

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования  
"Казанский (Приволжский) федеральный университет"  
Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем



**УТВЕРЖДАЮ**  
Заместитель директора  
по образовательной деятельности  
НЧИ КФУ  
Н.Д. Ахметов  
«31» августа 2020 г.

**Программа дисциплины**  
Дифференциальные уравнения

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика  
Профиль подготовки: отсутствует  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## Содержание

1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО
2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО
3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся
4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий
  - 4.1. Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)
  - 4.2. Содержание дисциплины (модуля)
5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)
6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)
7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)
9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)
10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)
11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)
12. Средства адаптации преподавания дисциплины (модуля) к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья
13. Приложение №1. Фонд оценочных средств
14. Приложение №2. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)
15. Приложение №3. Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

Программу дисциплины разработал заведующий кафедрой, д.физ.-мат. н. (профессор) Габбасов Н.С. (Кафедра математики, Инженерно-строительное отделение), NSGabbasov@kpfu.ru.

### 1. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю), соотнесенных с планируемыми результатами освоения ОПОП ВО

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль), должен обладать следующими компетенциями:

Шифр компетенции	Расшифровка приобретаемой компетенции
ОК-7	Способность к самоорганизации и самообразованию
ОПК-1	Способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой
ПК-2	Способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат

Обучающийся, освоивший дисциплину (модуль):

Должен знать:

- о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, в формировании профессиональных компетенций (ОК-7);
- основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен уметь:

- организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваться на главном, разбивать задачу на этапы и последовательно их решать; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать математическими знаниями и навыками их применения в профессиональной деятельности (ОК-7);
- решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой (ОПК-1);
- применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности (ПК-2).

Должен владеть:

- умением планировать личное время, правильно организовать свой труд; способностью к самоанализу, самоконтролю и самообразованию (ОК-7);

- математическим аппаратом дифференциальных уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины (ОПК-1);

- основными понятиям и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач (ПК-2).

Должен демонстрировать способность и готовность:

применять результаты освоения дисциплины в профессиональной деятельности

## 2. Место дисциплины (модуля) в структуре ОПОП ВО

Данная дисциплина (модуль) включена в раздел "Дисциплины (модули)" основной профессиональной образовательной программы 01.03.02 "Прикладная математика и информатика ()" и относится к базовой (общепрофессиональной) части.

Осваивается на 2 курсе в 3, 4 семестрах.

## 3. Объем дисциплины (модуля) в зачетных единицах с указанием количества часов, выделенных на контактную работу обучающихся с преподавателем (по видам учебных занятий) и на самостоятельную работу обучающихся

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц на 252 часа.

Контактная работа - 90 часов, в том числе лекции - 36 часов, практические занятия - 54 часа, лабораторные работы - 0 часов, контроль самостоятельной работы - 0 часов.

Самостоятельная работа - 126 часов.

Контроль (зачёт / экзамен) - 36 часов.

Форма промежуточного контроля дисциплины: зачет в 3 семестре; экзамен в 4 семестре.

## 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

### 4.1 Структура и тематический план контактной и самостоятельной работы по дисциплине (модулю)

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
1.	Тема 1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ первого порядка.	3	8	8	0	32
2.	Тема 2. Обыкновенные ДУ высших порядков.	3	2	2	0	8
3.	Тема 3. Линейные ДУ высших порядков.	3	8	8	0	32
4.	Тема 4. Приближённые методы решения обыкновенных ДУ.	4	2	4	0	6
5.	Тема 5. Системы обыкновенных ДУ.	4	8	16	0	24

N	Разделы дисциплины / модуля	Семестр	Виды и часы контактной работы, их трудоемкость (в часах)			Самостоятельная работа
			Лекции	Практические занятия	Лабораторные работы	
6.	Тема 6. Устойчивость решений систем обыкновенных ДУ.	4	6	12	0	18
7.	Тема 7. ДУ первого порядка с частными производными.	4	2	4	0	6
	Итого		36	54	0	126

#### 4.2 Содержание дисциплины (модуля)

##### **Тема 1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ первого порядка.**

Определение дифференциального уравнения, их классификация (обыкновенное, в частных производных). Порядок и решение ДУ. Задачи, приводящие к ДУ. Основные сведения о ДУ первого порядка (формы записи, решение, интегральная кривая, начальное условие). Общее, частное и особое решения. Задача Коши и её разрешимость. Геометрическая интерпретация ДУ первого порядка. Графическое построение решений ДУ с помощью изоклин. ДУ с разделёнными и разделяющимися переменными. Однородные ДУ первого порядка и приводящие к ним. Линейное ДУ первого порядка. Уравнение Бернулли. Уравнение в полных дифференциалах.

##### **Тема 2. Обыкновенные ДУ высших порядков.**

Основные сведения о дифференциальных уравнениях порядка  $n$  (формы записи, решение, начальные условия). Общее и частные решения дифференциального уравнения порядка  $n$ . Задача Коши для дифференциального уравнения порядка  $n$  и её разрешимость. Дифференциальные уравнения высших порядков, допускающие понижение порядка до первого.

##### **Тема 3. Линейные ДУ высших порядков.**

Линейное ДУ порядка  $n$  и его разрешимость. Однородные и неоднородные ЛДУ. Линейно зависимые и независимые системы функций. Определитель Вронского. Условия линейной зависимости и независимости систем функций. Свойства решений однородного ЛДУ, его фундаментальная система решений (ФСР). Теоремы о структуре общих решений однородных и неоднородных ЛДУ порядка  $n$ . Принцип суперпозиции частных решений. Однородное ЛДУ порядка  $n$  с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение ФСР и общего решения однородного ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения. Нахождение частного и общего решений неоднородного ЛДУ с правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного ЛДУ с правой частью произвольного вида. Уравнение Эйлера, нахождение его решений. Краевая задача для ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами, нахождение её решений.

##### **Тема 4. Приближённые методы решения обыкновенных ДУ.**

Эквивалентность решения задачи Коши для дифференциального уравнения решению интегрального уравнения. Нахождение приближённых решений задачи Коши для дифференциального уравнения первого порядка методом последовательных приближений Пикара. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов Тейлора.

## **Тема 5. Системы обыкновенных ДУ.**

Основные сведения о нормальных системах ДУ (формы записи, решение, начальные условия). Общее и частные решения. Задача Коши и её разрешимость. Сведение нахождения общего решения нормальной системы ДУ к нахождению общего решения ДУ порядка  $n$  методом исключения. Физический смысл нормальной системы ДУ. Динамические и автономные системы. Фазовая плоскость и фазовая траектория системы, её нахождение. Нормальные системы линейных ДУ (однородные и неоднородные), векторно-матричная их форма записи. Фундаментальная система решений линейной однородной системы ДУ. Определитель Вронского. Структура общих решений однородных и неоднородных систем ЛДУ. Однородная система ЛДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение. Нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения. Нахождение частного и общего решений неоднородной системы ЛДУ с правой частью специального вида. Метод вариации произвольных постоянных нахождения общего решения неоднородной системы ДУ с произвольной правой частью.

## **Тема 6. Устойчивость решений систем обыкновенных ДУ.**

Понятие устойчивости решения нормальной системы ДУ по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость. Точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в зависимости от характера корней характеристического уравнения. Устойчивость решений системы ДУ. Устойчивость по первому приближению. Критерий Раусса-Гурвица.

## **Тема 7. ДУ первого порядка с частными производными.**

Основные сведения о дифференциальных уравнениях с частными производными (порядок уравнения, формы записи, решение, интегральная поверхность, начальное условие). Линейное дифференциальное уравнение с частными производными первого порядка, построение его общего решения сведением к системе обыкновенных ДУ в симметричной форме.

## **5. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

Самостоятельная работа обучающихся выполняется по заданию и при методическом руководстве преподавателя, но без его непосредственного участия. Самостоятельная работа подразделяется на самостоятельную работу на аудиторных занятиях и на внеаудиторную самостоятельную работу. Самостоятельная работа обучающихся включает как полностью самостоятельное освоение отдельных тем (разделов) дисциплины, так и проработку тем (разделов), осваиваемых во время аудиторной работы. Во время самостоятельной работы обучающиеся читают и конспектируют учебную, научную и справочную литературу, выполняют задания, направленные на закрепление знаний и отработку умений и навыков, готовятся к текущему и промежуточному контролю по дисциплине.

Организация самостоятельной работы обучающихся регламентируется нормативными документами, учебно-методической литературой и электронными образовательными ресурсами, включая:

Порядок организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования - программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры (утвержден приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5 апреля 2017 года №301)

Письмо Министерства образования Российской Федерации №14-55-99бин/15 от 27 ноября 2002 г. "Об активизации самостоятельной работы студентов высших учебных заведений"

Устав федерального государственного автономного образовательного учреждения "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Правила внутреннего распорядка федерального государственного автономного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Казанский (Приволжский) федеральный университет"

Локальные нормативные акты Казанского (Приволжского) федерального университета

#### **6. Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**

Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю) включает оценочные материалы, направленные на проверку освоения компетенций, в том числе знаний, умений и навыков. Фонд оценочных средств включает оценочные средства текущего контроля и оценочные средства промежуточной аттестации.

В фонде оценочных средств содержится следующая информация:

- соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю);
- критерии оценивания сформированности компетенций;
- механизм формирования оценки по дисциплине (модулю);
- описание порядка применения и процедуры оценивания для каждого оценочного средства;
- критерии оценивания для каждого оценочного средства;
- содержание оценочных средств, включая требования, предъявляемые к действиям обучающихся, демонстрируемым результатам, задания различных типов.

Фонд оценочных средств по дисциплине находится в Приложении 1 к программе дисциплины (модулю).

#### **7. Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

Освоение дисциплины (модуля) предполагает изучение основной и дополнительной учебной литературы. Литература может быть доступна обучающимся в одном из двух вариантов (либо в обоих из них):

- в электронном виде - через электронные библиотечные системы на основании заключенных КФУ договоров с правообладателями и предоставленных доступов НЧИ КФУ;

- в печатном виде - в фонде библиотеки Набережночелнинского института (филиала) КФУ. Обучающиеся получают учебную литературу на абонементе по читательским билетам в соответствии с правилами пользования библиотекой.

Электронные издания доступны дистанционно из любой точки при введении обучающимся своего логина и пароля от личного кабинета в системе "Электронный университет". При использовании печатных изданий библиотечный фонд должен быть укомплектован ими из расчета не менее 0,5 экземпляра каждого из изданий основной литературы и не менее 0,25 экземпляра дополнительной литературы на каждого обучающегося из числа лиц, одновременно осваивающих данную дисциплину.

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля), находится в Приложении 2 к рабочей программе дисциплины. Он подлежит обновлению при изменении условий договоров КФУ с правообладателями электронных изданий и при изменении комплектования фондов библиотеки Набережночелнинского института (филиала) КФУ.

#### **8. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

EqWorld Мир математических уравнений - <http://eqworld.ipmnet.ru>

Math24.ru Высшая математика - <http://math24.ru>

Естественно-научный образовательный портал - <http://www.en.edu.ru>

Интернет-портал ресурсов по математике - <http://www.math.ru>

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Вид работ	Методические рекомендации
лекции	На лекциях излагается теоретический материал. Причём конспект лекций, остающийся у студентов в результате их прослушивания, не может полностью заменить учебника, его цель - формулировка основных утверждений и определений. Прослушав лекцию, студент должен ознакомиться с более подробным изложением материала в учебниках из списка основной и дополнительной литературы. Лекции могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
практические занятия	Изучение дисциплины подразумевает не только овладение теоретическим материалом, но и получение практических навыков решения задач на аудиторных практических занятиях, для более глубокого понимания разделов дисциплины, а также развитие абстрактного мышления и способности самостоятельно доказывать частные утверждения. Практические занятия могут проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
самостоятельная работа	Самостоятельная работа - это вид занятия, на котором обучающиеся с определённой долей самостоятельности выполняют различного рода задания, прилагая необходимые для этого умственные усилия и проявляя навыки самоконтроля и самокоррекции. Самостоятельная работа включает в себя: изучение теоретического материала по конспектам лекций и учебникам; выполнение письменных домашних заданий; подготовку к аудиторным контрольным работам; подготовку к теоретическим опросам на практических занятиях; подготовку к экзамену.
устный опрос	Устный опрос на практическом занятии предполагает, как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. При подготовке к устному опросу теоретического материала следует ориентироваться на конспекты лекций, а также учебники из рекомендованного списка литературы. Устный опрос может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий в команде "Microsoft Teams".
письменное домашнее задание	Для выполнения домашних практических заданий обучающийся должен повторить соответствующий теоретический материал, внимательно, с выполнением всех действий на бумаге, разобрать решённые на аудиторном практическом занятии примеры и после этого приступить к решению задач, предложенных для самостоятельного решения. Практические задания, выполненные в аудитории, предназначены для указания общих методов решения задач определённого типа. Закрепить навыки, можно лишь самостоятельно выполнив домашние практические задания. Выполнение домашних заданий проверяется преподавателем на практическом занятии. При выполнении письменного домашнего задания необходимо придерживаться следующих правил: 1) задание должно быть выполнено в отдельной ученической тетради с полями не менее 3 см для замечаний



Вид работ	Методические рекомендации
	<p>преподавателя; 2) вначале указываются название дисциплины; номера решаемых задач; Ф.И.О. студента, выполнившего работу, его номер группы; 3) условия задач переписываются полностью, без сокращения слов; приводится подробное решение задач (чертежи можно выполнять аккуратно от руки), в конце решения приводится ответ; 4) в работу должны быть включены все задачи, указанные в задании, строго по порядку номеров; 5) выполненная работа сдаётся на проверку; если в работе имеются ошибки, студент должен выполнить все требования преподавателя, изложенные в рецензии и сдать работу с исправлениями на повторную проверку; 6) никакие исправления в тексте уже проверенной работы не допускаются; все исправления записываются после рецензии преподавателя с указанием номера задачи, к которой относятся дополнения и исправления; 7) работа может быть выполнена заново в случае выявления серьёзных замечаний и ошибок.</p>
контрольная работа	<p>При подготовке к аудиторным контрольным работам следует повторить соответствующий теоретический материал, а также просмотреть практические задания, которые разбирались и решались на аудиторных занятиях и дома. Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы 1 час 30 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и дистанционно, с применением современных цифровых образовательных технологий, на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams", в Виртуальной аудитории.</p>
зачет	<p>Зачёт может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной зачётной работы. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают зачёт на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Письменная зачётная работа содержит 14-16 заданий, время выполнения - 90 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче зачёта необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации.</p>
экзамен	<p>Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий, обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах: в команде "Microsoft Teams". Билет содержит два теоретических вопроса и пример, время на подготовку к ответу - 20 минут. Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при решении практических заданий. При подготовке к сдаче экзамена необходимо опираться, прежде всего, на конспекты лекций и рекомендованные источники информации, весь объём работы рекомендуется распределять равномерно по дням, отведённым для подготовки к экзамену и контролировать каждый день выполнения работы.</p>

## **10. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем, представлен в Приложении 3 к рабочей программе дисциплины (модуля).

## **11. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Материально-техническое обеспечение образовательного процесса по дисциплине (модулю) включает в себя следующие компоненты:

Помещения для самостоятельной работы обучающихся, укомплектованные специализированной мебелью и оснащенные компьютерной техникой с возможностью подключения к сети "Интернет" и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду КФУ.

Учебные аудитории – помещения для проведения занятий лекционного типа, занятий семинарского типа, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации укомплектованные специальной мебелью и оборудованием.

## **12. Средства адаптации преподавания дисциплины к потребностям обучающихся инвалидов и лиц с ограниченными возможностями здоровья**

При необходимости в образовательном процессе применяются следующие методы и технологии, облегчающие восприятие информации обучающимися инвалидами и лицами с ограниченными возможностями здоровья:

- создание текстовой версии любого нетекстового контента для его возможного преобразования в альтернативные формы, удобные для различных пользователей;

- создание контента, который можно представить в различных видах без потери данных или структуры, предусмотреть возможность масштабирования текста и изображений без потери качества, предусмотреть доступность управления контентом с клавиатуры;

- создание возможностей для обучающихся воспринимать одну и ту же информацию из разных источников - например, так, чтобы лица с нарушениями слуха получали информацию визуально, с нарушениями зрения - аудиально;

- применение программных средств, обеспечивающих возможность освоения навыков и умений, формируемых дисциплиной, за счёт альтернативных способов, в том числе виртуальных лабораторий и симуляционных технологий;

- применение дистанционных образовательных технологий для передачи информации, организации различных форм интерактивной контактной работы обучающегося с преподавателем, в том числе вебинаров, которые могут быть использованы для проведения виртуальных лекций с возможностью взаимодействия всех участников дистанционного обучения, проведения семинаров, выступления с докладами и защиты выполненных работ, проведения тренингов, организации коллективной работы;

- применение дистанционных образовательных технологий для организации форм текущего и промежуточного контроля;

- увеличение продолжительности сдачи обучающимся инвалидом или лицом с ограниченными возможностями здоровья форм промежуточной аттестации по отношению к установленной продолжительности их сдачи;

- продолжительности сдачи зачёта или экзамена, проводимого в письменной форме, - не более чем на 90 минут;

- продолжительности подготовки обучающегося к ответу на зачёте или экзамене, проводимом в устной форме, - не более чем на 20 минут;

- продолжительности выступления обучающегося при защите курсовой работы - не более чем на 15 минут.

Программа составлена в соответствии с требованиями ФГОС ВО и учебным планом по направлению 01.03.02 "Прикладная математика и информатика"

Приложение №1  
к рабочей программе дисциплины (модуля)  
Дифференциальные уравнения

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Федеральное государственное автономное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Казанский (Приволжский) федеральный университет»

Набережночелнинский институт (филиал)  
Отделение информационных технологий и энергетических систем

**Фонд оценочных средств по дисциплине (модулю)**  
Дифференциальные уравнения

Направление подготовки/специальность: 01.03.02 – Прикладная математика и информатика  
Направленность (профиль) подготовки: нет  
Квалификация выпускника: бакалавр  
Форма обучения: очная  
Язык обучения: русский  
Год начала обучения по образовательной программе: 2018

## СОДЕРЖАНИЕ

1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)
2. Критерии оценивания сформированности компетенций
3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию
4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания
  - 4.1. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ТЕКУЩЕГО КОНТРОЛЯ
    - 4.1.1. Устный опрос
      - 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.1.2. Критерии оценивания
      - 4.1.1.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.2. Письменное домашнее задание
      - 4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.2.2. Критерии оценивания
      - 4.1.2.3. Содержание оценочного средства
    - 4.1.3. Контрольная работа
      - 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.1.3.2. Критерии оценивания
      - 4.1.3.3. Содержание оценочного средства
  - 4.2. ОЦЕНОЧНЫЕ СРЕДСТВА ПРОМЕЖУТОЧНОЙ АТТЕСТАЦИИ
    - 4.2.1. Зачёт. Устный/письменный ответ на вопросы.
      - 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.2.1.2. Критерии оценивания
      - 4.2.1.3. Оценочные средства
    - 4.2.2. Экзамен. Устный/письменный ответ на вопросы.
      - 4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания
      - 4.2.2.2. Критерии оценивания
      - 4.2.2.3. Оценочные средства

**1. Соответствие компетенций планируемым результатам обучения по дисциплине (модулю)**

Код и наименование компетенции	Проверяемые результаты обучения для данной дисциплины	Оценочные средства текущего контроля и промежуточной аттестации
ОК-7 - способность к самоорганизации и самообразованию	<p><b>Знать</b> о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, в формировании профессиональных компетенций.</p> <p><b>Уметь</b> организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваться на главном, разбивать задачу на этапы и последовательно их решать; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать математическими знаниями и навыками их применения в профессиональной деятельности.</p> <p><b>Владеть</b> умением планировать личное время, правильно организовать свой труд; способностью к самоанализу, самоконтролю и самообразованию.</p>	<p><b>3 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>            1. Устный опрос.            2. Письменное домашнее.            3. Контрольная работа.  <b>Промежуточная аттестация:</b>            Зачёт.</p> <p><b>4 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>            1. Устный опрос.            2. Письменное домашнее задание.            3. Контрольная работа.  <b>Промежуточная аттестация:</b>            экзамен.</p>
ОПК-1– способность использовать базовые знания естественных наук, математики и информатики, основные факты, концепции, принципы теорий, связанных с прикладной математикой и информатикой	<p><b>Знать</b> основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p><b>Уметь</b> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой</p> <p><b>Владеть</b> математическим аппаратом дифференциальных</p>	<p><b>3 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>            1. Устный опрос по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ); обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.            2. Письменное домашнее задание по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ); обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.            3. Контрольная работа по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ);</p>

	<p>уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.</p>	<p>обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.  <b>Промежуточная аттестация:</b>  Зачёт.  <b>4 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>  1. Устный опрос по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ; ДУ первого порядка с частными производными.  2. Письменное домашнее задание по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ; ДУ первого порядка с частными производными.  3. Контрольная работа по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ.  <b>Промежуточная аттестация:</b>  экзамен.</p>
<p>ПК-2 – способность понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат</p>	<p><b>Знать</b> основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.  <b>Уметь</b> применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности.  <b>Владеть</b> основными понятиями и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p><b>3 семестр обучения.</b>  <b>Текущий контроль:</b>  1. Устный опрос по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ); обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.  2. Письменное домашнее задание по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ); обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.</p>

		<p>3. Контрольная работа по темам: общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ); обыкновенные ДУ первого порядка; обыкновенные ДУ высших порядков; линейные ДУ высших порядков.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> Зачёт.</p> <p><b><u>4 семестр обучения.</u></b></p> <p><b>Текущий контроль:</b></p> <p>1. Устный опрос по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ; ДУ первого порядка с частными производными.</p> <p>2. Письменное домашнее задание по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ; ДУ первого порядка с частными производными.</p> <p>3. Контрольная работа по темам: приближённые методы решения обыкновенных ДУ; системы обыкновенных ДУ; устойчивость решений систем обыкновенных ДУ.</p> <p><b>Промежуточная аттестация:</b> экзамен.</p>
--	--	--



## 2. Критерии оценивания сформированности компетенций

Компетенция	Зачтено			Не зачтено
	Высокий уровень (отлично) (86-100 баллов)	Средний уровень (хорошо) (71-85 баллов)	Низкий уровень (удовлетворительно) (56-70 баллов)	Ниже порогового уровня (неудовлетворительно) (0-55 баллов)
ОК-7	<p><u>Знает</u> о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, об особенностях и технологиях их реализации для формирования профессиональных компетенций.</p>	<p><u>Знает</u> о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, о некоторых особенностях и технологиях их реализации для формирования профессиональных компетенций.</p>	<p><u>Знает</u> о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, в формировании профессиональных компетенций.</p>	<p><u>Не знает</u> о роли самоорганизации и самообразования в современном динамично развивающемся мире, в формировании профессиональных компетенций.</p>
	<p><u>Умеет</u> организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваясь на главном; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать необходимыми математическими знаниями и навыками их применения в профессиональной деятельности.</p>	<p><u>Умеет</u> организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваясь на главном; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать некоторыми математическими знаниями, необходимыми для последующего их применения в профессиональной деятельности.</p>	<p><u>Умеет</u> организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваясь на главном; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников.</p>	<p><u>Не умеет</u> организовывать свое рабочее место; эффективно использовать рабочее время, сосредотачиваясь на главном, разбивать задачу на этапы и последовательно их решать; осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать математическими знаниями и навыками их применения в профессиональной деятельности.</p>
	<p><u>Владеет</u> умением</p>	<p><u>Владеет</u> умением</p>	<p><u>Владеет</u> умением планировать</p>	<p><u>Не владеет</u> умением планировать личное</p>

	планировать личное время, правильно организовать свой труд; способностью к самоанализу, самоконтролю и самообразованию.	планировать личное время, правильно организовать свой труд; способностью к самоконтролю и самообразованию.	личное время, правильно организовать свой труд.	время, организовать свой труд; способностью к самоанализу, самоконтролю и самообразованию.
ОПК-1	<u>Знает</u> свободно основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> достаточно полно основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Знает</u> фрагментарно основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой	<u>Не знает</u> основные методы дифференциальных уравнений, определения и свойства математических объектов в этой области, формулировки утверждений, методы их доказательства и возможные сферы их приложений, связанных с прикладной математикой и информатикой
	<u>Умеет</u> уверенно решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач,	<u>Умеет</u> достаточно хорошо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных	<u>Умеет</u> слабо решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач, связанных с прикладной	<u>Не умеет</u> решать типовые задачи вычислительного и теоретического характера в области дифференциальных уравнений, обосновывать утверждения и факты; использовать знание дифференциальных уравнений для решения профессиональных задач, связанных с прикладной математикой и информатикой

	связанных с прикладной математикой и информатикой	ых задач, связанных с прикладной математикой и информатикой	математикой и информатикой	
	<u>Владеет</u> в совершенстве аппаратом дифференциальных уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	<u>Владеет</u> достаточно полно аппаратом дифференциальных уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	<u>Владеет</u> с трудом аппаратом дифференциальных уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.	<u>Не владеет</u> аппаратом дифференциальных уравнений, навыками решения научных и практических задач прикладной математики и информатики, использующих аппарат данной дисциплины.
ПК-2	<u>Знает</u> свободно основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> достаточно полно основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Знает</u> фрагментарно основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.	<u>Не знает</u> основные понятия и методы дифференциальных уравнений, позволяющие понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения задач профессиональной деятельности.
	<u>Умеет</u> уверенно применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> достаточно хорошо применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности.	<u>Умеет</u> слабо применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности.	<u>Не умеет</u> применять современный математический аппарат дифференциальных уравнений в профессиональной деятельности.
	<u>Владеет</u> в совершенстве	<u>Владеет</u> основными	<u>Владеет</u> основными	<u>Не владеет</u> основными

	<p>основными понятиями и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>понятиями и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>понятиями и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>	<p>понятиями и методами дифференциальных уравнений, позволяющими понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат для решения профессиональных задач.</p>
--	--	--	--	--

### 3. Распределение оценок за формы текущего контроля и промежуточную аттестацию

#### 3 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос – 14 баллов;

Письменное домашнее задание – 14 баллов;

Контрольная работа – 22 балла.

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация:

Зачёт – 50 баллов. Общее количество вопросов – 30.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

#### 4 семестр:

Текущий контроль:

Устный опрос – 14 баллов;

Письменное домашнее задание – 14 баллов;

Контрольная работа – 22 балла.

...

Итого  $14+14+22 = 50$  баллов

Промежуточная аттестация:

Экзамен – 50 баллов. Общее количество вопросов – 30.

Общее количество баллов по дисциплине за текущий контроль и промежуточную аттестацию:  $50+50=100$  баллов.

Соответствие баллов и оценок:

Для экзамена:

86-100 – отлично

71-85 – хорошо

56-70 – удовлетворительно

0-55 – неудовлетворительно

Для зачета:

56-100 – зачтено

0-55 – не зачтено

### 4. Оценочные средства, порядок их применения и критерии оценивания

#### 4.1. Оценочные средства текущего контроля

##### 4.1.1. Устный опрос

##### 4.1.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Устный опрос проводится на аудиторных практических занятиях. Устный предполагает как опрос теоретического материала по теме занятия, проводимого в его начале, так и опрос предложенных преподавателем практических и теоретических заданий по теме занятия для самостоятельного решения на аудиторном практическом занятии. Оценивается уровень домашней подготовки по теме, способность осуществлять поиск достоверной информации из различных источников и самостоятельно овладевать математическими знаниями, способность системно и логично излагать как теоретический, так и практический материал, анализировать и формулировать собственную позицию, отвечать на дополнительные вопросы.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах: - в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.1.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за устный опрос – 14.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

в ответе качественно раскрыто содержание темы, ответ хорошо структурирован, прекрасно освоен понятийный аппарат, продемонстрирован высокий уровень понимания материала и превосходное умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

основные вопросы темы раскрыты, структура ответа в целом адекватна теме, хорошо освоен понятийный аппарат, продемонстрирован хороший уровень понимания материала, хорошее умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

тема частично раскрыта, ответ слабо структурирован, понятийный аппарат освоен частично, продемонстрировано понимание отдельных положений из материала по теме и удовлетворительное умение формулировать свои мысли.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

тема не раскрыта, понятийный аппарат освоен неудовлетворительно, продемонстрировано неумение формулировать свои мысли, понимание материала фрагментарно или отсутствует.

#### **4.1.1.3. Содержание оценочного средства**

### **3 семестр.**

Примерные вопросы:

**Тема 1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ первого порядка. (6 баллов)**

Определение дифференциального уравнения, их классификация (обыкновенное, в частных производных); порядок и решение ДУ; задачи, приводящие к ДУ; основные сведения о ДУ первого порядка (формы записи, решение, интегральная кривая, начальное условие); общее, частное и особое решения; задача Коши; графическое построение решений ДУ с помощью изоклин; ДУ с разделёнными и разделяющимися переменными; однородные ДУ первого порядка и приводящие к ним; линейное ДУ первого порядка; уравнение Бернулли; уравнение в полных дифференциалах.

**Тема 2. Обыкновенные ДУ высших порядков. (4 балла)**

Основные сведения о ДУ порядка  $n$  (формы записи, решение, начальные условия); общее и частные решения; задача Коши; ДУ высших порядков, допускающие понижение порядка до первого.

**Тема 3. Линейные ДУ высших порядков. (4 балла)**

Линейно зависимые и независимые системы функций; определитель Вронского; теоремы о структуре общих решений однородных и неоднородных ЛДУ порядка  $n$ ; принцип суперпозиции частных решений; однородное ЛДУ порядка  $n$  с постоянными коэффициентами; характеристическое уравнение; нахождение ФСР и общего решения однородного ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения; нахождение частного и общего решений неоднородного ЛДУ с правой частью специального вида; метод вариации произвольных постоянных для нахождения частного решения неоднородного ЛДУ с правой частью произвольного вида; уравнение Эйлера, нахождение его решений; краевая задача для ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами, нахождение её решений.

### **4 семестр.**

Примерные вопросы:

**Тема 4. Приближённые методы решения обыкновенных ДУ. (4 балла)**

Нахождение приближённых решений задачи Коши методом последовательных приближений Пикара. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов Тейлора.

#### **Тема 5. Системы обыкновенных ДУ. (4 балла)**

Основные сведения о нормальных системах ДУ (формы записи, решение, начальные условия); общее и частные решения; задача Коши; сведение нахождения общего решения нормальной системы ДУ к нахождению общего решения ДУ порядка  $n$  методом исключения; фазовая плоскость и фазовая траектория системы, её нахождение; нормальные системы линейных ДУ (однородные и неоднородные), векторно-матричная их форма записи; фундаментальная система решений линейной однородной системы ДУ; определитель Вронского; структура общих решений однородных и неоднородных систем ЛДУ; однородная система ЛДУ с постоянными коэффициентами; характеристическое уравнение; нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения; нахождение частного и общего решений неоднородной системы ЛДУ с правой частью специального вида; метод вариации произвольных постоянных нахождение общего решения неоднородной системы ДУ с произвольной правой частью.

#### **Тема 6. Устойчивость решений систем обыкновенных ДУ. (3 балла)**

Понятие устойчивости решения нормальной системы ДУ по Ляпунову; асимптотическая устойчивость; точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в зависимости от характера корней характеристического уравнения; устойчивость решений системы ДУ по первому приближению; критерий Раусса-Гурвица.

#### **Тема 7. ДУ первого порядка с частными производными. (3 балла)**

Основные сведения (порядок уравнения, формы записи, решение, интегральная поверхность, начальное условие); линейное ДУ с частными производными первого порядка, построение его общего решения сведением к системе обыкновенных ДУ в симметричной форме.

### **4.1.2. Письменное домашнее задание**

#### **4.1.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания.**

Обучающиеся получают домашнее задание по освещению определённых теоретических вопросов или решению задач. Работа выполняется письменно дома и сдаётся преподавателю. Оцениваются: умение таким образом спланировать личное время и организовать свой труд, чтобы своевременно выполнить письменное домашнее задание и предоставить его на проверку преподавателю; владение материалом по теме работы; аналитические способности; владение методами; умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах: в команде «Microsoft Teams».

#### **4.1.2.2. Критерии оценивания**

Максимальный балл за письменное домашнее задание – 14.

#### **Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### **Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### **Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:**

правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства

##### 1 семестр.

Примерные задания:

**Тема 1. Общие сведения о дифференциальных уравнениях (ДУ). Обыкновенные ДУ первого порядка.** ( 6 баллов)

Задачи, приводящие к ДУ первого порядка. Графическое построение решений ДУ с помощью изоклин. Нахождение решений ДУ с разделёнными и разделяющимися переменными. Нахождение решений однородных ДУ первого порядка и приводящих к ним. Нахождение решений линейных ДУ первого порядка. Нахождение решений уравнений Бернулли. Нахождение решений уравнений в полных дифференциалах.

**Тема 2. Обыкновенные ДУ высших порядков.** (4 балла)

Нахождение решений простейших ДУ высших порядков. Нахождение решений ДУ высших порядков, допускающих понижение порядка.

**Тема 3. Линейные ДУ высших порядков.** (4 балла)

Нахождение ФСР и общего решения однородного ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения. Нахождение частного и общего решений неоднородного ЛДУ с правой частью специального вида. Нахождение частного и общего решений неоднородного ЛДУ с использованием принципа суперпозиции частных решений. Нахождение частного и общего решений неоднородного ЛДУ с правой частью произвольного вида методом вариации произвольных постоянных.

##### 2 семестр.

Примерные задания:

**Тема 4. Приближённые методы решения обыкновенных ДУ.** (4 балла)

Эквивалентность решения задачи Коши решению интегрального уравнения; нахождение приближённых решений задачи Коши методом последовательных приближений Пикара; интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов Тейлора.

**Тема 5. Системы обыкновенных ДУ.** (4 балла)

Нахождение решений нормальной однородной системы ДУ методом исключения. Нахождение решений нормальной неоднородной системы ДУ методом исключения. Нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ для различных типов корней характеристического уравнения. Нахождение решений неоднородной системы ЛДУ с правой частью специального вида. Нахождение частного и общего решений неоднородной системы ДУ с произвольной правой частью методом вариации произвольных постоянных.

**Тема 6. Устойчивость решений систем обыкновенных ДУ.** (3 балла)

Исследование устойчивости точек покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами в зависимости от характера корней характеристического уравнения. Исследование устойчивости решений системы ДУ по первому приближению, по критерию Раунса-Гурвица.

**Тема 7. ДУ первого порядка с частными производными.** (3 балла)

Нахождение решений линейных ДУ с частными производными первого порядка.



### 4.1.3. Контрольная работа

#### 4.1.3.1. Порядок проведения и процедура оценивания.

Проводится контрольная работа по индивидуальным заданиям, предложенным преподавателем. Время выполнения контрольной работы - 90 минут. Контрольная работа может проводиться как в традиционной форме в аудитории, так и в форме письменной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Оцениваются: умение организовать своё рабочее место и эффективно распределить время, отведённое на выполнение контрольной работы, сосредотачиваясь на главном; владение материалом по теме работы; аналитические способности; владение методами; умения и навыки, необходимые для выполнения заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся выполняют задания на следующих платформах и ресурсах:

- в команде «Microsoft Teams»;
- в Виртуальной аудитории.

#### 4.1.3.2. Критерии оценивания

Максимальный балл за контрольную работу – 22.

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 86-100% заданий, продемонстрирован высокий уровень владения материалом, проявлены превосходные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 71-85% заданий, присутствуют незначительные ошибки, продемонстрирован хороший уровень владения материалом, проявлены средние способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 56-70% заданий, присутствуют серьёзные ошибки, продемонстрирован удовлетворительный уровень владения материалом, проявлены низкие способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если у обучающегося:** правильно выполнены 0-55% заданий, продемонстрирован неудовлетворительный уровень владения материалом, проявлены недостаточные способности применять знания и умения к выполнению конкретных заданий.

#### 4.1.2.3 Содержание оценочного средства

##### 3 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) классификация ДУ первого порядка;
- 2) нахождение решения ДУ с разделяющимися переменными;
- 3) нахождение решения однородного ДУ первого порядка;
- 4) нахождение решения уравнения в полных дифференциалах;
- 5) нахождение решения линейного ДУ первого порядка;
- 6) нахождение решения уравнения Бернулли;
- 7) нахождение решений простейших ДУ высших порядков;
- 8) нахождение решений ДУ, допускающих понижение порядка;
- 9) нахождение решения однородного ЛДУ высшего порядка с постоянными коэффициентами;
- 10) нахождение решения неоднородного ЛДУ высшего порядка с правой частью специального вида.

#### Варианты контрольной работы.

##### Вариант №1.

№	Задания	Ответы
---	---------	--------

<b>1</b>	Соответствие ДУ 1-го порядка его названию: <b>1:</b> $x^2(2x+y)dx = dy$ <b>1:</b> линейное <b>2:</b> $y'x + y + \sin(x^2)y^2 = 0$ <b>2:</b> Бернулли <b>3:</b> $y = x \cdot (y' - e^{y/x})$ <b>3:</b> однородное <b>4:</b> $x^2(yu' + 2) = x - 1$ <b>4:</b> с раздел.перем. <b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу ДУ и их названий.</b>	1-1 2-2 3-3 4-4
<b>2</b>	Найти общее решение ДУ с разделяющимися переменными (предварительно убедившись в этом) $y \cdot (1 + \ln y) + x \cdot y' = 0$ . <b>Записать ответ.</b>	$\ln  x  + \ln  1 + \ln y  = c$
<b>3</b>	Найти общее решение однородного ДУ первого порядка (предварительно убедившись в этом) $xy' = y + \sqrt{25x^2 - y^2}$ <b>Записать ответ.</b>	$\arcsin(y/5x) - \ln  x  = C$
<b>4</b>	Найти общее решение уравнения в полных дифференциалах (предварительно убедившись в этом) $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0$ . <b>Записать ответ.</b>	$x^3e^y - y = C$ .
<b>5</b>	Найти общее и частное решения линейного ДУ первого порядка (предварительно убедившись в этом) $y' + 2xy = x \cdot e^{-x^2} \sin x$ , $y(0) = 1$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = e^{-x^2}(-x \cos x + \sin x + C)$ $y_0 = e^{-x^2}(-x \cos x + \sin x + 1)$
<b>6</b>	Найти общее решение уравнения Бернулли (предварительно убедившись в этом) $2(xy' + y) = xy^2$ . <b>Записать ответ.</b>	$\frac{1}{y} = Cx - \frac{x}{2} \ln  x $
<b>7</b>	Найти общее решение простейшего ДУ второго порядка: $y'' = 3 - \sin 4x$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = \frac{3x^2}{2} + \frac{\sin 4x}{16} + C_1x + C_2$
<b>8</b>	Найти общее решение ДУ, допускающего понижение порядка: $x^4y'' + x^3y' = 1$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = C_1 \ln  x  + C_2 + 1/4x^2$
<b>9</b>	Для однородного ЛДУ 2-ого порядка с постоянными коэффициентами: $y'' - 4y' + 3y = 0$ найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 6$ , $y'(0) = 10$ . <b>Записать ответ.</b>	$y_0 = 4e^x + 2e^{3x}$
<b>10</b>	Для НЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 4y' - 5y = 50 \cos x$ найти общее решение. <b>Записать ответ.</b>	$y_0 = C_1e^{-5x} + C_2e^x$ $y = y_0 - \frac{75}{13} \cos x + \frac{50}{13} \sin x$

### Вариант №2.

№	Задания	Ответы
<b>1</b>	Соответствие дифференциального уравнения его названию: <b>1:</b> $y \ln^3 y + y' \sqrt{x+2} = 0$ <b>1:</b> линейное <b>2:</b> $x y' = 3\sqrt{x^2 + y^2} + y$ <b>2:</b> Бернулли <b>3:</b> $x y' + y - \sin x = 0$ <b>3:</b> однородное <b>4:</b> $x^2 y' + 3xy = y^2(2 + x^3)$ <b>4:</b> с разделяющимися переменными	<b>1-4</b> <b>2-3</b> <b>3-1</b> <b>4-2</b>

	<b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу ДУ и их названий.</b>	
2	Найти общее решение ДУ с разделяющимися переменными (предварительно убедившись в этом) $\sqrt{9+y^2} dx - y dy = x^2 y dy$ . <b>Записать ответ.</b>	$\sqrt{9+y^2} = \arctg x + C$
3	Найти общее решение однородного ДУ первого порядка (предварительно убедившись в этом) $(x^2 - y^2)dx + x y dy = 0$ . <b>Записать ответ.</b>	$\ln  x  + \frac{y^2}{2x^2} = C$
4	Найти общее решение уравнения в полных дифференциалах (предварительно убедившись в этом) $(3x^2 + 4y^2)dx + (8xy + e^y)dy = 0$ . <b>Записать ответ.</b>	$x^3 + 4xy^2 + e^y = C$ .
5	Найти общее и частное решения линейного ДУ первого порядка (предварительно убедившись в этом) $y' + 2xy = (1+x)e^{-x^2}$ , $y(0) = 1$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = e^{-x^2} \left( C + x + \frac{x^2}{2} \right)$ $y_0 = e^{-x^2} \left( 1 + x + \frac{x^2}{2} \right)$
6	Найти общее решение уравнения Бернулли (предварительно убедившись в этом) $3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}$ . <b>Записать ответ.</b>	$y^3 = Ce^{-x^2} - e^{-2x^2}$
7	Найти общее решение простейшего ДУ второго порядка: $y'' = 4 + \cos 2x$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = 2x^2 - \frac{1}{4} \cos 2x + C_1 x + C_2$
8	Найти общее решение ДУ, допускающего понижение порядка: $y'' \cdot x \cdot \ln x = y'$ . <b>Записать ответ.</b>	$y = c_1 x (\ln x - 1) + c_2$
9	Для однородного ЛДУ 2-ого порядка с постоянными коэффициентами: $y'' - 5y' - 6y = 0$ найти частное решение, удовлетворяющее начальным условиям: $y(0) = 1$ , $y'(0) = -1$ . <b>Записать ответ.</b>	$y_{\text{част}} = e^{-x}$
10	Для НЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами $y'' + 2y' + 5y = -\sin 2x$ найти общее решение. <b>Записать ответ.</b>	$y_0 = C_1 e^{-x} \cos 2x + C_2 e^{-x} \sin 2x$ $y = y_0 + \frac{4}{17} \cos 2x - \frac{1}{17} \sin 2x$

#### 4 семестр.

Содержание аудиторной контрольной работы:

- 1) нахождение приближённых решений задачи Коши для ДУ первого порядка методом последовательных приближений Пикара;
- 2) интегрирование дифференциальных уравнений первого порядка с помощью степенных рядов Тейлора;
- 3) интегрирование дифференциальных уравнений высшего порядка с помощью степенных рядов Тейлора;
- 4) нахождение решения однородной системы ДУ методом исключения;
- 5) нахождение решения неоднородной системы ДУ методом исключения;
- 6) нахождение решения однородной системы ЛДУ с постоянными коэффициентами через характеристическое уравнение;

- 7) нахождение решения неоднородной системы ЛДУ с постоянными коэффициентами через характеристическое уравнение;
- 8) нахождение частного и общего решений неоднородной системы ДУ с произвольной правой частью методом вариации произвольных постоянных;
- 9) исследование устойчивости точек покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами в зависимости от характера корней характеристического уравнения;
- 10) исследование устойчивости решений системы ДУ по первому приближению, по критерию Раусса-Гурвица.

### Варианты контрольной работы.

#### Вариант №1.

- 1) Построить последовательные приближения  $y_0, y_1, y_2$  к решению НДУ с заданными начальными условиями:  $y' = 1 - (1 + x)y + y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
- 2) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y' = y^2 + x^3$ ,  $y(0) = 1/2$  (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).
- 3) Проинтегрировать приближённо с помощью ряда Тейлора уравнение  $y'' = \frac{y'}{y} - \frac{1}{x}$ ,  $y(1) = 1, y'(1) = 0$ , взяв три первых члена разложения, отличных от нуля.
- 4) Найти общее решение однородной системы ДУ (методом исключения):
 
$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = 4x(t) + 6y(t) \end{cases}.$$
- 5) Найти общее решение неоднородной системы ДУ (методом исключения):
 
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + y(t) + e^t \end{cases}.$$
- 6) Найти общее решение однородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами (с помощью характеристического уравнения):
 
$$\begin{cases} x_1'(t) = x_1(t) + x_2(t) \\ x_2'(t) = -2x_1(t) + 3x_2(t) \end{cases}.$$
- 7) Найти общее решение неоднородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами (с помощью характеристического уравнения):
 
$$\begin{cases} x_1'(t) = 6x_1(t) + x_2(t) + t \\ x_2'(t) = 5x_1(t) + 2x_2(t) + 1 \end{cases}.$$
- 8) Найти решение системы ДУ методом вариации произвольных постоянных
 
$$\begin{cases} x'(t) = y - 5 \cos t \\ y'(t) = 2x + y \end{cases}.$$
- 9) Определить характер точки покоя следующей системы:
 
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = -3x(t) + y(t) \end{cases}.$$
- 10) Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы ДУ
 
$$\begin{cases} x'(t) = 5x + y \cos y \\ y'(t) = 3x + 2y - y^3 e^y \end{cases}$$

## Вариант №2.

1) Построить последовательные приближения  $y_0, y_1$  к решению НДУ с заданными начальными условиями:  $y' = y^2 + xy + x^2, y(0) = 1$ .

2) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y' = y^3 - x, y(0) = 1$  (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).

3) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y'' = xy' - y^2, y(0) = 1, y'(0) = 2$ , (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).

4) Найти общее решение однородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 4y(t) \end{cases}$$

5) Найти общее решение неоднородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = -y + e^{3t} \\ y'(t) = -x + 2e^{3t} \end{cases}$$

6) Найти общее решение однородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами (с помощью характеристического уравнения):  $\begin{cases} x_1'(t) = 2x_1(t) - x_2(t) \\ x_2'(t) = 4x_1(t) + 6x_2(t) \end{cases}$

7) Найти общее решение неоднородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами (с помощью характеристического уравнения):  $\begin{cases} x_1'(t) = 3x_1(t) - 2x_2(t) + t \\ x_2'(t) = 3x_1(t) - 4x_2(t) \end{cases}$

8) Найти решение системы ДУ методом вариации произвольных постоянных  $\begin{cases} x'(t) = y + tg^2t - 1 \\ y'(t) = -x + tgt \end{cases}$

9) Определить характер точки покоя следующей системы:  $\begin{cases} x'(t) = -x(t) + 3y(t) \\ y'(t) = -x(t) + 2y(t) \end{cases}$

10) Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы ДУ  $\begin{cases} x'(t) = 7x + 2\sin y \\ y'(t) = e^x - 3y - 1 \end{cases}$

## 4.2. Оценочные средства промежуточной аттестации

### 4.2.1. Зачёт. Устный/письменный ответ на вопросы

#### 4.2.1.1. Порядок проведения и процедура оценивания

Зачёт может проводиться как в устно-письменной форме по билетам, так и в форме письменной зачётной работы с применением современных цифровых образовательных технологий. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Письменная зачётная работа содержит 14-16 заданий (время выполнения теста - 90 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают зачёт на следующих платформах и ресурсах:- в команде «Microsoft Teams».

#### 4.2.1.2. Критерии оценивания

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, при ответе использовал примеры практического применения рассматриваемого теоретического материала, ответил на все дополнительные вопросы, ответ четкий и хорошо структурированный, освоен понятийный аппарат. Письменная зачётная работа выполнена без ошибок.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся дал полный ответ на все вопросы, однако испытывал затруднение с приведением практических примеров применения рассматриваемого теоретического материала, ответил не на все дополнительные вопросы, ответ структурирован, освоен понятийный аппарат. Письменная зачётная работа выполнена с незначительными ошибками.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся раскрыл вопросы лишь частично, не смог привести практические примеры применения рассматриваемого теоретического материала, частично ответил на некоторые из дополнительных вопросов, допускает несущественные ошибки при использовании понятийного аппарата. Письменная зачётная работа выполнена частично, допущены ошибки.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:**

Обучающийся не ответил на вопросы или же ответы не соответствовали заданным вопросам, не дал адекватного ответа на дополнительные вопросы, допускает грубые ошибки при использовании понятийного аппарата или не использует понятийный аппарат предметной области вовсе. Письменная зачётная работа не выполнена или выполнена с грубыми ошибками.

**4.2.1.3. Оценочные средства**

**3 семестр.**

**Вопросы к зачёту:**

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка, различные формы его записи.
2. Решение, начальные условия, общее и частное решения ДУ первого порядка.
3. Задача Коши для ДУ первого порядка и условия её разрешимости.
4. Геометрическая интерпретация ДУ первого порядка.
5. Графическое построение решений ДУ с помощью изоклин.
6. ДУ с разделёнными и разделяющимися переменными, их решение.
7. Однородные ДУ первого порядка, их решение.
8. ДУ первого порядка, приводящие к однородным.
9. Линейное ДУ первого порядка и его решение.
10. Уравнение Бернулли.
11. ДУ первого порядка в полных дифференциалах.
12. Дифференциальное уравнение порядка  $n$ , различные формы его записи.
13. Решение, начальные условия, общее и частное решения ДУ порядка  $n$ .
14. Задача Коши для ДУ порядка  $n$  и условия её разрешимости.
15. ДУ порядка  $n$ , допускающие понижение порядка, их решение.
16. Понятие линейной зависимости и независимости системы функций. Определитель Вронского.
17. Условия линейной зависимости и независимости систем функций.
18. Линейное ДУ порядка  $n$ . Однородные и неоднородные ЛДУ. Свойства частных решений ОЛДУ.
19. Фундаментальная система решений ОЛДУ.
20. Теорема о структуре общего решения однородного ЛДУ порядка  $n$  (на примере  $n=2$ ).
21. Теорема о структуре общего решения неоднородного ЛДУ порядка  $n$  (на примере  $n=2$ ).
22. Принцип суперпозиции частных решений.
23. ОЛДУ порядка  $n$  с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.

24. Нахождение ФСР и общего решения ОЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и различные.
25. Нахождение ФСР и общего решения ОЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и есть кратные.
26. Нахождение ФСР и общего решения ОЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения комплексно-сопряжённые.
27. Нахождение частного решения НЛДУ порядка  $n$  с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида.
28. Метод вариации произвольных постоянных нахождения частного и общего решений НЛДУ порядка  $n$  с постоянными коэффициентами и произвольной правой частью.
29. Уравнение Эйлера, нахождение его решения сведением к линейному ДУ. Характеристическое уравнение для однородного уравнения Эйлера, построение фундаментальной системы его решений.
30. Постановка краевой задачи для ЛДУ второго порядка с постоянными коэффициентами, её разрешимость.

### Задачи к зачёту:

- 1) Найти общий интеграл ДУ первого порядка с разделяющимися переменными:  

$$\sqrt{2-y^2} y' + 2(y^2 x + x) = 0.$$
- 2) Найти общее решение НДУ с разделяющимися переменными  

$$4x dx - 3y dy = 3x^2 y dy - 2xy^2 dx.$$
- 3) Найти общий интеграл однородного ДУ первого порядка:  $4x - 3y + y'(2y - 3x) = 0.$
- 4) Найти общее решение однородного НДУ первого порядка  $xy' = 2\sqrt{x^2 + y^2} + y.$
- 5) Найти общее и частное решения линейного ДУ первого порядка:  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}, \quad y(1) = 1.$
- 6) Найти общее и частное решения линейного ДУ первого порядка  $y' - \frac{y}{x+1} = e^x(x+1),$   
 $y(0) = 1.$
- 7) Найти общее решение уравнения Бернулли  $2(xy' + y) = xy^2.$
- 8) Найти общее решение уравнения Бернулли  $3y' + 2xy = 2xy^{-2}e^{-2x^2}.$
- 9) Найти общее решение уравнения в полных дифференциалах  

$$\left(xy^2 + \frac{x}{y^2}\right)dx + \left(x^2y - \frac{x^2}{y^3}\right)dy = 0.$$
- 10) Найти общее решение уравнения в полных дифференциалах  $3x^2e^y dx + (x^3e^y - 1)dy = 0.$
- 11) Найти общее решение простейшего ДУ порядка  $n$ :  $y'' = e^{-3x}.$
- 12) Найти общее решение простейшего ДУ порядка  $n$ :  $y''' = 2x + \sin 3x$
- 13) Найти общее решение ДУ, допускающего понижение порядка до первого:  $y'''x \ln x = y''$
- 14) Найти общее решение ДУ, допускающего понижение порядка до первого:  $2xy''' = y''$
- 15) Найти общее и частное решения ОЛДУ 2-ого порядка с постоянными коэффициентами:  
 $y'' - 5y' + 6y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 2.$
- 16) Найти общее и частное решения ОЛДУ 2-ого порядка с постоянными коэффициентами:  
 $y'' + 3y' + 2y = 0, \quad y(0) = 1, \quad y'(0) = 0.$
- 17) Найти общее решение дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:  $y'' + 4y' - 5y = 50 \cos x.$

18) Найти общее решение дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:  $y''+2y'+5y = -\sin 2x$ .

19) Найти решение задачи Коши (методом вариации произвольных постоянных):

$$y'' + \pi^2 y = \frac{\pi^2}{\cos \pi x}, \quad y(0) = 3, \quad y'(0) = 0$$

20) Найти решение задачи Коши (методом вариации произвольных постоянных):

$$y'' + 3y' = \frac{9e^{3x}}{1+e^{3x}}, \quad y(0) = 0, \quad y'(0) = 3 - \ln 8$$

**Примеры билетов для устно письменной формы сдачи зачёта (50 баллов):**

---

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Дифференциальные уравнения (3 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2018г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Понятие дифференциального уравнения первого порядка, различные формы его записи. Решение, начальные условия, общее и частное решения ДУ первого порядка.

2. Теорема о структуре общего решения однородного ЛДУ порядка n (на примере n=2).

3. **Задача.** Найти общее и частное решения линейного ДУ первого порядка:  $y' - \frac{y}{x} = -\frac{2}{x^2}$ ,  $y(1)=1$ .

Составил профессор

Н.С.Габбасов

---

---

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Дифференциальные уравнения (3 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2018г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Линейное ДУ первого порядка и его решение. Уравнение Бернулли.

2. Теорема о структуре общего решения неоднородного ЛДУ порядка n (на примере n=2).

3. **Задача.** Найти общее решение дифференциального уравнения 2-ого порядка с постоянными коэффициентами и правой частью специального вида:  $y''+4y'-5y = 50 \cos x$ .

Составил профессор

Н.С.Габбасов

---

---

При сдаче зачёта с применением цифровых образовательных технологий формируется зачётная письменная работа, состоящая из 14-16 заданий. Оценивается в **50 баллов**.

**Темы заданий письменной зачётной работы:**

1) Простейшее ДУ первого порядка. ДУ первого порядка с разделёнными переменными.

2) ДУ первого порядка с разделяющимися переменными.



- 3) Линейное ДУ первого порядка.
- 4) Простейшее ДУ высшего порядка.
- 5) ДУ высшего порядка, допускающие понижение порядка.
- 6) Однородные ЛДУ с постоянными коэффициентами.
- 7) Неоднородные ЛДУ с постоянными коэффициентами.
- 8) Дифференциальные уравнения (теоретические задания)

**Задания письменной зачётной работы  
«Дифференциальные уравнения-1»**

№п/п	Задания	Ответы
<b>1.</b>	<b>Простейшее ДУ первого порядка. ДУ с разделёнными переменными.</b>	
<b>1.1</b>	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{dy}{\cos^2(3y)} = e^{-x} dx$ имеет вид: <b>1)</b> $tg(3y) = -e^{-x} + C$ <b>2)</b> $3tg(3y) = e^{-x} + C$ <b>3)</b> $\frac{1}{3}tg(3y) = e^{-x} + C$ <b>4)</b> $\frac{1}{3}tg(3y) = -e^{-x} + C$	<b>4)</b>
<b>1.2</b>	Дано дифференциальное уравнение $y' = 3$ . Тогда функция $y = \frac{k}{2}x + 3$ является его решением при $k$ равном: <b>1)</b> 6 <b>2)</b> 2 <b>3)</b> -3 <b>4)</b> 3 <b>5)</b> $\frac{1}{2}$	<b>1)</b>
<b>1.3</b>	Общий интеграл дифференциального уравнения $\frac{ydy}{\sqrt{2-y^2}} = \frac{xdx}{x^2+1}$ имеет вид: <b>1)</b> $-\sqrt{2-y^2} = \ln(x^2+1) + C$ <b>2)</b> $\sqrt{2-y^2} = \ln(x^2+1) + C$ <b>3)</b> $2\sqrt{2-y^2} = \ln(x^2+1) + C$ <b>4)</b> $-\sqrt{2-y^2} = \frac{1}{2}\ln(x^2+1) + C$	<b>4)</b>
<b>1.4</b>	Общее решение дифференциального уравнения $y' + tgx = 0$ имеет вид: <b>1):</b> $\ln(C \cos x)$ <b>2)</b> $\ln(\cos x) + Cx$ <b>3)</b> $-\ln(C \cos x)$ <b>4)</b> $\ln(C \sin x)$	<b>1)</b>
<b>2.</b>	<b>ДУ первого порядка с разделяющимися переменными.</b>	
<b>2.1</b>	Общее решение ДУ с разделяющимися переменными $(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0$ имеет вид: <b>1)</b> $x^2y^2 + x^2 - y^2 = C$ <b>2)</b> $2x^2y^2 + x^2 - y^2 = C$ <b>3)</b> $x^2y^2 + x^2 + y^2 = C$ <b>4)</b> $x^2y^2 - x^2 + y^2 = C$ <b>Указать номер верного ответа.</b>	<b>1)</b>
<b>2.2</b>	Частное решение дифференциального уравнения с разделяющимися переменными $ctgx \cdot y' = 2 - y$ , удовлетворяющее начальному условию $y(0) = 1$ имеет вид:	<b>1)</b>

	<p>1) <math>y = 2 - \cos x</math>                      2) <math>y = -2 + 3 \cos x</math>  3) <math>y = 2 + \cos x</math>                      4) <math>y = 1 + \sin x</math></p> <p style="text-align: center;"><b>Указать номер верного ответа.</b></p>	
2.3	<p>Частное решение дифференциального уравнения <math>(xy^2 + x)dx + (x^2y - y)dy = 0</math> при <math>y(0) = 1</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>(1 - x^2)(1 + y^2) = 2</math>            2) <math>\frac{1 - x^2}{1 + y^2} = 2</math>            3) <math>\frac{1 + y^2}{1 - x^2} = 2</math></p>	1)
2.4.	<p>Найти общее решение ДУ с разделяющимися переменными (предварительно убедившись в этом) <math>\sqrt{9 + y^2} dx - y dy = x^2 y dy</math>.</p> <p style="text-align: center;"><b>Записать ответ.</b></p>	$\sqrt{9 + y^2} = \arctg x + C$
3	<b>Линейное ДУ первого порядка.</b>	
3.1	<p>Общее решение дифференциального уравнения <math>y' + y = e^{-x}</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>y = (x + C)e^{-x}</math>                      2) <math>y = (x + C)e^x</math>  3) <math>y = x + Ce^{-x}</math>                      4) <math>y = Cx + e^{-x}</math></p>	1)
3.2	<p>Из перечисленных ниже функций общим решением дифференциального уравнения <math>y' + \frac{1}{x}y = -1</math> является:</p> <p>1) <math>y = \frac{C}{x} - \frac{x}{2}</math>                                      2) <math>y = \frac{C}{x} - \frac{2}{x}</math>  3) <math>y = Cx + \frac{x}{2}</math>                                      4) <math>y = Cx - \frac{x}{2}</math></p>	1)
3.3	<p>Пусть <math>y(x)</math> - частное решение линейного ДУ первого порядка <math>y' - \frac{y}{x} = -\ln x</math>, удовлетворяющее начальному условию <math>y(1) = 1</math>. Тогда <math>y(e) = \frac{e}{a}</math>, где <math>a</math> - целое число.</p> <p style="text-align: center;"><b>Ответ ввести в виде: a</b></p>	2
3.4	<p>Пусть <math>y(x)</math> - частное решение линейного ДУ первого порядка <math>y' + \frac{3y}{x} = \frac{2}{x^3}</math>, удовлетворяющее начальному условию <math>y(1) = 1</math>. Тогда <math>y(2) = \frac{3}{a}</math>, где <math>a</math> - целое число.</p> <p style="text-align: center;"><b>Ответ ввести в виде: a</b></p>	8
3.5	<p>Дана задача Коши: <math>y' + \operatorname{tg} x \cdot y = \cos^2 x</math>, <math>y\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{2}</math>. Тогда значение <math>y(0)</math> её решения <math>y(x)</math> равно...</p> <p style="text-align: center;"><b>Ввести ответ.</b></p>	0
4.	<b>Простейшее ДУ высшего порядка.</b>	

4.1	<p>Общим решением дифференциального уравнения <math>y'' = \sin^2 x</math> является функция:</p> <p>1) <math>\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{2} + C_1x + C_2</math>      2) <math>\frac{x^2}{2} + \frac{\cos 2x}{4} + C_1x + C_2</math></p> <p>3) <math>\frac{x^2}{4} + \frac{\cos 2x}{2} + C_1x + C_2</math>      4) <math>\frac{x^2}{4} + \frac{\cos 2x}{8} + C_1x + C_2</math></p>	4)
4.2	<p>Общее решение дифференциального уравнения <math>y'' = 8\sin(2x)</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>8\sin(2x) + C_1x + C_2</math>      2) <math>C_1 \sin(2x) + C_2</math></p> <p>3) <math>-4\sin(2x) + C_1x + C_2</math>      4) <math>-2\sin(2x) + C_1x + C_2</math></p>	4)
4.3	<p>Общее решение дифференциального уравнения <math>y'' = \frac{2}{x^3}</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>C_1x^2 + C_2</math>      2) <math>\frac{1}{x} + C_1x + C_2</math></p> <p>3) <math>\frac{C_1}{x} - C_2</math>      4) <math>x + C_1x^2 + C_2</math></p>	2)
4.4	<p>Общее решение дифференциального уравнения третьего порядка <math>y''' = e^{4x} - 24x</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>64e^{4x} - x^4 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3</math></p> <p>2) <math>\frac{1}{24}e^{4x} + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x</math></p> <p>3) <math>\frac{1}{64}e^{4x} - x^4 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3</math></p> <p>4) <math>e^{4x} - x^4 + \frac{C_1}{2}x^2 + C_2x + C_3</math></p>	3)
5	ДУ высшего порядка, допускающие понижение порядка.	
5.1	<p>Общее решение дифференциального уравнения <math>\operatorname{tg} x \cdot y'' = y' + 1</math> имеет вид:</p> <p>1) <math>y = C_1 \sin x - x + C_2</math>      2) <math>y = C_1 \sin x + x + C_2</math></p> <p>3) <math>y = C_1 \cos x - x + C_2</math>      4) <math>y = C_1 \cos x + x + C_2</math></p>	3)
5.2	<p>Общее решение дифференциального уравнения <math>\operatorname{tg} x \cdot y''' = y'' + 1</math> имеет вид <math>y = C_1 \sin x + C_2x + C_3 + \frac{x^2}{a}</math>, где <math>a = \dots?</math> (<math>a</math> - целое число).</p> <p><b>Ответ ввести в виде: <math>a</math></b></p>	-2

5.3	Общим решением дифференциального уравнения $yy'' - 2(y')^2 = 0$ является функция: $\frac{-1}{C_1x + C_2}$ $\frac{1}{C_1x} + C_2$ 1) $C_1x^2 - C_2$ 2) $C_1x + C_2$	1)
6.	<b>Однородные ЛДУ с постоянными коэффициентами.</b>	
6.1	Общее решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' - 10y = 0$ имеет вид: 1) $C_1 \sin(2x) + C_2 \cos(5x)$ 2) $C_1 e^{-2x} + C_2 \cos(5x)$ 3) $C_1 \sin(2x) + C_2 e^{5x}$ 4) $C_1 e^{-2x} + C_2 e^{5x}$	4)
6.2	Частное решение дифференциального уравнения $y'' - 3y' - 10y = 0$ при начальных условиях: $y(0) = 1, y'(0) = -2$ имеет вид: 1) $e^{5x}$ 2) $2e^{5x} - e^{-2x}$ 3) $e^{-2x}$ 4) $-e^{5x} + 2e^{-2x}$	3)
6.3	Соответствие дифференциального уравнения корням его характеристического уравнения: 1: $y'' + 17y' - 18y = 0$ 1: $\lambda_1 = -18, \lambda_2 = 1$ 2: $y'' - 17y' - 18y = 0$ 2: $\lambda_1 = -1, \lambda_2 = 18$ 3: $y'' - 19y' + 18y = 0$ 3: $\lambda_1 = 1, \lambda_2 = 18$ <b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу ДУ и корней их характеристических уравнений.</b>	1-1 2-2 3-3
6.4	Соответствие дифференциального уравнения его общему решению: 1: $y''' - 8y'' + 16y' = 0$ 1: $y = C_1 + C_2 e^{4x} + C_3 x e^{4x}$ 2: $y''' - 7y'' + 12y' = 0$ 2: $y = C_1 + C_2 e^{3x} + C_3 e^{4x}$ 3: $y''' - 8y'' + 25y' = 0$ 3: $y = C_1 + e^{4x}(C_2 \cos 3x + C_3 \sin 3x)$ <b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу ДУ и их общих решений.</b>	1-1 2-2 3-3
6.5	Дана задача Коши: $y'' - 4y' = 0, y(1) = e^4, y'(1) = 4e^4$ . Тогда значение $y(0)$ её решения $y(x)$ равно... <b>Ввести ответ.</b>	1
7.	<b>Неоднородные ЛДУ с постоянными коэффициентами.</b>	
7.1	Частное решение $\tilde{y}(x)$ неоднородного линейного дифференциального уравнения $y'' + 2y' + y = e^{2x}$ имеет вид $\tilde{y} = \frac{1}{a} e^{2x}$ , где $a = \dots?$ ( $a$ - целое число). <b>Ответ ввести в виде: a</b>	9
7.2	Частное решение $\tilde{y}(x)$ неоднородного линейного ДУ: $y'' - 2y' + 5y = x^2 + 1$ имеет вид $\tilde{y} = \frac{x^2}{5} + \frac{ax}{25} + \frac{b}{125}$ , где $a = \dots?$ $b = \dots?$ ( $a, b$ - целые числа). <b>Ответ ввести в виде: a, b</b>	4,23

7.3	<p>Частное решение <math>\tilde{y}(x)</math> неоднородного линейного дифференциального уравнения <math>y'' + 6y' + 13y = xe^{-3x} \cos 2x</math> представимо в виде:</p> <p>1) <math>\tilde{y} = e^{-3x}((Ax + B) \cos 2x + (Cx + D) \sin 2x)</math>  2) <math>\tilde{y} = xe^{-3x}(A \cos 2x + B \sin 2x)</math>  3) <math>\tilde{y} = xe^{-3x}((Ax + B) \cos 2x + C \sin 2x)</math>  4) <math>\tilde{y} = e^{-3x}(Ax \cos 2x + B \sin 3x)</math>  5) <math>\tilde{y} = xe^{-3x}((Ax + B) \cos 2x + (Cx + D) \sin 2x)</math></p>	5)
7.4	<p>Частное решение дифференциального уравнения <math>y'' - 2y' + y = 3 \sin 2x</math> представимо в виде</p> <p>1) <math>A \cos 2x + B \sin 2x</math>      2) <math>A \sin 2x</math>  3) <math>A(\sin 2x + \cos 2x)</math>      4) <math>A \cos 2x</math></p>	1)
7.5	<p>Частное решение дифференциального уравнения <math>y'' - 2y' + y = x - 4</math> представимо в виде</p> <p>1) <math>x(Ax + B)</math>      2) <math>(Ax + B)e^x</math>  3) <math>Ax + B</math>      4) <math>Ax^2 + Bx + C</math></p>	3)
8	<p><b>Дифференциальные уравнения (теоретические задания).</b>  Определение порядка дифференциального уравнения. Определение типа дифференциального уравнения первого порядка (ДУ с разделяющимися переменными; однородное; линейное; Бернулли). Определение типа дифференциального уравнения <b>высшего порядка</b> (простейшее (<math>y^{(n)} = f(x)</math>); допускающее понижение порядка (<math>F(x, y', y'') = 0</math>, <math>F(y, y', y'') = 0</math>); линейное однородное и неоднородное ДУ порядка <math>n</math>).</p>	
8.1	<p>Соответствие дифференциального уравнения его названию:</p> <p>1: <math>x^2(2x + y)dx = dy</math>      1: линейное  2: <math>y' \cdot x + y + \sin(x^2)y^2 = 0</math>      2: Бернулли  3: <math>y = x \cdot \left( y' - e^{\frac{y}{x}} \right)</math>      3: однородное  4: <math>x^2(yu' + 2) = x - 1</math>      4: с разделяющимися переменными</p> <p><b>В ответе указать пары, соответствующих друг другу ДУ и их названий.</b></p>	1-1 2-2 3-3 4-4
8.2	<p>Порядок дифференциального уравнения <math>(y')^4 + (y'')^2 + y''' = x^6</math> равен...</p> <p style="text-align: right;"><b>Ввести ответ.</b></p>	3
8.3	<p>Из ниже перечисленных дифференциальных уравнений высшего порядка понижение порядка допускают уравнения:</p> <p>1) <math>y'' + 2y' = \sin x</math>      2) <math>yy'' = (y')^3</math>      3) <math>x^3y'' + x^2y' + y = 0</math>  4) <math>y'' + 3y' - 2y = 0</math>      5) <math>y'' + (y')^2 = xy</math></p> <p style="text-align: center;"><b>Указать все правильные ответы.</b></p>	1)2)4)

## **4.2.2. Экзамен. Устный/письменный ответ на вопросы**

### **4.2.2.1. Порядок проведения и процедура оценивания**

Экзамен проводится в устно-письменной форме по билетам. Билет содержит два вопроса и одну задачу (время на подготовку к ответу - 20 минут). Оценивается владение материалом, его системное освоение, способность применять нужные знания, навыки и умения при анализе проблемных ситуаций и решении практических заданий.

В случае применения в образовательном процессе дистанционных образовательных технологий обучающиеся сдают экзамен на следующих платформах и ресурсах: в команде «Microsoft Teams».

### **4.2.2.2. Критерии оценивания**

**Баллы в интервале 86-100% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоил основную литературу и знаком с дополнительной литературой, рекомендованной программой дисциплины, усвоил взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявил творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**Баллы в интервале 71-85% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил полное знание учебно-программного материала, успешно выполнил предусмотренные программой задания, усвоил основную литературу, рекомендованную программой дисциплины, показал систематический характер знаний по дисциплине и способен к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**Баллы в интервале 56-70% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил знание основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по профессии, справился с выполнением заданий, предусмотренных программой, знаком с основной литературой, рекомендованной программой дисциплины, допустил погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладает необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**Баллы в интервале 0-55% от максимальных ставятся, если:**

обучающийся обнаружил значительные пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустил принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий и не способен продолжить обучение или приступить по окончании университета к профессиональной деятельности без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

### **4.2.2.3. Оценочные средства**

#### **4 семестр.**

#### **Вопросы к экзамену:**

1. Эквивалентность решения задачи Коши решению интегрального уравнения.
2. Нахождение приближённых решений задачи Коши методом последовательных приближений Пикара.
3. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов Тейлора.
4. Понятие нормальной системы дифференциальных уравнений порядка  $n$ .
5. Решение, начальные условия, общее и частное решения.
6. Нахождение общего решения нормальной системы ДУ сведением к нахождению общего решения ДУ порядка  $n$  методом исключения.
7. Задача Коши для нормальной системы ДУ порядка  $n$  и условия её разрешимости.
8. Понятие динамической системы ДУ.

9. Понятие автономной системы ДУ.
10. Фазовая плоскость и фазовая траектория системы, её нахождение.
11. Понятие линейной системы ДУ, её векторно-матричная форма записи. Однородные и неоднородные системы ЛДУ.
12. Фундаментальная система решений линейной однородной системы ДУ. Определитель Вронского.
13. Структура общих решений однородных систем ЛДУ.
14. Структура общих решений неоднородных систем ЛДУ.
15. Однородная система ЛДУ с постоянными коэффициентами. Характеристическое уравнение.
16. Нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и различные.
17. Нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и есть кратные..
18. Нахождение ФСР и общего решения однородной системы ЛДУ в случае, когда корни характеристического уравнения комплексно-сопряжённые. .
19. Нахождение частного и общего решений неоднородной системы ЛДУ с правой частью специального вида.
20. Метод вариации произвольных постоянных нахождения общего решения неоднородной системы ДУ с произвольной правой частью.
21. Понятие устойчивости решения нормальной системы ДУ по Ляпунову. Асимптотическая устойчивость.
22. Точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и различные.
23. Точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в случае, когда корни характеристического уравнения действительные и одинаковые.
24. Точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в случае, когда корни характеристического уравнения комплексно-сопряжённые.
25. Классификация точек покоя.
26. Метод функций Ляпунова исследования на устойчивость точек покоя системы ДУ.
27. Исследование на устойчивость точек покоя системы ДУ по первому приближению.
28. Понятие ДУ в частных производных, порядок уравнения, формы записи.
29. Решение, интегральная поверхность, начальное условие для ДУ в частных производных.
30. Линейное ДУ с частными производными первого порядка, построение его общего решения сведением к системе обыкновенных ДУ в симметричной форме.

### **Задачи к экзамену:**

- 1) Построить последовательные приближения  $y_0, y_1, y_2$  к решению НДУ с заданными начальными условиями:  $y' = 1 - (1 + x)y + y^2$ ,  $y(0) = 1$ .
- 2) Построить последовательные приближения  $y_0, y_1$  к решению НДУ с заданными начальными условиями:  $y' = y^2 + xy + x^2$ ,  $y(0) = 1$ .
- 3) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y' = y^2 + x^3$ ,  $y(0) = 1/2$  (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).

4) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y' = y^3 - x$ ,  $y(0) = 1$  (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).

5) Проинтегрировать приближённо с помощью ряда Тейлора уравнение  $y'' = \frac{y'}{y} - \frac{1}{x}$ ,  $y(1) = 1$ ,  $y'(1) = 0$ , взяв три первых члена разложения, отличных от нуля.

6) Найти приближённые решения задачи Коши для НДУ с помощью ряда Тейлора:  $y'' = xy' - y^2$ ,  $y(0) = 1$ ,  $y'(0) = 2$ , (найти четыре первых отличных от нуля члена разложения).

7) Найти общее решение однородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = 4x(t) + 6y(t) \end{cases}.$$

8) Найти общее решение однородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) + y(t) \\ y'(t) = 3x(t) + 4y(t) \end{cases}.$$

9) Найти общее решение неоднородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = x(t) - y(t) \\ y'(t) = x(t) + y(t) + e^t \end{cases}.$$

10) Найти общее решение неоднородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = -y + e^{3t} \\ y'(t) = -x + 2e^{3t} \end{cases}.$$

11) Найти общее решение однородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами

(с помощью характеристического уравнения): 
$$\begin{cases} x_1'(t) = x_1(t) + x_2(t) \\ x_2'(t) = -2x_1(t) + 3x_2(t) \end{cases}.$$

12) Найти общее решение однородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами

(с помощью характеристического уравнения): 
$$\begin{cases} x_1'(t) = 2x_1(t) - x_2(t) \\ x_2'(t) = 4x_1(t) + 6x_2(t) \end{cases}.$$

13) Найти общее решение неоднородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами

(с помощью характеристического уравнения): 
$$\begin{cases} x_1'(t) = 6x_1(t) + x_2(t) + t \\ x_2'(t) = 5x_1(t) + 2x_2(t) + 1 \end{cases}.$$

14) Найти общее решение неоднородной системы линейных ДУ с постоянными коэффициентами

(с помощью характеристического уравнения): 
$$\begin{cases} x_1'(t) = 3x_1(t) - 2x_2(t) + t \\ x_2'(t) = 3x_1(t) - 4x_2(t) \end{cases}.$$

15) Найти решение системы ДУ методом вариации произвольных постоянных

$$\begin{cases} x'(t) = y - 5 \cos t \\ y'(t) = 2x + y \end{cases}.$$

16) Найти решение системы ДУ методом вариации произвольных постоянных

$$\begin{cases} x'(t) = y + tg^2t - 1 \\ y'(t) = -x + tgt \end{cases}.$$



17) Определить характер точки покоя следующей системы: 
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = -3x(t) + y(t) \end{cases}$$

18) Определить характер точки покоя следующей системы: 
$$\begin{cases} x'(t) = -x(t) + 3y(t) \\ y'(t) = -x(t) + 2y(t) \end{cases}$$

19) Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы ДУ 
$$\begin{cases} x'(t) = 5x + y \cos y \\ y'(t) = 3x + 2y - y^3 e^y \end{cases}$$

20) Исследовать на устойчивость по первому приближению точки покоя системы ДУ 
$$\begin{cases} x'(t) = 7x + 2 \sin y \\ y'(t) = e^x - 3y - 1 \end{cases}$$

21) Найти общее решение ДУ в частных производных первого порядка  $y \frac{\partial z}{\partial x} - x \frac{\partial z}{\partial y} = 0$ .

22) Найти общее решение ДУ в частных производных первого порядка

$$(x + 2y) \frac{\partial z}{\partial x} - y \frac{\partial z}{\partial y} = 0.$$

**Примеры билетов для устно письменной формы сдачи экзамена (50 баллов):**

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Дифференциальные уравнения (4 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2018г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 1

1. Нахождение приближённых решений задачи Коши методом последовательных приближений Пикара.

2. Понятие линейной системы ДУ, её векторно-матричная форма записи. Однородные и неоднородные системы ЛДУ.

3. **Задача.** Найти общее решение однородной системы ДУ (методом исключения):

$$\begin{cases} x'(t) = 2x(t) - y(t) \\ y'(t) = 4x(t) + 6y(t) \end{cases}$$

Составил профессор

Н.С.Габбасов

НАБЕРЕЖНОЧЕЛНИНСКИЙ ИНСТИТУТ (ФИЛИАЛ) КФУ

*Кафедра Математика*

Дисциплина: Дифференциальные уравнения (4 семестр)

Направление 01.03.02

Прикладная математика и информатика

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

\_\_\_\_\_ Н.С.Габбасов

« 01 » 09 2018г.

### ЭКЗАМЕНАЦИОННЫЙ БИЛЕТ № 2

1. Интегрирование дифференциальных уравнений с помощью степенных рядов Тейлора.
2. Точки покоя системы двух линейных однородных ДУ с постоянными коэффициентами, исследование их устойчивости в зависимости от характера корней характеристического уравнения.

3. **Задача.** Определить характер точки покоя следующей системы: 
$$\begin{cases} x'(t) = x(t) + 2y(t) \\ y'(t) = -3x(t) + y(t) \end{cases}.$$

Составил профессор

Н.С.Габбасов

### Перечень литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: нет

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

#### Основная литература:

1. Пантелеев А.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. Практикум : учебное пособие / А.В. Пантелеев, А.С. Якимова, К.А. Рыбаков. - Москва : НИЦ ИНФРА-М, 2019. - 432 с. - (Высшее образование: Бакалавриат). - ISBN 978-5-16-011973-1. - URL: <http://znanium.com/catalog/product/1010761> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
2. Романко В.К. Курс дифференциальных уравнений и вариационного исчисления : учебное пособие / В. К. Романко. - 4-е изд. (эл.). - Москва : БИНОМ, 2015. - 347 с. - ISBN 978-5-9963-3013-3 - URL : <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785996330133.html> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
3. Демидович Б.П. Дифференциальные уравнения : учебное пособие / Б.П. Демидович, В.П. Моденов. - 4-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2019. - 280 с. - ISBN 978-5-8114-4099-3. - URL: <https://e.lanbook.com/book/115196> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.

#### Дополнительная литература:

1. Треногин В.А. Обыкновенные дифференциальные уравнения / В.А. Треногин. - Москва : ФИЗМАТЛИТ, 2009. - ISBN 978-5-9221-1063-1 - URL: <https://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785922110631.html> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
2. Задачник по высшей математике для вузов : учебное пособие / В. Н. Земсков [и др.] ; под ред. А. С. Поспелова. - 3-е изд., стер. - Екатеринбург : Изд-во АТП, 2015. - 512 с : ил. - (Учебник для вузов. Специальная литература). - Прил.: с. 498-509. - В пер. - ISBN 978-5-8114-1024-9. - Текст : непосредственный (100 экз.)
3. Кузнецов Л.А. Сборник заданий по высшей математике. Типовые расчеты : учебное пособие / Л.А. Кузнецов. - 13-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2015. - 240 с. - ISBN 978-5-8114-0574-9. - URL: <https://e.lanbook.com/book/4549> (дата обращения: 14.07.2020). - Текст : электронный.
4. Курс высшей математики: интегральное исчисление, функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения : лекции и практикум : учебное пособие / Н. В. Гуличев [и др.] ; под общ. ред. И. М. Петрушко. - 2-е изд., стер. - Санкт-Петербург : Лань, 2008. - 608 с : ил. - (Курс высшей математики. Учебники для вузов. Специальная литература). - Рек. МО. - В пер. - Библиогр.: с. 595. - ISBN 978-5-8114-0633-3. - Текст : непосредственный. (29 экз.)
5. Пушкарь Е.А. Дифференциальные уравнения : учебное пособие для вузов / Е. А. Пушкарь ; Федеральное агентство по образованию, Моск. гос. индустриальный ун-т. - 2-е изд., стер. - Москва : МГИУ, 2008. - 256 с. - Библиогр.: с. 249. - ISBN 978-5-2760-1513-2. - Текст : непосредственный. (33 экз.)

**Перечень информационных технологий, используемых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень программного обеспечения и информационных справочных систем**

Направление подготовки: 01.03.02 - Прикладная математика и информатика

Профиль подготовки: нет

Квалификация выпускника: бакалавр

Форма обучения: очная

Язык обучения: русский

Год начала обучения по образовательной программе: 2018

Освоение дисциплины (модуля) предполагает использование следующего программного обеспечения и информационно-справочных систем:

Операционная система Microsoft Windows 7 Профессиональная или Windows XP (Volume License)

Пакет офисного программного обеспечения Microsoft Office 365 или Microsoft Office Professional plus 2010

Браузер Mozilla Firefox

Браузер Google Chrome

Adobe Reader XI или Adobe Acrobat Reader DC

Kaspersky Endpoint Security для Windows

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "ZNANIUM.COM", доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС "ZNANIUM.COM" содержит произведения крупнейших российских учёных, руководителей государственных органов, преподавателей ведущих вузов страны, высококвалифицированных специалистов в различных сферах бизнеса. Фонд библиотеки сформирован с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, учебно-методические комплексы, монографии, авторефераты, диссертации, энциклопедии, словари и справочники, законодательно-нормативные документы, специальные периодические издания и издания, выпускаемые издательствами вузов. В настоящее время ЭБС ZNANIUM.COM соответствует всем требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования (ФГОС ВО) нового поколения.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе Издательства "Лань», доступ к которой предоставлен обучающимся. ЭБС Издательства "Лань" включает в себя электронные версии книг издательства "Лань" и других ведущих издательств учебной литературы, а также электронные версии периодических изданий по естественным, техническим и гуманитарным наукам. ЭБС Издательства "Лань" обеспечивает доступ к научной, учебной литературе и научным периодическим изданиям по максимальному количеству профильных направлений с соблюдением всех авторских и смежных прав.

Учебно-методическая литература для данной дисциплины имеется в наличии в электронно-библиотечной системе "Консультант студента", доступ к которой предоставлен обучающимся. Многопрофильный образовательный ресурс "Консультант студента" является электронной библиотечной системой (ЭБС), предоставляющей доступ через сеть Интернет к

учебной литературе и дополнительным материалам, приобретенным на основании прямых договоров с правообладателями. Полностью соответствует требованиям федеральных государственных образовательных стандартов высшего образования к комплектованию библиотек, в том числе электронных, в части формирования фондов основной и дополнительной литературы.