе линейных алгебраических уравнений. Характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений Фредгольма, их нахождение. Теоремы Фредгольма. Решение при помощи преобразования Лапласа интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоя-

тельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-996ин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями;
- в печатном виде - в библиотеке НЧИ КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не

менее 0,5 каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки НЧИ КФУ.

8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru/ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у обучающихся в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы. Лекции могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
лабораторные работы	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков на аудиторных лабораторных занятиях. Для выполнения заданий лабораторных работ обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном лабораторном занятии примеры и после этого приступить к задачам, предложенным для самостоятельного решения. Выполнение заданий лабораторных работ проверяется преподавателем на занятии. Лабораторные занятия могут проводиться как в традиционной форме, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение заданий лабораторных работ; подготовку к аудиторной контрольной работе; подготовку к теоретическим опросам на лабораторных занятиях; подготовку к экзамену.
устный опрос	Устный опрос на лабораторном занятии предполагает, как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном лабораторном занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы. Устный опрос

Вид работ	Методические рекомендации
	может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
контрольная работа	При подготовке к аудиторной контрольной работе следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий, на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams", в Виртуальной аудитории.
экзамен	Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.

10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории – помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации укомплектованные специальной мебелью и оборудованием.

12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи:

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Операционное исчисление

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)
Отделение информационных технологий и энергетических систем

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
Операционное исчисление

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика
Направленность (профиль) подготовки: не предусмотрено
Квалификация выпускника: бакалавр
Форма обучения: очная
Язык обучения: русский
Год начала обучения по образовательной программе: 2018

СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
 - 4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
 - 4.1.1. Устный опрос
 - 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
 - 4.1.1.2. Критерии оценивания
 - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
 - 4.1.2. Лабораторные работы
 - 4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания
 - 4.1.2.2. Критерии оценивания
 - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
 - 4.1.3. Контрольная работа
 - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания
 - 4.1.3.2. Критерии оценивания
 - 4.1.3.3. Содержание оценочного средства
 - 4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
 - 4.2.1. Экзамен. Устный/письменный ответ на вопросы.
 - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
 - 4.2.1.2. Критерии оценивания
 - 4.2.1.3. Оценочные средства
 - 4.2.2. Тестовые задания
 - 4.2.2.1. Порядок проведения
 - 4.2.2.2. Критерии оценивания
 - 4.2.2.3. Оценочные средства

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)

Код и наименование компетенции	Проверяемые результаты обучения для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
<p>ОПК-1 способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой</p>	<p>Знать основные методы операционного исчисления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p>Уметь решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p>Владеть математическим аппаратом операционного исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p>6 семестр обучения. Текущий контроль: 1. Устный опрос по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем; интегральные уравнения; применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. 2. Лабораторные работы по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем; интегральные уравнения; применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. 3. Контрольная работа по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные</p>

		<p>правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем.</p> <p>Промежуточная аттестация: экзамен.</p>
<p>ПК-2 – способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p>	<p>Знать основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.</p> <p>Уметь решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности.</p> <p>Владеть основными понятиями и методами операционного исчисления, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>6 семестр обучения. Текущий контроль:</p> <p>1. Устный опрос по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем; интегральные уравнения; применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.</p> <p>2. Лабораторные работы по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем; интегральные уравнения; применение операционного</p>

		<p>исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: преобразование Лапласа; оригинал и изображение; основные правила и формулы операционного исчисления; нахождение изображений оригиналов; восстановление оригинала по изображению; применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем; дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем.</p> <p>Промежуточная аттестация: экзамен.</p>
--	--	--

2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ОПК-1	<u>Знает</u> свободно основные методы операционного исчисления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> достаточно полно основные методы операционного исчисления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> фрагментарно основные методы операционного исчисления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не знает</u> основные методы операционного исчисления, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Умеет</u> уверенно решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> достаточно хорошо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Умеет</u> слабо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; использовать знание операционного исчисления для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Владеет</u> в совершенстве аппаратом	<u>Владеет</u> достаточно полно аппаратом	<u>Владеет</u> с трудом аппаратом опера-	<u>Не владеет</u> аппаратом операционного

	том операционного исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	паратом операционного исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	ционного исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	исчисления, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.
ПК-2	<u>Знает</u> свободно основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> достаточно полно основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> фрагментарно основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Не знает</u> основные понятия и методы операционного исчисления, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.
	<u>Умеет</u> уверенно решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> достаточно хорошо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> слабо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности.	<u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера операционного исчисления, обосновывать утверждения и факты; применять современный математический аппарат операционного исчисления в профессиональной деятельности.
	<u>Владеет</u> в совершенстве основными понятиями и методами операционного	<u>Владеет</u> основными понятиями и методами операционного исчисления,	<u>Владеет</u> основными понятиями и методами операционного исчисления	<u>Не владеет</u> основными понятиями и методами операционного исчисления,

	<p>исчисления, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>ния, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>
--	---	---	--	---

3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

6 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос по темам 1,2,3,4,5 – 9 баллов;

Лабораторные работы по темам 1,2,3,4,5– 17 баллов;

Контрольная работа по темам 1,2,3,4– 24 балла.

...

Итого $9+17+24 = 50$ баллов

Промежуточная аттестация – экзамен:

Устный/письменный ответ на вопросы билета по темам 1,2,3,4,5 – 50 баллов. Общее количество вопросов – 30.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию: $50+50=100$ баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

4.1. Оценочные средства текущего контроля

4.1.1. Устный опрос

4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на аудиторных занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном занятии. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность системно и логично излагать как теоретический, так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams».

4.1.1.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за устный опрос – 9.

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

в ответе качественно раскрыто содержание темы, ответ хорошо структурирован, прекрасно освоен понятийный аппарат, продемонстрирован высокий уровень понимания материала и превосходное умение формулировать свои мысли.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

основные вопросы темы раскрыты, структура ответа в целом адекватна теме, хорошо освоен понятийный аппарат, продемонстрирован хороший уровень понимания материала, хорошее умение формулировать свои мысли.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

тема частично раскрыта, ответ слабо структурирован, понятийный аппарат освоен частично, продемонстрировано понимание отдельных положений из материала по теме и удовлетворительное умение формулировать свои мысли.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

тема не раскрыта, понятийный аппарат освоен неудовлетворительно, продемонстрировано неумение формулировать свои мысли, понимание материала фрагментарно или отсутствует.

4.1.1.3. Содержание оценочного средства

6 семестр.

Примерные вопросы:

Тема 1. Преобразование Лапласа. Оригинал и изображение. Основные правила и формулы операционного исчисления. Нахождение изображений оригиналов. (3 балла)

Определение преобразования Лапласа; оригинал и изображение; свойство линейности; основные теоремы операционного исчисления: теорема подобия, теорема смещения, теорема запаздывания, теорема о свёртке, теоремы о дифференцировании изображения и оригинала, теоремы об интегрировании изображения и оригинала; интеграл Дюамеля; таблица изображений преобразования Лапласа; нахождение изображений оригиналов.

Тема 2. Восстановление оригинала по изображению. (3 балла)

Восстановление оригинала по изображению методом разложения рациональной дроби в сумму простейших; формула обращения Меллина; первая и вторая теоремы разложения, и их использование для восстановления оригинала по изображению.

Тема 3. Применение операционного исчисления к решению линейных дифференциальных уравнений и их систем. (3 балла)

Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа; решение систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа; решение линейных дифференциальных уравнений в частных производных при помощи преобразования Лапласа.

Тема 4. Дискретное преобразование Лапласа и его применение к решению линейных разностных уравнений и их систем. (2 балла)

Решетчатая функция; определение дискретного преобразования Лапласа; свойства дискретного преобразования Лапласа; таблица изображений основных решетчатых функций; решение при помощи дискретного преобразования Лапласа линейных разностных уравнений и их систем.

Тема 5. Интегральные уравнения. Применение операционного исчисления к решению интегральных и интегро-дифференциальных уравнений. (3 балла)

Понятие интегрального уравнения Вольтерра, его виды; уравнения Вольтерра 2-го рода, существование и единственность их решений, взаимосвязь с обыкновенными дифференциальными уравнениями; сведение уравнения Вольтерра 2-го рода к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения порядка n и к задаче Коши для нормальной системы обыкновенных дифференциальных уравнений, в случае вырожденного ядра; метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Вольтерра 2-го рода, резольвента; уравнения Вольтерра 1-го рода, сведение их к уравнениям 2-го рода; понятие интегрального уравнения Фредгольма, его виды; уравнения Фредгольма 2-го рода, существование и единственность решения; метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнений Фредгольма 2-го рода, резольвента; связь между интегральными и линейными алгебраическими уравнениями; решение уравнений Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром сведением к системе линейных алгебраических уравнений; характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений Фредгольма, их нахождение; теоремы Фредгольма; решение при помощи преобразования Лапласа интегральных и интегро-дифференциальных уравнений.

4.1.2. Лабораторные работы

4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

В аудитории, обучающиеся получают лабораторные работы по решению задач или освещению определённых теоретических вопросов. Работа выполняется в аудитории и проверяется преподавателем на занятии. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:
- в команде «Microsoft Teams».

4.1.2.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за лабораторные работы – 17.

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:
правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:
правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:
правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:
правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.2.3 Содержание оценочного средства

6 семестр.

Содержание лабораторных работ:

1. Нахождение изображений функций с использованием определения и таблицы изображений преобразования Лапласа.
2. Нахождение изображений функций с использованием теоремы смещения, теорем о дифференцировании и интегрировании изображения, теоремы об интегрировании оригинала.
3. Нахождение изображений функций с использованием теоремы о свёртке, теоремы запаздывания.
4. Восстановление оригинала по изображению с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа.
5. Восстановление оригинала по изображению с использованием первой теоремы разложения.
6. Восстановление оригинала по изображению с использованием второй теоремы разложения.
7. Решение операционным методом линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
8. Решение операционным методом систем линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами.
9. Решение операционным методом линейных дифференциальных уравнений в частных производных.
10. Нахождение изображений решетчатых функций и восстановление по изображению оригиналов.
11. Решение операционным методом линейных разностных уравнений и их систем.
12. Аудиторная контрольная работа.
13. Решение уравнений Вольтерра 2-го рода сведением к задаче Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений и их систем.
14. Решение уравнений Вольтерра 2-го рода методом последовательных приближений и итерированных ядер.
15. Решение уравнений Вольтерра 1-го рода.

16. Решение уравнений Фредгольма методом последовательных приближений и итерированных ядер.

17. Решение уравнений Фредгольма сведением к системе линейных алгебраических уравнений. Нахождение характеристических чисел и собственных функций интегральных уравнений Фредгольма; исследование решений интегральных уравнений с использованием теорем Фредгольма.

18. Решение интегральных и интегро-дифференциальных уравнений операционным методом.

Варианты лабораторной работы.

Вариант №1.

1. Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение следующих функций:

А) $4 + 3e^{-t}$. Б) $t^4 - 5e^{3t}$. В) $e^{-t}(\cos 3t + \sin 3t)$.

2. Найти изображение функций:

А) $te^{-t} \cdot \sin t$ с использованием теоремы смещения,

Б) $t^2 \cos 2t$ с использованием теорем о дифференцировании изображения.

В) $\frac{1 - e^t}{t}$ с использованием теорем об интегрировании изображения.

3. Найти изображение функций:

А) $\int_0^t e^{(t-x)/2} x dx$ с использованием теоремы о свёртке,

Б) $\sigma_0(t-1) \cdot te^t$ с использованием теоремы запаздывания.

4. Восстановить оригинал по изображению с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа:

А) $\frac{1}{(p-1)^2}$ Б) $\frac{1}{(p+1)(p-3)}$ В) $\frac{5}{p^2 - 4p + 13}$

5. Восстановить оригинал по изображению с использованием первой теоремы разложения:

А) $\frac{1}{p} \cos \frac{1}{p}$ Б) $\frac{1}{2p} \ln \frac{p+1}{p-1}$

6. Восстановить оригинал по изображению с использованием второй теоремы разложения:

А) $F(p) = \frac{p}{p^2 + 4p + 5}$ Б) $F(p) = \frac{1}{(p^4 - 1)^2}$

7. Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

А) $x' - 4x = 1 - 4t$, $x(0) = 1$. Б). $x'' + 2x' + x = e^{-t}$, $x(0) = 1$, $x'(0) = 0$

8. Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

А) $\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1$, $y(0) = -1$. Б). $\begin{cases} x' - y = -1 \\ y' + x + 2y = 0 \end{cases}$ $x(0) = 1$, $y(0) = -1$.

9. Решить операционным методом краевую задачу для линейного дифференциального уравнения в частных производных:

А) $u_{tt} = 81u_{xx}$, $u(0, t) = u(5, t) = 0$, $u(x, 0) = \sin \pi x$, $u_t(x, 0) = 0$.

Б) $u_{tt} = 36u_{xx}$, $u(0, t) = u(5, t) = 0$, $u(x, 0) = 4 \sin 2\pi x$, $u_t(x, 0) = 0$.

10. Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение следующих решетчатых функций:

А) $\cos n$

Б) $e^n - 2e^{n/2}$

В) $(-2)^n$

11. Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

А) $x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = 0$, $x_0 = 1$, $x_1 = 2$.

Б) $x_{n+2} - 3x_{n+1} - 10x_n = 0$, $x_0 = 3$, $x_1 = -1$

12. Решить уравнение Вольтерра 2-го рода сведением к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

А) $y(x) = 4e^x + 3x - 4 - \int_0^x (x-t)y(t)dt$

Б) $y(x) = x + \int_0^x \cos(x-t)y(t)dt$.

13. Методом последовательных приближений для заданного уравнения Вольтера 2-го рода найти второе приближение:

А) $y(x) = 2 \int_0^x ty(t)dt + x^2$, $y_0(x) = x^2$

Б) $y(x) = 1 - x^2 + \int_0^x xy(t)dt$, $y_0(x) = 1 - x^2$

14. Решить уравнение Вольтерра 1-го рода:

А) $\int_0^x y(t)dt = x^3 e^x$

Б) $\int_0^x \cos(x-t)y(t)dt = \sin x - 2x$

15. Методом последовательных приближений найти для заданного уравнения Фредгольма 2-ого рода второе приближение, предварительно убедившись в выполнении условия $|\lambda| < \frac{1}{B}$, где

$$B^2 = \int_a^b \int_a^b |K(x, t)|^2 dx dt :$$

А) $y(x) = \int_0^1 xty(t)dt + \sqrt{1-x^2}$, $y_0(x) = \sqrt{1-x^2}$

Б) $y(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 x \sin ty(t)dt + \sin x$, $y_0(x) = \sin x$

16. Найти собственные значения и собственные функции интегрального уравнения Фредгольма:

А) $y(x) = \lambda \int_0^1 (xt - 2x^2)y(t)dt$

Б) $y(x) = \lambda \int_0^1 (1 + 2x)y(t)dt$

17. Решить интегро-дифференциальное уравнение операционным методом:

А) $y'(x) = \int_0^x (x-t)y(t)dt - 1$, $y(0) = 1$

Б) $y'(x) = \int_0^x \cos(x-t)y(t)dt + x$, $y(0) = 1$

Вариант №2.

1. Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение следующих функций:

А) $5e^{-2t} + 3\cos t$.

Б) $e^{2t} \cos t$

В) $\sin t - t \cos t$

2. Найти изображение функций:

А) $t^2 e^{-t}$ с использованием теоремы смещения,

Б) $t^2 \sin t$ с использованием теорем о дифференцировании изображения.

В) $\frac{e^{2t} - e^{3t}}{t}$ с использованием теорем об интегрировании изображения.

3. Найти изображение функций:

А) $\int_0^t (t-x)^2 \cos 2x dx$ с использованием теоремы о свертке,

Б) $\sigma_0(t-1) \cdot e^{t-1}$ с использованием теоремы запаздывания.

4. Восстановить оригинал по изображению с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа:

А) $\frac{3}{p^2+4} - \frac{5p}{p^2-9}$

Б) $\frac{1}{p^2+4p+3}$

В) $\frac{1}{p^2(p^2+1)}$

5. Восстановить оригинал по изображению с использованием первой теоремы разложения:

А) $\sin \frac{1}{p}$

Б) $\frac{1}{p} e^{1/p^2}$

6. Восстановить оригинал по изображению с использованием второй теоремы разложения:

А) $F(p) = \frac{p+2}{(p+1)(p-2)(p^2+4)}$

Б) $F(p) = \frac{1}{(p^2+1)^2(p^2-4)}$

7. Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами:

А) $x' + x = 2 \cos t, \quad x(0) = 0.$

Б) $x'' + 3x' = e^{-3t}, \quad x(0) = 0, \quad x'(0) = -1$

8. Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:

А) $\begin{cases} x' - 3x - 4y = 0 \\ y' - 4x + 3y = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, \quad y(0) = 1.$

Б) $\begin{cases} x' + y = 2 \\ y' - x = 1 \end{cases} \quad x(0) = -1, \quad y(0) = 0.$

9. Решить операционным методом краевую задачу для линейного дифференциального уравнения в частных производных:

А) $u_{tt} = 64u_{xx}, \quad u(0,t) = u(6,t) = 0, \quad u(x,0) = 2 \sin \pi x, \quad u_t(x,0) = 0.$

Б) $u_{tt} = 49u_{xx}, \quad u(0,t) = u(4,t) = 0, \quad u(x,0) = 3 \sin 2\pi x, \quad u_t(x,0) = 0.$

10. Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение следующих решетчатых функций:

А) 2^n

Б) $e^{-n} \sin 2n$

В) $\cos^2 n$

11. Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

А) $x_{n+2} + x_{n+1} + x_n = 0, \quad x_0 = 1, \quad x_1 = -1.$

Б) $x_{n+2} - \sqrt{3}x_{n+1} + x_n = 0, \quad x_0 = \frac{1}{2}, \quad x_1 = \frac{\sqrt{3}}{2}.$

12. Решить уравнение Вольтерра 2-го рода сведением к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения:

$$\text{А) } y(x) = x - 1 + \int_0^x (x-t)y(t)dt \quad \text{Б) } y(x) = 6 \int_0^x \cos 5(x-t)y(t)dt - 4e^{5x}.$$

13. Методом последовательных приближений для заданного уравнения Вольтера 2-го рода Найти второе приближение:

$$\text{А) } y(x) = 1 + \int_0^x ty(t)dt, y_0(x) = 1. \quad \text{Б) } y(x) = 1 + \int_0^x t^2 y(t)dt, y_0(x) = 1.$$

14. Решить уравнение Вольтерра 1-го рода:

$$\text{А) } \int_0^x y(t)dt = e^{2x} \sin x \quad \text{Б) } \int_0^x ch(x-t)y(t)dt = 3x^2$$

15. Методом последовательных приближений найти для заданного уравнения Фредгольма 2-ого рода второе приближение, предварительно убедившись в выполнении условия $|\lambda| < \frac{1}{B}$, где

$$B^2 = \int_a^b \int_a^b |K(x,t)|^2 dx dt :$$

$$\text{А) } y(x) = \frac{1}{2} \int_0^1 e^{x-t} y(t)dt + e^x, y_0(x) = e^x \quad \text{Б) } y(x) = \int_0^1 x e^{x-t} y(t)dt + e^x, y_0(x) = e^x$$

16) Найти собственные значения и собственные функции интегрального уравнения Фредгольма:

$$\text{А) } y(x) = \lambda \int_0^1 (1-x^2)y(t)dt \quad \text{Б) } y(x) = \lambda \int_0^\pi \sin t y(t)dt$$

17) Решить интегро-дифференциальное уравнение операционным методом:

$$\text{А) } y'(x) + \int_0^x e^{-2(x-t)} y(t)dt = 0, y(0) = 1$$

$$\text{Б) } y''(x) + \int_0^x e^{2(x-t)} y'(t)dt = e^{2x}, y(0) = 0, y'(0) = 1.$$

4.1.3. Контрольная работа

4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются владение материалом по теме работы, аналитические способности, владение методами, умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams»;
- в Виртуальной аудитории.

4.1.3.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за контрольную работу – 24.

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:

правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося: правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося: правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьезные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося: правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

4.1.2.3 Содержание оценочного средства

6 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) нахождение изображения функции с использованием определения и таблицы изображений преобразования Лапласа;
- 2) нахождение изображения функции с использованием теоремы смещения, теорем о дифференцировании и интегрировании изображения, теоремы об интегрировании оригинала;
- 3) нахождение изображения функции с использованием теоремы о свёртке, теоремы запаздывания;
- 4) восстановление оригинала по изображению с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа;
- 5) восстановление оригинала по изображению с использованием теорем разложения;
- 6) нахождение операционным методом решения линейного обыкновенного дифференциального уравнения с постоянными коэффициентами;
- 7) нахождение операционным методом решения системы линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами;
- 8) нахождение изображения решетчатой функции;
- 9) восстановление оригинала решетчатой функции по изображению с использованием таблицы изображений и свойств дискретного преобразования Лапласа;
- 10) нахождение операционным методом решения линейного разностного уравнения или системы линейных разностных уравнений.

Варианты контрольной работы.

Вариант №1.

- 1) Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение функции $4 + 3e^{-t}$.
- 2) Найти изображение функции $te^{-t} \cdot \sin t$ с использованием теоремы смещения.
- 3) Найти изображение функции $\int_0^t e^{(t-x)/2} dx$ с использованием теоремы о свёртке.

4) Восстановить оригинал по изображению $\frac{1}{(p-1)^2}$ с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа:

5) Восстановить оригинал по изображению $F(p) = \frac{p}{p^2 + 4p + 5}$ с использованием теорем разложения:

6) Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: $x' - 4x = 1 - 4t$, $x(0) = 1$.

7) Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:
$$\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

8) Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение решетчатой функции $\cos n$.

9) Восстановить оригинал по изображению $\frac{e^q}{(e^q - 1)(e^q - e)}$ с использованием таблицы изображений и свойств дискретного преобразования Лапласа:

10). Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

$$x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = 0, x_0 = 1, x_1 = 2.$$

Вариант №2.

1) Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение функции $t^4 - 5e^{3t}$.

2) Найти изображение функции $t^2 \cos 2t$ с использованием теорем о дифференцировании изображения.

3) Найти изображение функции $\sigma_0(t-1) \cdot te^t$ с использованием теоремы запаздывания.

4) Восстановить оригинал по изображению $\frac{1}{(p+1)(p-3)}$ с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа:

5) Восстановить оригинал по изображению $F(p) = \frac{1}{(p^4 - 1)^2}$ с использованием теорем разложения:

6) Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: $x' + x = 2 \cos t$, $x(0) = 0$.

7) Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:
$$\begin{cases} x' - y = -1 \\ y' + x + 2y = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

8) Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение решетчатой функции $e^n - 2e^{n/2}$.

9) Восстановить оригинал по изображению $\frac{e^q}{(e^q - 1)(e^{2q} - 4)}$ с использованием таблицы изображений и свойств дискретного преобразования Лапласа:

10). Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} - 10x_n = 0, x_0 = 3, x_1 = -1.$$

4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

4.2.1. Экзамен

4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен в команде «Microsoft Teams»;

4.2.1.2. Критерии оценивания

Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:

обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:

обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:

обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:

обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

4.2.1.3. Оценочные средства 6 семестр.

Вопросы к экзамену:

1. Определение преобразования Лапласа. Оригинал и изображение. Обратное преобразование Лапласа.

2. Свойство линейности преобразования Лапласа. Теорема подобия.
3. Теоремы смещения и запаздывания.
4. Теоремы о дифференцировании изображения и оригинала.
5. Теоремы об интегрировании изображения и оригинала.
6. Теорема о свёртке. Интеграл Дюамеля.
7. Таблица изображений преобразования Лапласа.
8. Восстановление оригинала по изображению методом разложения рациональной дроби в сумму простейших.
9. Формула обращения Меллина. Первая и вторая теоремы разложения, их использование для восстановления оригинала по изображению.
10. Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами при помощи преобразования Лапласа.
11. Решение систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа.
12. Решение линейных дифференциальных уравнений в частных производных при помощи преобразования Лапласа.
13. Решетчатая функция. Дискретное преобразование Лапласа.
14. Свойства дискретного преобразования Лапласа.
15. Таблица изображений основных решетчатых функций.
16. Решение при помощи дискретного преобразования Лапласа линейных разностных уравнений.
17. Решение при помощи дискретного преобразования Лапласа систем линейных разностных уравнений.
18. Понятие интегрального уравнения, их виды. Ядро и решение интегрального уравнения.
19. Интегральные уравнения Вольтера, существование и единственность их решений.
20. Связь интегральных уравнений Вольтера с обыкновенными дифференциальными уравнениями (сведение уравнения Вольтера 2-го рода к задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения порядка n).
21. Сведение интегрального уравнения Вольтера 2-го рода с вырожденным ядром к задаче Коши для нормальной системы обыкновенных линейных дифференциальных уравнений.
22. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Вольтера 2-го рода. Резольвента.
23. Уравнения Вольтерра 1-го рода, сведение их к уравнениям Вольтера 2-го рода.
24. Интегральные уравнения Фредгольма, существование и единственность их решений.
25. Метод последовательных приближений и итерированных ядер для уравнения Фредгольма 2-го рода. Резольвента.
26. Связь интегральных уравнений Фредгольма с системами линейных алгебраических уравнений (решение уравнений Фредгольма 2-го рода с вырожденным ядром сведением к системе линейных алгебраических уравнений).
27. Характеристические числа и собственные функции интегральных уравнений Фредгольма 2-го рода, их нахождение.
28. Теоремы Фредгольма.
29. Решение при помощи преобразования Лапласа интегральных уравнений.
30. Решение при помощи преобразования Лапласа интегро-дифференциальных уравнений.

Задачи к экзамену:

- 1) Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение функции $4 + 3e^{-t}$.

2) Найти, используя определение и таблицу изображений преобразования Лапласа изображение функции $t^4 - 5e^{3t}$.

3) Найти изображение функции $t^2 \cos 2t$ с использованием теорем о дифференцировании изображения.

4) Найти изображение функции $te^{-t} \cdot \sin t$ с использованием теоремы смещения.

5) Найти изображение функции $\int_0^t e^{(t-x)/2} x dx$ с использованием теоремы о свёртке.

6) Найти изображение функции $\sigma_0(t-1) \cdot te^t$ с использованием теоремы запаздывания.

7) Восстановить оригинал по изображению $\frac{1}{(p-1)^2}$ с использованием таблицы изображений и

свойств преобразования Лапласа:

8) Восстановить оригинал по изображению $\frac{1}{(p+1)(p-3)}$ с использованием таблицы изображений и свойств преобразования Лапласа.

9) Восстановить оригинал по изображению $F(p) = \frac{p}{p^2 + 4p + 5}$ с использованием теорем разложения.

10) Восстановить оригинал по изображению $F(p) = \frac{1}{(p^4 - 1)^2}$ с использованием теорем разложения.

11) Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: $x' - 4x = 1 - 4t$, $x(0) = 1$.

12) Решить операционным методом линейное обыкновенное дифференциальное уравнение с постоянными коэффициентами: $x' + x = 2 \cos t$, $x(0) = 0$.

13) Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:
$$\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

14) Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами:
$$\begin{cases} x' - y = -1 \\ y' + x + 2y = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

15) Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение решетчатой функции $\cos n$.

16) Найти, используя определение и таблицу изображений дискретного преобразования Лапласа изображение решетчатой функции $e^n - 2e^{n/2}$.

17) Восстановить оригинал по изображению $\frac{e^q}{(e^q - 1)(e^q - e)}$ с использованием таблицы изображений и свойств дискретного преобразования Лапласа.

18) Восстановить оригинал по изображению $\frac{e^q}{(e^q - 1)(e^{2q} - 4)}$ с использованием таблицы изображений и свойств дискретного преобразования Лапласа.

19). Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

$$x_{n+2} - x_{n+1} + x_n = 0, x_0 = 1, x_1 = 2.$$

20). Решить операционным методом линейное разностное уравнение:

$$x_{n+2} - 3x_{n+1} - 10x_n = 0, x_0 = 3, x_1 = -1.$$

21) Решить уравнение Вольтерра 2-го рода $y(x) = x - 1 + \int_0^x (x-t)y(t)dt$ сведением к задаче

Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

22) Решить уравнение Вольтерра 2-го рода $y(x) = 6 \int_0^x \cos 5(x-t)y(t)dt - 4e^{5x}$ сведением к

задаче Коши для обыкновенного дифференциального уравнения.

23) Найти собственные значения и собственные функции интегрального уравнения Фредгольма

$$y(x) = \lambda \int_0^1 (1-x^2)y(t)dt.$$

24) Найти собственные значения и собственные функции интегрального уравнения Фредгольма

$$y(x) = \lambda \int_0^\pi \sin t y(t)dt.$$

25) Решить интегро-дифференциальное уравнение операционным методом:

$$y'(x) + \int_0^x e^{-2(x-t)}y(t)dt = 0, y(0) = 1.$$

Примеры билетов для устно письменной формы сдачи экзамена(50 баллов):

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: **Операционное исчисление (бсеместр)**

Направление **01.03.02**

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2017г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Определение преобразования Лапласа. Оригинал и изображение. Обратное преобразование Лапласа.

2. Решение обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами при помощи преобразования Лапласа.

3. **Задача.** Восстановить оригинал по изображению $F(p) = \frac{p}{p^2 + 4p + 5}$ с использованием теорем разложения.

Составил профессор

Н.С.Габбасов

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

Кафедра Математика

Дисциплина: Операционное исчисление (бсеместр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2017г.

ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Восстановление оригинала по изображению методом разложения рациональной дроби в сумму простейших.

2. Решение систем обыкновенных линейных дифференциальных уравнений при помощи преобразования Лапласа.

3. **Задача.** Решить операционным методом систему линейных обыкновенных дифференциальных

уравнений с постоянными коэффициентами:
$$\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases} \quad x(0) = 1, y(0) = -1.$$

Составил профессор

Н.С.Габбасов

4.2.2. Тестовые задания

4.2.2.1. Порядок проведения

Предусмотрена возможность дистанционной сдачи зачета в электронно-образовательной среде (на платформе MS Teams) посредством решения тестовых заданий. Итоговое тестирование включает 25 тестовых заданий по всему курсу. Студенту предоставляется одна попытка. В тестирование включены тестовые задания одного типа: 1. с выбором одного варианта ответа. Обзор по результатам тестирования будет доступен студенту после завершения и отправки теста преподавателю. При проведении зачета в форме тестирования студентам дается 60 минут. Зачет в форме тестирования проводится согласно утвержденному расписанию.

4.2.2.2. Критерии оценивания

1) 86-100% от максимального числа баллов

От 21 до 25 правильных ответов.

2) 71-85% от максимального числа баллов

От 18 до 21 правильных ответов.

3) 56-70% от максимального числа баллов

От 14 до 17 правильных ответов.

4) 0-55% от максимального числа баллов

От 0 до 13 правильных ответов.

4.2.2.3. Оценочные средства Тестовые задания для проверки остаточных знаний студентов по дисциплине «Операционное исчисление».

Тест №1.

1. Укажите один вариант ответа.

Преобразованием _____ функции $f(t)$, $t \in \mathbb{R}$ (которая, вообще говоря, может принимать и комплексные значения), называется функция $E(p)$ комплексной переменной p , определяемая следующим равенством:

$$E(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$$

1) Лапласа 2) Фурье 3) Хевисайда 4) Эйлера

2. Укажите один вариант ответа.

Суть операционного исчисления состоит в том, что функции $f(t)$ действительного переменного t ставится в соответствие определенная функция $F(p)$ _____ переменного p .

1) комплексного 2) вещественного 3) действительного 4) мнимого

3. Укажите один вариант ответа.

Интеграл $\int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt$ называется интегралом:

1) Лапласа 2) Фурье 3) Хевисайда 4) Эйлера

4. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста многочлена $f(t) = 2t^3 - 3t^2 + 6t - 7$

1) 3 2) 1 3) 2 4) 0

5. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \ln(t + 1)$

1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

6. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \exp(3t+2)$

1) 3 2) 0 3) 1 4) 2

7. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \exp(t+3)$

1) 1 2) 0 3) 3 4) 2

8. Укажите один вариант ответа.

Изображением для оригинала $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 2 \\ 1, & 2 \leq t \end{cases}$ является функция

1) $-\frac{1}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-2p})$ 2) $\frac{1}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-2p})$

3) $-\frac{1}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1 + e^{-2p})$ 4) $\frac{1}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1e^{-2p})$

9. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = \sin t$ является

1) $\frac{1}{p^2 + 1}$ 2) $\frac{p}{p^2 + 1}$ 3) $\frac{1}{p^2 - 1}$ 4) $\frac{p}{p^2 - 1}$

10. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = \cos 2t$ является

1) $\frac{p}{p^2 + 4}$ 2) $\frac{2}{p^2 + 4}$ 3) $\frac{2}{p^2 - 4}$ 4) $\frac{p}{p^2 - 4}$

11. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^t$ является

1) $\frac{1}{p-1}$ 2) $\frac{1}{p+1}$ 3) $\frac{p}{p-1}$ 4) $\frac{e}{p+1}$

12. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^t \cos(2t)$ является

1) $\frac{p-1}{(p-1)^2+4}$ 2) $\frac{p+1}{(p-1)^2+4}$ 3) $\frac{p-1}{(p+1)^2+4}$ 4) $\frac{p-1}{(p-1)^2-4}$

13. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^{2t} \sin t$ является

1) $\frac{1}{(p-2)^2+1}$ 2) $\frac{1}{(p-2)^2-1}$ 3) $\frac{1}{(p+2)^2+1}$ 4) $\frac{p}{(p-2)^2+1}$

14. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений

$$\begin{cases} x' + y' = 0 \\ y' - 2y + x = 0 \end{cases} \text{ при } x(0) = 1, y(0) = -1.$$

1) $x(t) = e^{3t}, y(t) = -e^{3t}$ 2) $x(t) = e^{-3t}, y(t) = -e^{3t}$

3) $x(t) = e^{3t}, y(t) = e^{-3t}$ 4) $x(t) = -e^{3t}, y(t) = e^{3t}$

15. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений $\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases}$

при $x(0) = 2, y(0) = 0$.

1) $x(t) = 2ch(t), y(t) = -2sh(t)$ 2) $x(t) = 2ch(t), y(t) = -2sh(2t)$

3) $x(t) = -ch(2t), y(t) = sh(2t)$ 4) $x(t) = e^{2t}, y(t) = -e^{2t}$

16. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = t^2$ является

1) $\frac{2}{p^3}$ 2) $\frac{1}{p^3}$ 3) $\frac{1}{p^2}$ 4) $\frac{3}{p^2}$

17. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = t^4$ и $f_2(t) = t$ является:

1) $\frac{t^6}{30}$ 2) $\frac{t^5}{30}$ 3) $\frac{t^6}{25}$ 4) t^5

18. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{1}{(p-1)^2}$ является

- 1) $t \cdot e^t$ 2) e^t 3) $(t-1)^2$ 4) $t^2 \cdot e^t$

19. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{1}{p^2 + 1}$ является

- 1) $\sin t$ 2) e^t 3) $\cos t$ 4) $t \cdot e^t$

20. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{1}{p^2 - 1}$ является

- 1) sht 2) $t \cdot e^t$ 3) e^t 4) cht

21. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(2t)$ является

- 1) $\frac{1}{2}F\left(\frac{p}{2}\right)$ 2) $F\left(\frac{p}{2}\right)$ 3) $F(2p)$ 4) $2F(2p)$

22. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти решение уравнения $y' + y = e^t$ при $y(0)=0$.

- 1) sht 2) cht 3) $e^t + t$ 4) e^t

23. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений $\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases}$

при $x(0) = y(0) = 0$.

- 1) $x(t) = 0, y(t) = 0$ 2) $x(t) = e^t, y(t) = -e^t$ 3) $x(t) = e^t, y(t) = e^t$ 4) $x(t) = \sin t, y(t) = \cos t$

24. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = t^2$ и $f_1(t) = t$ является:

- 1) $\frac{t^4}{12}$ 2) $\frac{t^3}{9}$ 3) $\frac{t^2}{6}$ 4) $\frac{t}{4}$

25. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = t^2$ и $f_1(t) = t + 1$ является:

- 1) $\frac{t^4 + 4t^3}{12}$ 2) $\frac{t^4 + t^3}{12}$ 3) $\frac{t^4 - 4t^3}{12}$ 4) $\frac{t^4 - t^3}{12}$

Тест №2.

1. Укажите один вариант ответа.

_____ называется всякая функция $f(t)$, удовлетворяющая следующим условиям:

- 1) $f(t)=0$ при $t<0$, причем принимается, что $f(0)=f(+0)$;

- 2) существуют такие постоянные σ и M , что $|f(t)| < M \exp(\sigma t)$ при $t > 0$;
 3) на любом конечном отрезке $[0, t]$ функция $f(t)$ может иметь лишь конечное число точек разрыва, причем 1-го рода.
 1) Оригиналом 2) Изображением 3) Образом 4) Прообразом

2. Укажите один вариант ответа.

Функция $F(p)$ комплексной переменной $p = s + i v$, связанная с оригиналом $f(t)$ равенством

$$E(p) = \int_0^{+\infty} e^{-pt} f(t) dt, \text{ называется } \underline{\hspace{2cm}} \text{ оригинала } f(t).$$

- 1) изображением 2) образом 3) прообразом 4) ядром

3. Укажите один вариант ответа.

Преобразование, ставящее в соответствие оригиналу $f(t)$ его изображение $F(p)$, называется преобразованием

- 1) Лапласа 2) Фурье 3) Хевисайда 4) Эйлера

4. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста многочлена $f(t) = t^4 + 4t^3 - 2t^2 + 8t$

- 1) 4 2) 1 3) 2 4) 3

5. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \ln(t + 2)$

- 1) 0 2) 1 3) 2 4) 3

6. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \exp(2t+3)$:

- 1) 2 2) 0 3) 1 4) 3

7. Укажите один вариант ответа.

Показатель роста функции $f(t) = \exp(3t+1)$:

- 1) 3 2) 0 3) 1 4) 2

8. Укажите один вариант ответа.

Изображением для оригинала $f(t) = \begin{cases} t, & 0 \leq t < 3 \\ 1, & 3 \leq t \end{cases}$ является функция:

1) $-\frac{2}{p}e^{-3p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-3p})$ 2) $\frac{2}{p}e^{-3p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-3p})$

3) $-\frac{3}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-2p})$ 4) $\frac{3}{p}e^{-2p} + \frac{1}{p^2}(1 - e^{-2p})$

9. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = \sin 3t$ является

1) $\frac{3}{p^2 + 9}$ 2) $\frac{p}{p^2 + 9}$ 3) $\frac{3}{p^2 - 9}$ 4) $\frac{p}{p^2 - 9}$

10. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = \cos t$ является

1) $\frac{p}{p^2 + 1}$ 2) $\frac{p}{p^2 - 1}$ 3) $\frac{1}{p^2 + 1}$ 4) $\frac{1}{p^2 - 1}$

11. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^{2t}$ является

1) $\frac{1}{p - 2}$ 2) $\frac{1}{p + 2}$ 3) $\frac{p}{p - 2}$ 4) $\frac{p}{p + 2}$

12. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^{2t} \cos t$ является

1) $\frac{p - 2}{(p - 2)^2 + 1}$ 2) $\frac{p - 2}{(p + 2)^2 + 1}$ 3) $\frac{p + 2}{(p - 2)^2 + 1}$ 4) $\frac{p + 2}{(p + 2)^2 - 1}$

13. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = e^t \sin(2t)$ является:

1) $\frac{2}{(p - 1)^2 + 4}$ 2) $\frac{p}{(p - 1)^2 + 4}$ 3) $\frac{2}{(p + 1)^2 + 4}$ 4) $\frac{2}{(p + 1)^2 - 4}$

14. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений

$$\begin{cases} x' + y' = 0 \\ y' - 2y - x = 0 \end{cases} \text{ при } x(0) = 1, y(0) = -1.$$

1) $x(t) = e^t, y(t) = -e^t$ 2) $x(t) = e^t, y(t) = e^t$ 3) $x(t) = e^t, y(t) = e^{-t}$ 4) $x(t) = 0, y(t) = 0$

15. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений $\begin{cases} x' = x - y \\ y' = x + y \end{cases}$

при $x(0) = 1, y(0) = 0$.

1) $x(t) = e^t \cos t, y(t) = e^t \sin t$ 2) $x(t) = e^t \cos t, y(t) = e^{-t} \sin t$

3) $x(t) = e^{-t} \cos t, y(t) = e^t \sin t$ 4) $x(t) = 0, y(t) = 0$

16. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t) = t^3$ является

1) $\frac{6}{p^4}$ 2) $\frac{2}{p^3}$ 3) $\frac{1}{p^4}$ 4) $\frac{1}{p^3}$

17. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = \sin t$ и $f_2(t) = t$ является:

1) $t - \sin t$ 2) $t + \cos t$ 3) $t \cdot \sin t$ 4) $\sin t$

18. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{1}{(p+1)^2}$ является

- 1) $t \cdot e^{-t}$ 2) $t + e^{-t}$ 3) $t \cdot e^t$ 4) $t + e^t$

19. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{p}{p^2+1}$ является

- 1) $\cos t$ 2) $\sin t$ 3) cht 4) sht

20. Укажите один вариант ответа.

Оригиналом функции $\frac{p}{p^2-1}$ является

- 1) cht 2) $\cos t$ 3) $\sin t$ 4) sht

21. Укажите один вариант ответа.

Изображением функции $f(t/2)$ является

- 1) $2F(2p)$ 2) $2F\left(\frac{p}{2}\right)$ 3) $2F(p)$ 4) $\frac{1}{2}F\left(\frac{p}{2}\right)$

22. Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти решение уравнения $y' - y = e^t$ при $y(0)=0$.

- 1) te^t 2) $t + e^t$ 3) e^t 4) $\ln t$

23. Укажите один вариант ответа.

Укажите один вариант ответа.

Используя преобразование Лапласа найти операторное решение системы уравнений $\begin{cases} x' + y = 0 \\ y' + x = 0 \end{cases}$

при $x(0) = 1, y(0) = -1$.

- 1) $x(t) = e^t, y(t) = -e^t$ 2) $x(t) = e^t, y(t) = e^t$ 3) $x(t) = e^t, y(t) = e^{-t}$ 4) $x(t) = 0, y(t) = 0$

24. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = t^3$ и $f_2(t) = t$ является:

- 1) $\frac{t^5}{20}$ 2) $\frac{t^4}{16}$ 3) $\frac{t^3}{12}$ 4) $2t^4$

25. Укажите один вариант ответа.

Сверткой функций $f_1(t) = t^2$ и $f_2(t) = t - 1$ является:

- 1) $\frac{t^4 - 4t^3}{12}$ 2) $\frac{t^4 + 4t^3}{12}$ 3) $\frac{4t^4 - t^3}{12}$ 4) $t^3 - t^2$

Приложение 2
к рабочей программе дисциплины (модуля)
Операционное исчисление

Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Основная литература:

1. Крупин В.Г. Высшая математика. Теория функций комплексного переменного. Операционное исчисление. Сборник задач с решениями : учебное пособие / В.Г. Крупин, А.Л. Павлов, Л.Г. Попов. - Москва : Издательский дом МЭИ, 2017. - 332 с. - ISBN 978-5-383-01237-6. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785383012376.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.

2. Мышкис А. Д. Математика для технических вузов: специальные курсы : учебное пособие / А. Д. Мышкис. - 3-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2009. - 634 с : ил. - (Учебники для

вузов. Специальная литература). - В пер. - Библиогр.: с. 621-625. - Алф. указ.: с. 626-632. - ISBN 978-5-8114-0395-0. - Текст : непосредственный. (50 экз.)

3. Пантелеев А.В. Теория функций комплексного переменного и операционное исчисление в примерах и задачах : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 448 с. - ISBN 978-5-8114-1921-0. - URL: <https://e.lanbook.com/book/67463> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.

Дополнительная литература:

1. Васильева А.Б. Интегральные уравнения / А.Б. Васильева, Н.А. Тихонов. - 2-е изд. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2004. - 160 с. - ISBN 5-9221-0275-3. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN5922102753.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.

2. Письменный Д. Т. Конспект лекций по высшей математике : полный курс / Д. Т. Письменный. - 11-е изд., испр. - Москва : Айрис-пресс, 2013. - 608 с : ил. - (Высшее образование). - Прил.: с. 599-603. - В пер. - ISBN 978-5-8112-4866-7. - Текст : непосредственный. (31 экз.)

3. Габбасов Н. С. Методы решения интегральных уравнений Фредгольма в пространствах обобщенных функций : монография / Н. С. Габбасов. - Казань: Изд-во Казан. гос. ун-та, 2006. - 175 с. - ISBN 5-7464-1380-1. - Текст : непосредственный. (67 экз.)

4. Рябушко А.П. Индивидуальные задания по высшей математике. В 4 ч. Ч. 4. Операционное исчисление. Элементы теории устойчивости. Теория вероятностей. Математическая статистика : учебное пособие / А.П. Рябушко. - Минск : Выш. шк., 2013. - 336 с. - ISBN 978-985-06-2231-0. - URL: <http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9789850622310.html> (дата обращения: 15.07.2020). - Текст : электронный.

Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: не предусмотрено

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очное

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань», доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к учебной ли-

тературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.