

ЕДИНСТВЕННОСТЬ РЕШЕНИЯ НЕЛОКАЛЬНОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ ПУЛЬКИНА

Зайцева Н.В.

КФУ, Казань, Россия; n.v.zaiceva@yandex.ru

Пусть $D = \{(x, y) | 0 < x < l, -\alpha < y < \beta\}$ – прямоугольная область, где l, α, β – заданные положительные действительные числа. Введем обозначения: $D_+ = D \cap \{y > 0\}$ и $D_- = D \cap \{y < 0\}$.

Рассмотрим в области D уравнение С.П. Пулькина

$$Lu \equiv u_{xx} + (\operatorname{sgn} y)u_{yy} + \frac{p}{x}u_x = 0,$$

где $|p| < 1, p \neq 0$ – заданное действительное число.

В работе методом спектрального анализа [1, 2] установлен критерий единственности решения краевой задачи с интегральным условием Самарского-Ионкина.

Задача. Найти функцию $u(x, y)$, удовлетворяющую условиям:

$$\begin{aligned} u(x, y) &\in C^1(\overline{D}) \cap C^2(D_+ \cup D_-), \\ Lu(x, y) &\equiv 0, \quad (x, y) \in D_+ \cup D_-, \\ u(x, \beta) &= \varphi(x), \quad u(x, -\alpha) = \psi(x), \quad 0 \leq x \leq l, \\ \lim_{x \rightarrow 0+} x^p u_x(x, y) &= 0, \quad -\alpha \leq y \leq \beta, \\ \int_0^l x^p u(x, y) dx &= A = \text{const}, \quad -\alpha \leq y \leq \beta, \end{aligned}$$

где A – заданное действительное число, $\varphi(x), \psi(x)$ – заданные достаточно гладкие функции, удовлетворяющие условиям

$$\int_0^l x^p \varphi(x) dx = \int_0^l x^p \psi(x) dx = A.$$

Литература

1. Сабитов К.Б. Краевая задача для уравнения параболо-гиперболического типа с нелокальным интегральным условием // Дифференциальные уравнения. 2010. Т. 46, № 10. С. 1468–1478.
2. Зайцева Н.В. Начально-граничная задача для B -гиперболического уравнения с интегральным условием первого рода в прямоугольной области // Вестник Самарского государственного университета. Естественнo-научн. сер. 2016. № 3–4. С. 51–62.