**КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ**

**ИНСТИТУТ ФИЗИКИ**

***Кафедра теоретической физики***

**В. В. КЛЕКОВКИНА, Ю. Н. ПРОШИН**

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. МЕХАНИКА

## (сборник тестовых заданий)

**Казань – 2022**

**УДК 531**

**ББК 22.21**

*Принято на заседании кафедры теоретической физики*

*Протокол № 8 от 22 апреля 2022 года*

**Рецензент:**

кандидат физико-математических наук, доцент

**А. И. Скворцов**

**Клековкина В. В.**

**Теоретическая физика. Механика (сборник тестовых заданий)** / В. В. Клековкина, Ю. Н. Прошин. – Казань: Казан. ун-т, 2022. – 107 с.

В пособии собраны тестовые задания по всем разделам курса теоретической механики. Пособие состоит из 10 разделов. В начале каждого раздела приведены задания на проверку знаний основных определений, сведений из теории, общих закономерностей и принципов. Далее следуют тесты на проверку понимания и умения воспроизвести самостоятельно решение некоторых типовых задач. В конце пособия имеются приложения, содержащие тесты на проверку минимальных знаний по математике, необходимых для решения задач.

Пособие не является полностью оригинальным. Часть заданий была заимствована, в этом случае авторам принадлежит отбор материала и его адаптация.

Пособие может использоваться для самостоятельной проверки знаний, а также для автоматизированной проверки минимальных и остаточных знаний.

Пособие предназначено для студентов, магистрантов и аспирантов физических специальностей классических университетов.

## Оглавление

## Предисловие

В курсе теоретической механики студенты впервые знакомятся с математическим аппаратом теоретической физики, необходимым также при изучении других дисциплин: электродинамики, квантовой механики, термодинамики и статистической физики. Одним из критериев успешного освоения курса теоретической механики является навык решения практических задач. Данное пособие было разработано в помощь студентам для самостоятельной проверки знания основных понятий, положений, формул теоретической механики и навыка решения простейших типовых задач. Приведенные в пособии тестовые задания также могут быть использованы для автоматизированной проверки минимальных или остаточных знаний студентов.

В пособии собраны тестовые задания по всем разделам курса теоретической механики, читаемого в Институте физики Казанского университета. Данное пособие дополняет пособие Леушина А. М., Нигматуллина Р. Р., Прошина Ю. Н. «Теоретическая физика. Механика (практический курс). Задачник для физиков» [1]. Пособие состоит из 10 разделов. Для удобства использования данного пособия последовательность разделов соответствует изложению в задачнике. В начале каждого раздела приведены тестовые задания на проверку знаний основных определений, сведений из теории, общих закономерностей и принципов. Далее следуют тесты на проверку понимания и умения воспроизвести самостоятельно решение некоторых типовых задач, которые обычно разбираются на практических занятиях. В конце пособия имеются приложения, содержащие тесты на проверку минимальных знаний по математике, необходимых для решения задач по теоретической механике.

Приведенные в пособии тестовые задания являются довольно простыми. При успешном освоении курса студентом выполнение заданий не должно представлять трудность. Задачи повышенной сложности отмечены звездочкой. Ко всем тестовым заданиям приведены варианты ответа. Правильным ответом является только один вариант. Предполагается, что студент должен сначала решить задачу или ответить на вопрос, и только потом выбрать из представленных вариантов правильный.

Часть тестовых заданий была заимствована из сборника тестов по теоретической механике, опубликованных в Московском государственном университете им. М. В. Ломоносова [2]. Заимствованный материал был отобран и адаптирован к курсу теоретической механики, который читается в Институте физики Казанского университета.

Обозначения, используемые в данном пособии, если не приводится их объяснение, являются общепринятыми, либо соответствуют обозначениям, используемым в пособии [1].

Авторы благодарны А. С. Кутузову, предоставившему задания для приложения 1 данного пособия.

Авторы будут признательны всем, кто сообщит о незамеченных нами неточностях, несоответствиях, опечатках или ошибках.

Мы искренне надеемся, что данное пособие окажется полезным и удобным в использовании для студентов и преподавателей.

## Раздел 1. КИНЕМАТИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

1. Радиус-вектор материальной точки в декартовых координатах выражается следующим образом ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$ – орты декартовой системы координат):

   1) $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x$

   2) $\mathbf{r} = y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$

   3) $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + z\mathbf{e}_z$

   4) $\mathbf{r} = x\mathbf{e}_x + y\mathbf{e}_y + z\mathbf{e}_z$

2. Радиус-вектор материальной точки в полярных координатах выражается следующим образом ($\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$ – орты полярной системы координат):

   1) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho$

   2) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho + \varphi\mathbf{e}_\varphi$

   3) $\mathbf{r} = \varphi\mathbf{e}_\rho + \rho\mathbf{e}_\varphi$

   4) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\varphi$

3. Радиус-вектор материальной точки в цилиндрических координатах выражается следующим образом ($\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$ – орты цилиндрической системы координат):

   1) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho$

   2) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho + z\mathbf{e}_z$

   3) $\mathbf{r} = \varphi\mathbf{e}_\varphi + z\mathbf{e}_z$

4) $\mathbf{r} = \rho\mathbf{e}_\rho + \varphi\mathbf{e}_\varphi + z\mathbf{e}_z$

4. Радиус-вектор материальной точки в сферических координатах выражается следующим образом ($\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$, $\mathbf{e}_\varphi$ – орты сферической системы координат):

1) $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r$

2) $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r + \varphi\mathbf{e}_\varphi$

3) $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r + \theta\mathbf{e}_\theta$

4) $\mathbf{r} = r\mathbf{e}_r + \theta\mathbf{e}_\theta + \varphi\mathbf{e}_\varphi$

5. Проекция скорости $v_\rho$ в полярной системе координат равна:

1) $v_\rho = \varphi\dot{\rho}$

2) $v_\rho = \dot{\rho}$

3) $v_\rho = \rho\dot{\varphi}$

4) $v_\rho = \dot{\varphi}$

6. Проекция скорости $v_\varphi$ в полярной системе координат равна:

1) $v_\varphi = \varphi\dot{\rho}$

2) $v_\varphi = \dot{\rho}$

3) $v_\varphi = \rho\dot{\varphi}$

4) $v_\varphi = \dot{\varphi}$

7. Проекция скорости $v_\rho$ в цилиндрической системе координат равна:

1) $v_\rho = \varphi\dot{\rho}$

2) $v_\rho = \dot{\rho}$

3) $v_\rho = \rho\dot{\varphi}$

4) $v_\rho = \dot{\varphi}$

8. Проекция скорости $v_\varphi$ в цилиндрической системе координат равна:

1) $v_\varphi = \varphi\dot{\rho}$

2) $v_\varphi = \dot{\rho}$

3) $v_\varphi = \rho\dot{\varphi}$

4) $v_\varphi = \dot{\varphi}$

9. Проекция скорости $v_z$ в цилиндрической системе координат равна:

1) $v_z = \dot{z}\sin\varphi$

2) $v_z = \dot{z}$

3) $v_z = \rho\dot{z}$

4) $v_z = \varphi\dot{z}$

10. *Проекция скорости $v_r$ в сферической системе координат равна:

1) $v_r = \dot{r}$

2) $v_r = \dot{r}\sin\theta$

3) $v_r = \dot{r}\cos\theta$

4) $v_r = \dot{r}\sin\theta\cos\theta$

11. *Проекция скорости $v_\theta$ в сферической системе координат равна:

1) $v_\theta = \dot{\theta}$

2) $v_\theta = \dot{r}\sin\theta$

3) $v_\theta = r\dot{\theta}$

4) $v_\theta = r\dot{\theta}\sin\theta$

12. *Проекция скорости $v_\varphi$ в сферической системе координат равна:

1) $v_\varphi = \dot{\varphi}$

2) $v_\varphi = \dot{\varphi}\sin\theta$

3) $v_\varphi = r\dot{\varphi}\sin\theta$

4) $v_\varphi = r\dot{\varphi}\cos\theta$

13. Квадрат скорости материальной точки в декартовых координатах выражается следующим образом**:**

1) $v^2 = \dot{x} + \dot{y} + \dot{z}$

2) $v^2 = x^2 + y^2 + z^2$

3) $v^2 = \dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2$

4) $v^2 = \ddot{x}^2 + \ddot{y}^2 + \ddot{z}^2$

14. Квадрат скорости материальной точки в полярных координатах выражается следующим образом**:**

1) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2$

2) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$

3) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$

4) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2$

15. Квадрат скорости материальной точки в цилиндрических координатах выражается следующим образом:

1) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$

2) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$

3) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2$

4) $v^2 = \dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2$

16. *Квадрат скорости материальной точки в сферических координатах выражается следующим образом:

1) $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2$

2) $v^2 = \dot{r}^2 + \dot{\theta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 \sin^2\theta$

3) $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 \sin^2\theta$

4) $v^2 = \dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 \cos^2\theta$

17. Секторная скорость определяется следующим образом:

1) $\boldsymbol{\sigma} = [\mathbf{r}, \mathbf{v}]$

2) $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2}[\mathbf{r}, \mathbf{v}]$

3) $\boldsymbol{\sigma} = [\mathbf{v}, \mathbf{r}]$

4) $\boldsymbol{\sigma} = \frac{1}{2}[\mathbf{v}, \mathbf{r}]$

18. Проекция секторной скорости $\sigma_z$ в декартовой системе координат равна:

1) $\sigma_z = x\dot{y} - \dot{x}y$

2) $\sigma_z = \frac{1}{2} z v_z$

3) $\sigma_z = \frac{1}{2}\left(x\dot{y} - \dot{x}y\right)$

4) $\sigma_z = \frac{1}{2}\left(x v_x - y v_y\right)$

19. Проекция секторной скорости $\sigma_z$ в цилиндрической системе координат равна:

1) $\sigma_z = \frac{1}{2}\rho^2\varphi$

2) $\sigma_z = \frac{1}{2}\rho^2\dot{\varphi}$

3) $\sigma_z = \frac{1}{2}\rho\dot{\varphi}$

4) $\sigma_z = \frac{1}{2}\left(\rho\dot{\varphi} - \dot{\rho}\varphi\right)$

20. Момент импульса материальной точки определяется следующим образом:

1) $\mathbf{M} = \left[\mathbf{r}, \mathbf{v}\right]$

2) $\mathbf{M} = \left[\mathbf{r}, \mathbf{p}\right]$

3) $\mathbf{M} = m\left[\mathbf{v}, \mathbf{r}\right]$

4) $\mathbf{M} = m\left[\mathbf{r}, \ddot{\mathbf{r}}\right]$

21. Проекция момента импульса $M_z$ в декартовой системе координат равна:

1) $M_z = x\dot{y} - \dot{x}y$

2) $M_z = m\left(x\dot{y} - \dot{x}y\right)$

3) $M_z = m\left(x\dot{y} - \dot{x}y\right)$

4) $M_z = m\left(xv_x - yv_y\right)$

22. Проекция момента импульса $M_z$ в цилиндрической системе координат равна:

1) $M_z = m\rho\dot{\varphi}$

2) $M_z = m\rho^2\dot{\varphi}$

3) $M_z = m\left(\dot{\rho}\varphi - \rho\dot{\varphi}\right)$

4) $M_z = m\left(\rho\dot{\varphi} - \dot{\rho}\varphi\right)$

## Раздел 2. ДИНАМИКА МАТЕРИАЛЬНОЙ ТОЧКИ

23. Динамика материальной точки – это раздел механики, в котором решается следующая задача (выберите наиболее общий ответ):
    1) по заданному закону движения материальной точки найти силы, действующие на нее
    2) по заданным силам, действующим на материальную точку, найти ее закон движения
    3) по заданным силам, действующим на материальную точку, и заданным начальным условиям найти траекторию ее движения
    4) по заданным силам, действующим на материальную точку, и заданным начальным условиям найти ее закон движения

24. *Что называется силой (выберите наиболее общий ответ)?
    1) характер взаимодействия тел
    2) мера механического взаимодействия физических тел
    3) характеристика воздействия одного тела на другое тело
    4) мера взаимодействия данного тела с другими телами или полями

25. Факторами, характеризирующими действие силы на материальную точку, являются:
    1) величина и направление силы
    2) модуль силы
    3) точка приложения, величина и направление силы
    4) величина силы

26. Чему равна проекция силы на ось?

1) длине отрезка, заключенного между двумя перпендикулярами, проведенными из начала и конца вектора силы на данную ось
2) произведению модуля силы на синус угла между направлениями оси и силы
3) произведению модуля силы на косинус угла между направлениями оси и силы
4) величине силы

27. Проекцию силы $\mathbf{F}$ на единичный вектор $\mathbf{e}$ можно вычислить по формуле:
   1) $(\mathbf{F},\mathbf{e})$
   2) $[\mathbf{F},\mathbf{e}]$
   3) $(\mathbf{F},\mathbf{e})^2$
   4) $[\mathbf{e},\mathbf{F}]$

28. Задача динамики для одной свободной материальной точки в общем случае заключается в решении дифференциального уравнения вида:
   1) $m\dfrac{dr}{dt} = F$
   2) $m\dfrac{d\mathbf{r}}{dt} = \mathbf{F}$
   3) $m\ddot{r} = F$
   4) $m\ddot{\mathbf{r}} = \mathbf{F}$

29. От каких переменных в общем случае может зависеть сила?
   1) от радиус-вектора
   2) от скорости

3) от времени

4) все варианты являются верными

30. Решение уравнений динамики всегда можно выразить в квадратурах (через элементарные функции и интегралы от них), если:

1) сила является только функцией времени

2) компоненты силы зависят лишь от тех же самых компонент скорости

3) компоненты силы в декартовой системе координат зависят только от соответствующих координат

4) все варианты являются верными

31. В случае, когда $x$-компонента силы является только функцией времени $F_x(t)$, решение уравнения динамики $m\frac{d^2x}{dt^2} = F_x(t)$ можно получить:

1) путем однократного интегрирования функции $F_x(t)$ по времени

2) путем двукратного интегрирования функции $F_x(t)$ по времени

3) путем замены $\dot{x} = v_x$, $\ddot{x} = v_x \frac{dv_x}{dx}$

4) ни один из вариантов не является верным

32. В случае, когда $x$-компонента силы является только функцией $x$-компоненты скорости $F_x(\dot{x})$, решение уравнения динамики $m\ddot{x} = F_x(\dot{x})$ можно получить:

1) путем однократного интегрирования функции $F_x(\dot{x})$ по $\dot{x}$

2) путем двукратного интегрирования функции $F_x(\dot{x})$ по $\dot{x}$

3) путем замены $\dot{x} = v_x$, $\ddot{x} = v_x \dfrac{dv_x}{dx}$

4) ни один из вариантов не является верным

33. В случае одномерного движения, когда сила зависит только от координаты $F(x)$, решение уравнения динамики $m\ddot{x} = F(x)$ можно получить:

1) путем двукратного интегрирования функции $F(x)$ по $x$

2) путем замены $\dot{x} = v_x$, $\ddot{x} = v_x \dfrac{dv_x}{dx}$

3) путем сведения задачи к интегрированию уравнения $\dfrac{m}{2}\dot{x}^2 + U(x) = E$, где $U(x) = -\int F(x)dx$

4) верными являются варианты ответа 2 и 3

## Раздел 3. МЕТОД ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ И ДВИЖЕНИЕ В ЦЕНТРАЛЬНОМ ПОЛЕ

34. Интегралом движения называется:
    1) функция координат и скоростей точек, которая при движении механической системы изменяется с течением времени
    2) функция координат и скоростей точек, которая при движении механической системы сохраняет постоянное значение
    3) решение уравнения Лагранжа
    4) зависимость координат точек механической системы от времени

35. Из однородности времени следует закон сохранения:
    1) полной энергии системы
    2) полного импульса системы
    3) полного момента импульса системы
    4) кинетической энергии системы

36. Из однородности пространства следует закон сохранения:
    1) полной энергии системы
    2) полного импульса системы
    3) полного момента импульса системы
    4) кинетической энергии системы

37. Из изотропности пространства следует закон сохранения:
    1) полной энергии системы
    2) полного импульса системы

3) полного момента импульса системы

4) кинетической энергии системы

38. Одномерным называется движение системы, имеющей:

1) ограничение движения по одной из координат

2) одну идеальную голономную связь

3) одну степень свободы

4) одну закрепленную точку

39. В общем случае одномерного движения системы, на которую действуют только потенциальные силы, независящие от времени:

1) сохраняется только энергия

2) сохраняется только импульс

3) сохраняются энергия и импульс

4) энергия и импульс не сохраняются

40. *Траектория частицы, совершающей одномерное движение, в общем случае:

1) лежит в одной плоскости

2) располагается вдоль прямой

3) ограничена точками остановки

4) ни один из предложенных вариантов не является верным

41. *Одномерное движение:

1) является инфинитным, если энергия системы равна нулю

2) является инфинитным, если имеется не более одной точки остановки

3) является финитным, если нет ни одной точки остановки

4) является финитным, только если энергия системы отрицательна

42. *В общем случае одномерного движения энергия системы:

1) всегда равна нулю

2) всегда неотрицательна

3) всегда положительна

4) может быть как положительной, так и отрицательной в зависимости от потенциальной энергии системы

43. Точками остановки в случае одномерного движения называются:

1) точки, в которых скорость частицы равна нулю

2) точки, в которых потенциальная энергия равна нулю

3) точки, в которых потенциальная энергия имеет минимум

4) точки, в которых потенциальная энергия имеет максимум

44. *В случае одномерного движения при прохождении точки остановки скорость системы:

1) изменит знак только в случае, если в точке остановки достигается максимум потенциальной энергии

2) может как изменить знак, так и не изменить его

3) не изменит знак

4) изменит знак

45. Одномерное движение частицы называется финитным, если:

1) частица движется в ограниченной области пространства

2) имеется хотя бы одна точка остановки

3) имеются ровно две точки остановки

4) выполняется условие $U(x) = E$

46. Одномерное движение частицы называется инфинитным, если:

1) движение происходит в области пространства между точками остановки

2) энергия системы отрицательна

3) выполняется условие $U(x) = E$

4) частица может уйти на бесконечность

47. Закон движения системы, на которую действуют только потенциальные силы, независящие от времени, в общем случае одномерного движения определяется формулой:

1) $C = t \pm \int \sqrt{\dfrac{2m}{\left(E - U(x)\right)}} dx$

2) $C = t \pm \int \sqrt{\dfrac{2m}{\left(U(x) - E\right)}} dx$

3) $C = t \pm \int \dfrac{dx}{\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(E - U(x)\right)}}$

4) $C = t \pm \int \dfrac{dx}{\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(U(x) - E\right)}}$

48. Период финитного одномерного движения системы, на которую действуют только потенциальные силы, независящие от времени, определяется в общем случае формулой ($x_1$, $x_2$ – точки остановки):

1) $T(E)=\sqrt{2m}\int\limits_{x_1(E)}^{x_2(E)}\frac{dx}{\sqrt{(E-U(x))}}$

2) $T(E)=2\sqrt{2m}\int\limits_{x_1(E)}^{x_2(E)}\frac{dx}{\sqrt{(U(x)-E)}}$

3) $T(E)=2\sqrt{2m}\int\limits_{x_1(E)}^{x_2(E)}\frac{dx}{\sqrt{(E-U(x))}}$

4) $T(E)=\sqrt{2m}\int\limits_{x_1(E)}^{x_2(E)}\frac{dx}{\sqrt{(U(x)-E)}}$

49. Материальная точка движется в поле с потенциалом, изображенном на рис. 1. Такое движение будет колебательным в случае, если полная энергия $E$ удовлетворяет условию:

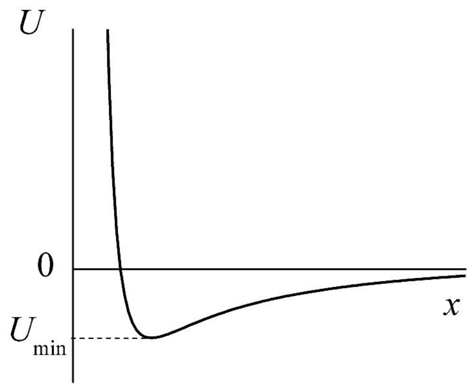


Рис. 1.

1) $E>0$

2) $E=0$

3) $U_{\min}<E<0$

4) $E<U_{\min}$

50. *Сколько точек остановки имеет одномерный гармонический осциллятор в случае, если его полная энергия $E>U_{\min}$, где $U_{\min}$ минимальное значение потенциальной энергии?

1) ни одной

2) 1

3) 2

4) 3

51. Координаты точек остановки материальной точки с полной энергией $E$, движущейся в потенциале $U(x)$, определяются из условия:

1) $U(x) = 0$

2) $U(x) = E$

3) $U(x) = E - \frac{mv^2}{2}$

4) $E = 0$

52. Координаты точек остановки материальной точки с полной энергией $E$, движущейся в потенциале $U(x) = \frac{kx^2}{2}$, равны:

1) $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{2E}{k}}$

2) $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{k}{E}}$

3) $x_{1,2} = \pm\sqrt{2Ek}$

4) $x_{1,2} = \pm\sqrt{\frac{E}{k}}$

53. Чему равна потенциальная энергия частицы, которая находится в силовом поле $\mathbf{F}(\mathbf{r})$ (выберите наиболее общий ответ)?

1) $U(r) = \int F(r)dr$

2) $U(r) = -\int F(r)dr$

3) $U(\mathbf{r}) = \int \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$

4) $U(\mathbf{r}) = -\int \mathbf{F}(\mathbf{r}) d\mathbf{r}$

54. Значение потенциальной силы и соответствующей потенциальной энергии связаны соотношением:

1) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\nabla U(\mathbf{r})$

2) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -grad U(\mathbf{r})$

3) $\mathbf{F}(x, y, z) = -\left( \frac{\partial U(x, y, z)}{\partial x} \mathbf{e}_x + \frac{\partial U(x, y, z)}{\partial y} \mathbf{e}_y + \frac{\partial U(x, y, z)}{\partial z} \mathbf{e}_z \right)$

4) все предыдущие ответы являются верными

55. Центральным называется поле, в котором:

1) частица движется по окружности с центром в начале координат

2) частица движется по спирали

3) потенциальная энергия частицы равна нулю в начале координат

4) потенциальная энергия частицы зависит только от расстояния до силового центра

56. Чему равна сила, действующая на частицу в центральном поле с потенциалом $U(r)$:

1) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{\partial U}{\partial r} \frac{\mathbf{r}}{r}$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор частицы относительно силового центра

2) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = 0$

3) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = const$

4) $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = -\frac{\partial^2 U}{\partial r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор частицы относительно силового центра

57. Как направлена сила, действующая на частицу в центральном поле?
    1) сила направлена вдоль $\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведённый из центра поля в точку нахождения частицы
    2) сила направлена перпендикулярно $\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведённый из центра поля в точку нахождения частицы
    3) сила направлена под углом к $\mathbf{r}$, где $\mathbf{r}$ – радиус-вектор, проведённый из центра поля в точку нахождения частицы
    4) ни один из вариантов не является верным

58. *Общее свойство движения частицы в центральном поле:
    1) частица движется равномерно
    2) радиус-вектор частицы описывает равные площади за равные промежутки времени
    3) движение происходит по поверхности сферы
    4) движение происходит по поверхности цилиндра

59. *Общее свойство движения частицы в центральном поле:
    1) движение происходит в плоскости, не проходящей через силовой центр
    2) координата $\rho$ не меняется с течением времени
    3) угол $\varphi$ изменяется со временем монотонно
    4) угол $\varphi$ изменяется со временем немонотонно

60. Интегралами движения для механической системы в центральном поле являются:

   1) энергия, импульс, момент импульса
   2) энергия и импульс
   3) энергия и момент импульса
   4) импульс и момент импульса

61. То, что траектория движения частицы в центральном поле лежит в одной плоскости, можно показать, используя закон сохранения:

   1) импульса
   2) энергии
   3) момента импульса относительно силового центра
   4) ни один из вариантов не является верным

62. Какие из перечисленных ниже координат удобно выбрать для описания движения частицы в центральном поле?

   1) декартовы $(x, y, z)$, начало отсчета системы координат поместить в силовой центр
   2) цилиндрические $(\rho, \varphi, z)$, начало отсчета системы координат поместить в силовой центр
   3) сферические $(r, \theta, \varphi)$, начало отсчета системы координат поместить в силовой центр
   4) ни одни из перечисленных координат

63. Выразите энергию частицы массы $m$, движущейся в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$, через момент импульса $M$:

1) $E=\dfrac{M^2}{2m}+U(\rho)$

2) $E=\dfrac{m\dot{\rho}^2}{2}+\dfrac{M^2}{2m\rho^2}+U(\rho)$

3) $E=\dfrac{m\dot{\rho}^2}{2}+2mM^2+U(\rho)$

4) $E=\dfrac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2\right)+\dfrac{M^2}{2m\rho^2}+U(\rho)$

64. Частица массы $m$ движется в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$. Расстояние частицы от силового центра определяется выражением ($C_1$ – постоянная, определяемая начальными условиями):

1) $C_1=t\pm\int\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(E-U(\rho)\right)-\dfrac{M^2}{m^2\rho^2}}d\rho$

2) $C_1=\rho\pm\int\dfrac{dt}{\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(E-U(\rho)\right)}}$

3) $C_1=t\pm\int\dfrac{d\rho}{\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(E-U(\rho)\right)-\dfrac{M^2}{m^2\rho^2}}}$

4) $C_1=t\pm\int\dfrac{d\rho}{\sqrt{\dfrac{2}{m}\left(E-U(\rho)\right)-\dfrac{M^2}{\rho^2}}}$

65. *Траектория частицы массы $m$, движущейся в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$, определяется выражением ($C_2$ – постоянная, определяемая начальными условиями):

1) $C_2 = \varphi \pm \int \frac{dt}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\rho)\right) - \frac{M^2}{m^2\rho^2}}}$

2) $C_2 = \varphi \pm \int \frac{M}{\rho^2} \frac{d\rho}{\sqrt{2m\left(E - U(\rho)\right) - \frac{M^2}{\rho^2}}}$

3) $C_2 = \varphi \pm \int \frac{d\rho}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\rho)\right) - \frac{M^2}{m^2}}}$

4) $C_2 = \varphi \pm \int \frac{M}{\rho^2} \frac{d\rho}{\sqrt{\frac{2}{m}\left(E - U(\rho)\right) - \frac{M^2}{\rho^2}}}$

66. «Эффективная» потенциальная энергия движения частицы массы $m$ в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$ определяется выражением:

1) $U_{\text{eff}}(\rho) = \frac{M^2}{2m\rho^2}$

2) $U_{\text{eff}}(\rho) = \frac{m\dot{\rho}^2}{2} + U(\rho)$

3) $U_{\text{eff}}(\rho) = \frac{m\dot{\rho}^2}{2} + \frac{M^2}{2m\rho^2} + U(\rho)$

4) $U_{\text{eff}}(\rho) = U(\rho) + \frac{M^2}{2m\rho^2}$

67. Что такое точки поворота в случае движения частицы в центральном поле?

1) значения $\rho$, при которых радиальная и угловая скорости $\dot{\rho} \neq 0$, $\dot{\varphi} \neq 0$

2) значения $\rho$, при которых радиальная скорость $\dot{\rho} \neq 0$, а угловая скорость $\dot{\varphi} = 0$

3) значения $\rho$, при которых радиальная и угловая скорости $\dot{\rho} = 0$, $\dot{\varphi} = 0$

4) значения $\rho$, при которых радиальная скорость $\dot{\rho} = 0$, а угловая скорость $\dot{\varphi} \neq 0$

68. Точки поворота в случае движения частицы массы $m$ в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$, определяются из равенства:

1) $U(\rho) + \dfrac{M^2}{2m\rho^2} = E$

2) $U(\rho) = E$

3) $U(\rho) = \dfrac{M^2}{2m\rho^2}$

4) $\dfrac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2\right) + U(\rho) = E$

69. Материальная точка массы $m$ движется в поле $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \mathrm{const}$, $\alpha > 0$). Траектория точки определяется выражением ($p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1 + \dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}$):

1) $\rho = \dfrac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$

2) $\rho = \dfrac{p}{1 - \varepsilon\cos\varphi}$

3) $\rho = \dfrac{p}{1 + \varepsilon\sin\varphi}$

4) $\rho = \dfrac{\varepsilon}{1 + p\cos\varphi}$

70. Частица массы $m$ движется в центральном поле $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \text{const}$, $\alpha > 0$) по орбите $\rho = \dfrac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$, где $p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1 + \dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}$. Траекторией ее движения в случае $E > 0$ будет:

1) парабола
2) гипербола
3) эллипс
4) окружность

71. Частица массы $m$ движется в центральном поле $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \text{const}$, $\alpha > 0$) по орбите $\rho = \dfrac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$, где $p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1 + \dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}$. Траекторией ее движения в случае $E = 0$ будет:

1) парабола
2) гипербола
3) эллипс
4) окружность

72. Частица массы $m$ движется в центральном поле $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \text{const}$, $\alpha > 0$) по орбите $\rho = \dfrac{p}{1 + \varepsilon\cos\varphi}$, где $p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1 + \dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}$. Траекторией ее движения в случае $\min\left(U_{\text{eff}}\right) < E < 0$ будет:

1) парабола

2) гипербола

3) эллипс

4) окружность

73. Частица массы $m$ движется в центральном поле $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \mathrm{const}$, $\alpha > 0$) по орбите $\rho = \dfrac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$, где $p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1+\dfrac{2EM^2}{m\alpha^2}}$. Траекторией ее движения в случае $E = \min\left(U_{\text{eff}}\right)$ будет:

1) парабола

2) гипербола

3) эллипс

4) окружность

74. Уравнение, которое в применении к движению планет солнечной системы лежит в основе первого закона Кеплера, есть ($p = \dfrac{M^2}{m\alpha}, \varepsilon = \sqrt{1-\dfrac{2|E|M^2}{m\alpha^2}}, m$ – масса планеты, угол $\varphi$ отсчитывается от направления прямой, соединяющей силовой центр и ближайшую к силовому центу точку орбиты):

1) $\rho = \dfrac{p}{1+\varepsilon\cos\varphi}$

2) $\rho = \dfrac{p}{1-\varepsilon\cos\varphi}$

3) $\rho = \dfrac{p}{1+\varepsilon\sin\varphi}$

4) $\rho = \dfrac{\varepsilon}{1 + p\cos\varphi}$

75. В применении к движению планет солнечной системы следующее утверждение лежит в основе второго закона Кеплера:

1) момент импульса сохраняется

2) полная энергия сохраняется

3) траектория финитного движения в поле $U(\rho) = -\dfrac{\alpha}{\rho}$ замкнута

4) финитное движение в поле $U(\rho) = -\dfrac{\alpha}{\rho}$ является периодическим

76. Большие полуоси орбит планет и их периоды обращения вокруг Солнца связаны соотношением, представляющим собой третий закон Кеплера:

1) $\dfrac{T}{a^2} = \mathrm{const}$

2) $\dfrac{T^2}{a^3} = \mathrm{const}$

3) $\dfrac{T^3}{a^4} = \mathrm{const}$

4) $\dfrac{T^2}{a^4} = \mathrm{const}$

77. «Падение» (захват) частицы с массой $m$ с моментом импульса $M \neq 0$ на силовой центр с потенциалом $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r}$ ($\alpha = \mathrm{const}$, $\alpha > 0$) возможно при условии:

1) $\alpha < \dfrac{M^2}{2m}$

2) $\alpha > \dfrac{M^2}{2m}$

3) при любых значениях $\alpha$

4) «падение» (захват) частицы невозможен

78. *«Падение» (захват) частицы с массой $m$ с моментом импульса $M \neq 0$ на силовой центр с потенциалом $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r^2}$ ($\alpha = \text{const}$, $\alpha > 0$) возможно при условии:

1) $\alpha < \dfrac{M^2}{2m}$

2) $\alpha > \dfrac{M^2}{2m}$

3) при любых значениях $\alpha$

4) «падение» (захват) частицы невозможен

79. *«Падение» (захват) частицы с массой $m$ с моментом импульса $M \neq 0$ на силовой центр с потенциалом $U(r) = -\dfrac{\alpha}{r^n}$ ($n > 2$, $\alpha = \text{const}$, $\alpha > 0$) возможно при условии:

1) $\alpha > \dfrac{M^2}{2m}$

2) $\alpha > \dfrac{M}{2m}$

3) $\alpha > \dfrac{M^2}{m}$

4) при любом положительном значении $\alpha$

## Раздел 4. ПРОБЛЕМА ДВУХ ТЕЛ
## И ТЕОРИЯ СТОЛКНОВЕНИЯ И РАССЕЯНИЯ ЧАСТИЦ

80. Чему равна приведенная масса двух частиц с массами $m_1$ и $m_2$:

1) $\mu = \dfrac{m_1 m_2}{m_1 + m_2}$

2) $\mu = m_1 + m_2$

3) $\mu = m_1 - m_2$

4) $\mu = \dfrac{m_1 + m_2}{m_1 m_2}$

81. Радиус-вектор центра масс системы из двух частиц с массами $m_1$ и $m_2$ есть:

1) $\mathbf{R} = \dfrac{m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}$

2) $\mathbf{R} = m_1\mathbf{r}_1 + m_2\mathbf{r}_2$

3) $\mathbf{R} = \dfrac{m_1\mathbf{r}_1}{m_2} + \dfrac{m_2\mathbf{r}_2}{m_1}$

4) $\mathbf{R} = \dfrac{m_1\mathbf{r}_1 - m_2\mathbf{r}_2}{m_1 + m_2}$

82. *Прицельным расстоянием в задаче рассеяния частицы на силовом центре называется:

1) расстояние между силовым центром и ближайшей точкой траектории частицы

2) расстояние, на котором частица прошла бы от силового центра при отсутствии взаимодействия с последним

3) расстояние, на котором частица проходит от силового центра при учете взаимодействия с последним
4) расстояние между силовым центром и точкой испускания частицы

83. *Траектория частицы, рассеянной на силовом центре с потенциалом $U(r)$:
1) лежит в одной плоскости
2) не лежит в одной плоскости
3) является замкнутой
4) не подчиняются ни одному из перечисленных условий

84. *Углом рассеяния в задаче рассеяния частицы на силовом центре называется:
1) угол отклонения частицы от первоначальной траектории
2) угол между исходной траекторией частицы и отрезком, проведенным из силового центра в точку испускания частицы
3) угол между исходной траекторией частицы и отрезком, проведенным из силового центра в ближайшую к силовому центру точку орбиты
4) ни один из перечисленных ответов не является верным

85. В случае рассеяния частицы в постоянном центральном поле сохраняется:
1) энергия
2) энергия и момент импульса
3) энергия и импульс
4) импульс и момент импульса

86. *«Падение» (захват) частицы на силовой центр возможно при условии, накладываемом на «эффективную» потенциальную энергию при $r \to 0$:

1) $U_{\text{eff}}(r) \to E$

2) $U_{\text{eff}}(r) \to +\infty$

3) $U_{\text{eff}}(r) \to -\infty$

4) $U_{\text{eff}}(r) \to 0$

## Раздел 5. УРАВНЕНИЯ ЛАГРАНЖА

87. Обобщенными координатами системы, на которую наложены механические связи, называются:

    1) любые независимые величины, однозначно определяющие положение механической системы в любой момент времени
    2) любые независимые величины, однозначно определяющие положение центра масс механической системы
    3) любые независимые величины в количестве $N$ для системы из $N$ материальных точек
    4) любые независимые величины в количестве $3N$ для системы из $N$ материальных точек

88. Для однозначного определения положения материальной точки в пространстве необходимо задать следующее количество независимых координат:

    1) 1
    2) 2
    3) 3
    4) 4

89. Для однозначного описания положения в пространстве механической системы, состоящей из $N$ свободных материальных точек, необходимо задать следующее количество независимых координат:

    1) N
    2) $2N$
    3) $3N$

4) $4N$

90. Под связями, наложенными на механическую систему, понимается следующее:

1) ограничения, накладываемые на ускорения точек механической системы, которые должны выполняться при любом ее движении
2) ограничения, накладываемые на скорости точек механической системы, которые должны выполняться при любом ее движении
3) ограничения, накладываемые на взаимное расположение точек механической системы
4) любые условия, ограничивающие свободу перемещения точек механической системы

91. Связь, наложенную на механическую систему, можно в общем случае математически представить в виде:

1) уравнений или неравенств, в которые входят только координаты всех или части точек системы
2) уравнений или неравенств, в которые входят координаты всех или части точек системы и время
3) уравнений или неравенств, в которые входят скорости всех или части точек системы и время
4) уравнений или неравенств, в которые входят координаты и скорости всех или части точек системы и время

92. Голономной называется такая связь, аналитическое выражение которой в общем случае можно представить в виде:

1) $f(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N)=0$, где $\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N$ – радиус-векторы точек системы
2) $f(\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N,t)=0$, где $\mathbf{r}_1,\mathbf{r}_2,...,\mathbf{r}_N$ – радиус-векторы точек системы

3) $f(\dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, ..., \dot{\mathbf{r}}_N, t) = 0$, где $\dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, ..., \dot{\mathbf{r}}_N$ – скорости точек системы

4) $f(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N, \dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, ..., \dot{\mathbf{r}}_N, t) = 0$, где $\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2, ..., \mathbf{r}_N$ – радиус-векторы точек системы, а $\dot{\mathbf{r}}_1, \dot{\mathbf{r}}_2, ..., \dot{\mathbf{r}}_N$ – их скорости

93. Какие переменные могут входить в уравнение голономной связи для некоторой системы материальных точек:

1) только обобщенные координаты
2) только обобщенные координаты и обобщенные скорости
3) только обобщенные координаты и время
4) обобщенные координаты, обобщенные скорости и время

94. Числом степеней свободы системы с голономными связями называется:

1) число возможных направлений движения системы
2) число обобщенных координат системы
3) число входящих в систему материальных точек
4) число декартовых координат, необходимых для однозначного определения положения механической системы

95. Для системы $N$ материальных точек в пространстве, на которую наложено $s$ голономных связей, число степеней свободы $n$ равно:

1) $n = 3s - N$
2) $n = N - 3s$
3) $n = 3N - s$
4) $n = 3(N - s)$

96. Число степеней свободы плоского математического маятника с неподвижной точкой подвеса равно:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

97. Число степеней свободы плоского математического маятника, точка подвеса которого может совершать движение по горизонтальной прямой, равно:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

98. Число степеней свободы двойного плоского математического маятника (маятника с другим маятником, прикрепленным к концу первого маятника) с неподвижной точкой подвеса, равно:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

99. *Число степеней свободы плоского математического маятника с неподвижной точкой подвеса, длина нити которого изменяется по закону $l(t)$, равно:

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

100. Материальная точка движется в потенциальном поле с потенциальной энергией $U$. На точку наложены идеальные голономные связи. Кинетическая энергия точки равна $T$. Функция Лагранжа точки имеет вид:

1) $L = T + U$

2) $L = T - U$

3) $L = T/U$

4) $L = \dfrac{T+U}{T-U}$

101. Функция Лагранжа $L$ имеет размерность:

1) мощности

2) силы

3) энергии

4) является безразмерной величиной

102. На механическую систему из $N$ материальных точек наложены идеальные голономные связи, а действующие внешние силы являются потенциальными. Радиус-векторы $\mathbf{r}_i$ материальных точек системы не зависят явно от времени. Функция Лагранжа системы имеет вид ($U(q_1, q_2, ..., q_s)$ – потенциальная энергия системы):

1) $L = \dfrac{1}{2}\sum\limits_{\alpha,\beta=1}^{s}\sum\limits_{i=1}^{N} m_i \left(\dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\alpha}, \dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\beta}\right)\dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta - U(q_1, q_2, ..., q_s)$

2) $L = \dfrac{1}{2}\sum\limits_{\alpha,\beta=1}^{s}\sum\limits_{i=1}^{N} m_i \left(\dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\alpha}, \dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\beta}\right)\dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta + U(q_1, q_2, ..., q_s)$

3) $L = \dfrac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{s} \sum_{i=1}^{N} m_i \dot{q}_\alpha \dot{q}_\beta - U(q_1, q_2, ..., q_s)$

4) $L = \dfrac{1}{2} \sum_{\alpha,\beta=1}^{s} \sum_{i=1}^{N} m_i \left( \dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\alpha}, \dfrac{\partial \mathbf{r}_i}{\partial q_\beta} \right) q_\alpha q_\beta - U(q_1, q_2, ..., q_s)$

103. Свойство ковариантности уравнений Лагранжа относительно замены переменных заключается в том, что:

1) вид уравнений Лагранжа изменяется при переходе к новым обобщенным координатам
2) вид уравнений Лагранжа может как изменяться, так и не изменяться при переходе к новым обобщенным координатам
3) в уравнения Лагранжа не входят реакции связей
4) вид уравнений Лагранжа не изменяется при переходе к новым обобщенным координатам

104. Уравнения Лагранжа не изменяются, если вместо функции $L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t)$, где под $\mathbf{q}$ понимается совокупность обобщенных координат, а под $\dot{\mathbf{q}}$ – обобщенных скоростей механической системы, взять функцию ($f$ – произвольная функция):

1) $L'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \dfrac{df(\mathbf{q}, t)}{dt}$

2) $L'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \dfrac{\partial f(\mathbf{q}, t)}{\partial q_j}$

3) $L'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + f(\mathbf{q}, t)$

4) $L'(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) = L(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, t) + \dfrac{\partial^2 f(\mathbf{q}, t)}{\partial q_j \partial t}$

105. На механическую систему, находящуюся в потенциальном поле, наложены идеальные голономные связи. Уравнение Лагранжа системы по обобщенной координате $q_j$ есть *(L* – функция Лагранжа системы):

1) $\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \dfrac{\partial L}{\partial q_j} = 0$

2) $\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial q_j} = 0$

3) $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} + \dfrac{\partial L}{\partial q_j} = 0$

4) $\dfrac{d}{dt}\dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - \dfrac{\partial L}{\partial q_j} = 0$

106. Если функция Лагранжа механической системы не зависит явно от времени, то сохраняется:

1) обобщенная энергия системы
2) полный обобщенный импульс системы
3) полный момент импульса системы
4) кинетическая энергия системы

107. Циклическая координата – это:

1) обобщенная координата, производная по времени от которой не входит в явном виде в функцию Лагранжа
2) обобщенная координата, которая не входит в явном виде в функцию Лагранжа
3) обобщенная координата, производная по времени от которой не входит в явном виде в уравнения Лагранжа

4) обобщенная координата, производная по времени от которой входит в явном виде в уравнения Лагранжа

108. Пусть $q_j$ – циклическая координата. Какое из приведенных ниже утверждений является верным?

1) соответствующий этой координате обобщенный импульс $p_j = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ сохраняется

2) соответствующий этой координате обобщенный импульс $p_j = \dfrac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$ не сохраняется

3) производная от функции Лагранжа по данной координате отлична от нуля

4) функция Лагранжа содержит квадрат данной координаты

109. Механическая система состоит из двух материальных точек, связанных невесомым нерастяжимым стержнем. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения системы?

1) 2

2) 3

3) 4

4) 5

110. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения плоского математического маятника с неподвижной точкой подвеса?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

111. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения двойного плоского математического маятника (маятник с другим маятником, прикрепленным к концу первого маятника)?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

112. *Точка подвеса плоского математического маятника движется в горизонтальном направлении по закону $x(t)$. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения математического маятника?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

113. *Длина плоского математического маятника с неподвижной точкой подвеса изменяется по закону $l(t)$. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения математического маятника?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

114. *Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения сферического маятника (материальной точки, закрепленной на невесомом нерастяжимом стержне, способном совершать движения в пространстве)?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

115. *Точка подвеса математического маятника равномерно движется в вертикальной плоскости по окружности. Какое количество уравнений Лагранжа необходимо для описания движения системы?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

116. Частица с массой $m$ движется вдоль оси $x$ под действием упругой силы $F_x = -kx$, $k = const$. Функция Лагранжа частицы имеет вид:

1) $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} - \frac{kx^2}{2}$

2) $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + \frac{kx^2}{2}$

3) $L = \frac{m\dot{x}^2}{2} + kx$

4) $L=\dfrac{m\dot{x}^2}{2}-kx$

117. Функция Лагранжа математического маятника может быть представлена в виде (обозначения приведены на рис. 2, $g$ – ускорение свободного падения):

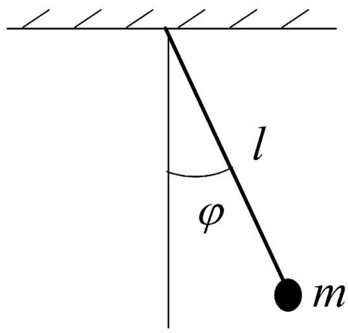


Рис. 2.

1) $L=\dfrac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2}+mgl\cos\varphi$

2) $L=\dfrac{ml^2\dot{\varphi}}{2}+mgl\cos\varphi$

3) $L=\dfrac{ml^2\dot{\varphi}^2}{2}-mg$

4) $L=\dfrac{m\dot{\varphi}^2}{2}+mgl\cos\varphi$

118. Уравнение Лагранжа для математического маятника имеет вид (обозначения приведены на рис. 2, $g$ – ускорение свободного падения):

1) $\ddot{\varphi}+\dfrac{g}{l}\cos\varphi=0$

2) $\ddot{\varphi}-\dfrac{g}{l}\cos\varphi=0$

3) $\ddot{\varphi}+\dfrac{g}{l}\sin\varphi=0$

4) $\ddot{\varphi}-\dfrac{g}{l}\sin\varphi=0$

119. *Частица с массой $m$ движется вдоль оси $z$, направленной вертикально вверх, в однородном поле тяжести. Функция Лагранжа $L$ частицы имеет вид:

1) $L = \frac{m\dot{z}^2}{2} - mg\dot{z}$

2) $L = \frac{m\dot{z}^2}{2} + mg\dot{z}$

3) $L = \frac{m\dot{z}^2}{2} - mgz$

4) $L = \frac{m\dot{z}^2}{2}$

120. Частицы с массами $m_1$ и $m_2$, связанные пружиной жесткости $k$, движутся в плоскости $xy$. Гравитационным взаимодействием между частицами можно пренебречь. Функция Лагранжа системы может быть представлена в виде ($x_1$, $y_1$ – координаты частицы массы $m_1$, $x_2$, $y_2$ – координаты частицы массы $m_2$):

1) $L = \frac{m_1\left(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2\right)}{2} + \frac{m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right)}{2} - \frac{k}{2}\left(\left(x_1 + y_1\right)^2 - \left(x_2 + y_2\right)^2\right)$

2) $L = \frac{m_1\left(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2\right)}{2} + \frac{m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right)}{2} - \frac{k}{2}\left(\left(x_1 - x_2\right)^2 + \left(y_1 - y_2\right)^2\right)$

3) $L = \frac{m_1\left(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2\right)}{2} - \frac{m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right)}{2} - \frac{k}{2}\left(\left(x_1 + y_1\right)^2 - \left(x_2 + y_2\right)^2\right)$

4) $L = \frac{m_1\left(\dot{x}_1^2 + \dot{y}_1^2\right)}{2} + \frac{m_2\left(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2\right)}{2} - \frac{k}{2}\left(\left(x_1 - x_2\right) + \left(y_1 - y_2\right)\right)$

121. Функция Лагранжа $L$ свободной частицы с массой $m$ в декартовых координатах имеет вид:

1) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)$

2) $L = \frac{m}{2}\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$

3) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2\right)$

4) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)^2$

122. Уравнение Лагранжа для свободной частицы в декартовой системе координат по обобщенной координате $z$ сводится к виду:

1) $\dot{z} = 0$

2) $\ddot{z} = 0$

3) $\dot{z}^2 = 0$

4) $\ddot{z} - \dot{z} = 0$

123. Функция Лагранжа $L$ свободной частицы с массой $m$ в цилиндрической системе координат сводится к виду:

1) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \rho^2\dot{z}^2\right)$

2) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + z^2\right)$

3) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2\right)$

4) $L = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2\right)$

124. *Функция Лагранжа $L$ свободной частицы с массой $m$ в сферической системе координат сводится к виду:

1) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2+\dot{\theta}^2+\dot{\varphi}^2\right)$

2) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2+\dot{\varphi}^2+\dot{\theta}^2\right)$

3) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2+r^2\dot{\theta}^2+\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)$

4) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{r}^2+r^2\dot{\theta}^2+r^2\dot{\varphi}^2\sin^2\theta\right)$

125. Функция Лагранжа для частицы массы *m*, движущейся в центральном поле с потенциалом $U(\rho)$, может быть записана в виде:

1) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2\right)-U(\rho)$

2) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2\right)+U(\rho)$

3) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2+\dot{\varphi}^2\right)+U(\rho)$

4) $L=\frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2-\rho^2\dot{\varphi}^2\right)-U(\rho)$

126. Дана функция Лагранжа $L=\frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2+\rho^2\dot{\varphi}^2\right)-U(\rho)$ для частицы массой *m*, движущейся в центральном поле. Какие координаты являются циклическими?

1) $\rho$, $\varphi$

2) $\rho$, $\varphi$, $z$

3) циклических координат нет

4) $\varphi$

127. Обобщенная энергия свободной частицы массы $m$ в декартовой системе координат имеет вид:

1) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)$

2) $E = \frac{m}{2}\left(x^2 + y^2 + z^2\right)$

3) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + y^2 + \dot{z}^2\right)$

4) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)^2$

128. *Обобщенная энергия свободной частицы массы $m$ в цилиндрической системе координат имеет вид:

1) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \rho^2\dot{z}^2\right)$

2) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + z^2\right)$

3) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2\right)$

4) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \dot{\varphi}^2 + \dot{z}^2\right)$

129. *Обобщенная энергия свободной частицы массы $m$ в сферической системе координат имеет вид:

1) $E = \frac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + \dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2\right)$

2) $E = \frac{m\dot{r}^2}{2}$

3) $E = \dfrac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + \dot{\varphi}^2 \sin^2\theta\right)$

4) $E = \dfrac{m}{2}\left(\dot{r}^2 + r^2\dot{\theta}^2 + r^2\dot{\varphi}^2 \sin^2\theta\right)$

## Раздел 6. ДВИЖЕНИЕ ТВЕРДОГО ТЕЛА. НЕИНЕРЦИАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ ОТСЧЕТА

130. Твердым телом называется:

1) система точек, расстояние между которыми меняется с течением времени
2) система точек, все расстояния между которыми остаются неизменными
3) система точек, обладающая осями симметрии
4) система точек, все координаты которых остаются неизменными

131. Число степеней свободы твердого тела равно:

1) 3
2) 4
3) 5
4) 6

132. *Число степеней свободы тонкого стержня равно:

1) 3
2) 4
3) 5
4) 6

133. *Число степеней свободы жесткой двухатомной молекулы равно:

1) 3
2) 4
3) 5

4) 6

134. *Число степеней свободы жесткой $N$-атомной нелинейной молекулы равно:

1) N
2) 3N
3) 6N
4) 6

135. Какие величины удобно выбрать в качестве обобщенных координат для описания положения твердого тела:

1) декартовы координаты центра масс твердого тела и три угла Эйлера, характеризующие поворот жестко связанной с твердым телом системы координат относительно неподвижной системы координат
2) декартовы координаты любых двух точек твердого тела
3) декартовы координаты центра масс и произвольной точки твердого тела
4) декартовы координаты произвольной точки твердого тела

136. Радиус-вектор центра масс **R** любой системы $N$ материальных точек выражается следующим образом:

1) $\mathbf{R} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{r}_i}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$

2) $\mathbf{R} = \dfrac{\sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{r}_i^2}{\sum_{i=1}^{N} m_i}$

3) $\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{r}_i$

4) $\mathbf{R} = \sum_{i=1}^{N} m_i \mathbf{r}_i^2$

137. В случае непрерывного распределения массы по некоторому объему с плотностью $\rho(\mathbf{r})$ радиус-вектор центра масс $\mathbf{R}$ выражается следующим образом:

1) $\mathbf{R} = \int \rho(\mathbf{r}) dV$

2) $\mathbf{R} = \int \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} dV$

3) $\mathbf{R} = \dfrac{\int \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r}^2 dV}{\int \rho(\mathbf{r}) dV}$

4) $\mathbf{R} = \dfrac{\int \rho(\mathbf{r}) \mathbf{r} dV}{\int \rho(\mathbf{r}) dV}$

138. *В неподвижной системе координат скорость точки B твердого тела, которое вращается с угловой скоростью $\mathbf{\Omega}$ вокруг точки A, определяется выражением:

1) $\mathbf{v}_{\mathrm{B}} = \mathbf{v}_{\mathrm{A}} + [\mathbf{r}_{\mathrm{B}} - \mathbf{r}_{\mathrm{A}}, \mathbf{\Omega}]$

2) $\mathbf{v}_{\mathrm{B}} = \mathbf{v}_{\mathrm{A}}$

3) $\mathbf{v}_{\mathrm{B}} = \mathbf{v}_{\mathrm{A}} + [\mathbf{\Omega}, \mathbf{r}_{\mathrm{B}} - \mathbf{r}_{\mathrm{A}}]$

4) $\mathbf{v}_{\mathrm{B}} = \mathbf{v}_{\mathrm{A}} + \dfrac{[\mathbf{\Omega}, \mathbf{r}_{\mathrm{B}} - \mathbf{r}_{\mathrm{A}}]^2}{\Omega^2}$

139. *Кинетическая энергия $T$ твердого тела с массой $m$ и моментом инерции $J$, центр масс которого имеет скорость $\mathbf{V}$ и угловую скорость $\mathbf{\Omega}$, равна:

1) $T = \dfrac{1}{2} m\mathbf{V}^2 + \dfrac{1}{2}\sum_{\alpha} J_{\alpha} \mathbf{\Omega}^2$

2) $T = \dfrac{1}{2} m\mathbf{V}^2 + \dfrac{1}{2}\sum_{\alpha\beta} J_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha}^2$

3) $T = \dfrac{1}{2} m\mathbf{V}^2 + \dfrac{1}{2}\sum_{\alpha\beta} J_{\alpha\beta} \Omega_{\alpha} \Omega_{\beta}$

4) $T = \dfrac{1}{2} m\mathbf{V}^2 + \dfrac{1}{2}\sum_{\alpha} J_{\alpha} \sum_{\beta} \Omega_{\beta}$

140. Закон изменения полного импульса $\mathbf{P}$ системы материальных точек выражается следующим образом ($\mathbf{F}^{\text{ex}}$ – сумма всех внешних сил, $\mathbf{F}^{\text{in}}$ – сумма всех внутренних сил):

1) $\dfrac{\partial \mathbf{P}}{\partial t} = \mathbf{F}^{\text{ex}}$

2) $\dfrac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{ex}}$

3) $\dfrac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{in}}$

4) $\dfrac{d\mathbf{P}}{dt} = \mathbf{F}^{\text{in}} + \mathbf{F}^{\text{ex}}$

141. Закон изменения полного момента импульса $\mathbf{M}$ системы материальных точек выражается следующим образом ($\mathbf{L}^{\text{ex}}$ – сумма моментов всех внешних сил, $\mathbf{F}^{\text{in}}$ – сумма моментов всех внутренних сил):

1) $\dfrac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} = \mathbf{L}^{\text{ex}}$

2) $\dfrac{d\mathbf{M}}{dt} = \mathbf{L}^{\text{ex}}$

3) $\dfrac{d\mathbf{M}}{dt} = \mathbf{L}^{\text{in}}$

4) $\dfrac{d\mathbf{M}}{dt} = \mathbf{L}^{\text{in}} + \mathbf{L}^{\text{ex}}$

142. Тензор инерции определяется следующим выражением:

1) $J_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\gamma=1}^{3}\left\{x_{i\gamma}^2 - x_{i\alpha}x_{i\beta}\right\}\delta_{\alpha\beta}$

2) $J_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\gamma=1}^{3} m_i x_{i\gamma}^2$

3) $J_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\gamma=1}^{3} m_i\left\{x_{i\gamma}^2\delta_{\alpha\beta} - x_{i\alpha}x_{i\beta}\right\}$

4) $J_{\alpha\beta} = \sum_{i=1}^{N}\sum_{\gamma=1}^{3} m_i x_{i\alpha}x_{i\beta}$

143. *Тензор инерции в общем случае является:

1) антисимметричным
2) кососимметричным
3) симметричным
4) ни один из ответов не является верным

144. *Какое число независимых компонент имеет тензор инерции в общем случае:

1) 1
2) 3
3) 6

4) 9

145. *Какой вид имеет тензор инерции в системе координат, жестко связанной с твердым телом и имеющей начало в центре масс твердого тела (суммирование ведется по всем точкам твердого тела)?

1) $$\begin{pmatrix} \sum_i m_i\left(y_i^2+z_i^2\right) & 0 & 0 \\ 0 & \sum_i m_i\left(z_i^2+x_i^2\right) & 0 \\ 0 & 0 & \sum_i m_i\left(x_i^2+y_i^2\right) \end{pmatrix}$$

2) $$\begin{pmatrix} \sum_i m_i\left(y_i^2+z_i^2\right) & -\sum_i m_i x_i y_i & -\sum_i m_i x_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i y_i & \sum_i m_i\left(z_i^2+x_i^2\right) & -\sum_i m_i y_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i z_i & -\sum_i m_i y_i z_i & \sum_i m_i\left(x_i^2+y_i^2\right) \end{pmatrix}$$

3) $$\begin{pmatrix} 0 & -\sum_i m_i x_i y_i & -\sum_i m_i x_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i y_i & 0 & -\sum_i m_i y_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i z_i & -\sum_i m_i y_i z_i & 0 \end{pmatrix}$$

4) $$\begin{pmatrix} \sum_i m_i x_i^2 & -\sum_i m_i x_i y_i & -\sum_i m_i x_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i y_i & \sum_i m_i y_i^2 & -\sum_i m_i y_i z_i \\ -\sum_i m_i x_i z_i & -\sum_i m_i y_i z_i & \sum_i m_i z_i^2 \end{pmatrix}$$

146. В случае непрерывного распределения массы по некоторому объему с плотностью $\rho(\mathbf{r})$ тензор инерции определяется следующим выражением:

1) $J_{\alpha\beta} = \sum_{\gamma=1}^{3} \int_V \rho(\mathbf{r}) \left\{ x_\gamma^2 \delta_{\alpha\beta} - x_\alpha x_\beta \right\} dV$

2) $J_{\alpha\beta} = \int_V \rho(\mathbf{r}) r^2 dV$

3) $J_{\alpha\beta} = \int_V \rho(\mathbf{r}) x_\alpha x_\beta dV$

4) $J_{\alpha\beta} = \int_V \rho(\mathbf{r}) \sum_{\gamma=1}^{3} x_\gamma^2 dV$

147. Какой вид в общем случае имеет тензор инерции в главных осях?

1) $\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 0 & J_1 & J_2 \\ J_1 & 0 & J_3 \\ J_2 & J_3 & 0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_3 \end{pmatrix}$

148. *Тензор инерции тонкого стержня массы $m$ и длины $l$ равен ($J = \dfrac{ml^2}{12}$):

1) $\begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & 2J \end{pmatrix}$

149. *Тензор инерции тонкого плоского прямоугольника массы $m$ и со сторонами $a$ и $b$ равен ($J_a = \dfrac{ma^2}{12}, J_b = \dfrac{mb^2}{12}$):

1) $\begin{pmatrix} J_b & 0 & 0 \\ 0 & J_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} J_b & J_a + J_b & 0 \\ J_a + J_b & J_a & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} J_b & 0 & 0 \\ 0 & J_a & 0 \\ 0 & 0 & J_a + J_b \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J_a + J_b & 0 & 0 \\ 0 & J_a + J_b & 0 \\ 0 & 0 & J_a + J_b \end{pmatrix}$

150. *Тензор инерции шара массы $m$ и радиуса $R$, определенный по отношению к его центру масс, имеет вид ($J = \dfrac{2mR^2}{5}$):

1) $\begin{pmatrix} 2J & 0 & 0 \\ 0 & 2J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J & J & J \\ J & J & J \\ J & J & J \end{pmatrix}$

151. *Тензор инерции кругового цилиндра массы $m$, радиуса $R$ и высоты $h$, определенный относительно его центра масс, имеет вид ($J_1 = \dfrac{m\left(3R^2 + h^2\right)}{12}, J_2 = \dfrac{mR^2}{2}$):

1) $\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_1 \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} J_1 & 0 & 0 \\ 0 & J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} 2J_1 & 0 & 0 \\ 0 & 2J_1 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J_2 & 0 & 0 \\ 0 & J_2 & 0 \\ 0 & 0 & J_2 \end{pmatrix}$

152. *Тензор инерции тонкого диска массы $m$ и радиуса $R$, определенный относительно его центра масс, имеет вид ($J = \dfrac{mR^2}{2}$):

1) $\begin{pmatrix} J/2 & J/2 & J/2 \\ J/2 & J/2 & J/2 \\ J & J & J \end{pmatrix}$

2) $\begin{pmatrix} J & 0 & 0 \\ 0 & J & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

3) $\begin{pmatrix} J & 0 & J \\ 0 & J & 0 \\ J & 0 & J \end{pmatrix}$

4) $\begin{pmatrix} J/2 & 0 & 0 \\ 0 & J/2 & 0 \\ 0 & 0 & J \end{pmatrix}$

153. *Какова связь компонент тензора инерции плоского тела (толщина пренебрежимо мала по сравнению с другими размерами, ось $z$ направлена перпендикулярно плоскости тела)?

1) $J_{zz} = J_{xx} + J_{yy}$

2) $J_{xx} = J_{yy} = J_{zz}$

3) $J_{zz} = \frac{1}{2}\left(J_{xx} + J_{yy}\right)$

4) $J_{xx}J_{yy} + J_{yy}J_{zz} + J_{zz}J_{xx} = 0$

5)

154. *Тело, у которого все три главных момента инерции различны, называется:

1) асимметрическим волчком

2) шаровым волчком

3) симметрическим волчком

4) ни один из ответов не является верным

155. *Тело, у которого два главных момента инерции равны, называется:

1) асимметрическим волчком

2) шаровым волчком

3) симметрическим волчком

4) ни один из ответов не является верным

156. *Тело, у которого все главные моменты инерции равны, называется:

1) волчком

2) шаровым волчком

3) симметрическим волчком

4) асимметрическим волчком

157. Если положение нового начала отсчета $O'$ по отношению к началу отсчета $O$, связанному с центром масс, задается вектором $\mathbf{a}$, то тензоры инерции $J'$ и $J$ связаны соотношением (теорема Штейнера):

1) $J'_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta}$

2) $J'_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta} + m\left(a^2\delta_{\alpha\beta} - a_\alpha a_\beta\right)$

3) $J'_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta} + ma^2$

4) $J'_{\alpha\beta} = J_{\alpha\beta} - ma^2$

158. Инерциальной называется система координат, по отношению к которой изолированная материальная точка:

1) покоится
2) либо покоится, либо движется равномерно
3) либо покоится, либо движется прямолинейно
4) либо покоится, либо движется равномерно и прямолинейно

159. Система координат, двигающаяся по отношению к инерциальной системе ускоренно, называется:

1) ускоренной системой отсчета
2) подвижной системой отсчета
3) неинерциальной системой отсчета
4) ни один ответ не является верным

## Раздел 7. УСЛОВИЯ РАВНОВЕСИЯ СИСТЕМЫ

160. Условие равновесия для материальной точки можно сформулировать в виде:
   1) на материальную точку не действуют никакие силы
   2) равнодействующая всех сил, действующих на материальную точку, равна нулю
   3) результирующий момент сил, действующих на материальную точку, равен нулю
   4) ни одна из формулировок не является верной

161. Условие равновесия для твердого тела можно сформулировать в виде:
   1) на тело не действуют никакие силы
   2) равнодействующая всех сил, действующих на тело, равна нулю
   3) результирующий момент сил равен нулю
   4) равнодействующая всех сил, действующих на тело, и результирующий момент сил равны нулю

162. Принцип виртуальных перемещений, или статический принцип Даламбера, гласит, что необходимым и достаточным условием равновесия голономной материальной системы, подчиненной только идеальным связям, является:
   1) равенство нулю всех сил
   2) равенство нулю всех активных сил
   3) равенство нулю работы всех сил на любом виртуальном перемещении точек материальной системы

4) равенство нулю работы всех активных сил на любом виртуальном перемещении точек материальной системы

163. *Необходимым и достаточным условием равновесия голономной материальной системы, подчиненной только идеальным связям, является:

1) равенство нулю всех активных сил
2) равенство нулю суммы всех активных сил
3) равенство нулю всех обобщенных сил
4) равенство нулю суммы всех обобщенных сил

## Раздел 8. МАЛЫЕ КОЛЕБАНИЯ МЕХАНИЧЕСКИХ СИСТЕМ

164. Потенциальная энергия одномерного гармонического осциллятора может быть выражена в виде:

1) $U = -kx$

2) $U = kx$

3) $U = \dfrac{kx^2}{2}$

4) $U = \dfrac{m\dot{x}^2}{2}$

165. Период малых колебаний грузика массой $m$ на пружине жесткостью $k$ равен:

1) $T = \sqrt{\dfrac{m}{k}}$

2) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{m}{k}}$

3) $T = \sqrt{\dfrac{k}{m}}$

4) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{k}{m}}$

166. Период малых колебаний плоского математического маятника равен (длина нити $l$):

1) $T = 2\pi\sqrt{\dfrac{g}{l}}$

2) $T = \sqrt{\dfrac{g}{l}}$

3) $T=\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

4) $T=2\pi\sqrt{\dfrac{l}{g}}$

167. Нормальными координатами колебательной системы называются:

1) любые координаты системы, полностью определяющие ее положение
2) обобщенные координаты системы, изменяющиеся периодически с течением времени
3) обобщенные координаты системы, изменяющиеся не периодически с течением времени
4) обобщенные координаты системы, являющиеся линейными комбинациями исходных смещений $x_j$, участвующие в колебании только с одной частотой $\omega_\alpha$

168. Нормальные координаты механической системы $\theta_\alpha$ удовлетворяют уравнению ($\omega_\alpha=\mathrm{const}$):

1) $\ddot{\theta}_\alpha+\omega_\alpha^2\theta_\alpha=0$
2) $\ddot{\theta}_\alpha-\omega_\alpha^2\theta_\alpha=0$
3) $\dot{\theta}_\alpha+\omega_\alpha^2\theta_\alpha=0$
4) $\dot{\theta}_\alpha-\omega_\alpha^2\theta_\alpha=0$

169. Изменение нормальной координаты колебаний механической системы $\theta_\alpha$ подчиняется закону ($\omega_\alpha$ – собственная частота, $\phi_{0\alpha}$ – начальная фаза):

1) $\theta_\alpha \sim \cos\left(\omega_\alpha t + \phi_{0\alpha}\right)$

2) $\theta_\alpha \sim \cos^2\left(\omega_\alpha t + \phi_{0\alpha}\right)$

3) $\theta_\alpha \sim \sin^2\left(\omega_\alpha t + \phi_{0\alpha}\right)$

4) $\theta_\alpha \sim \cos\left(\omega_\alpha t + \phi_{0\alpha}\right)\sin\left(\omega_\alpha t + \phi_{0\alpha}\right)$

170. Число собственных частот $\omega_\alpha$ механической системы с $n$ степенями свободы для невырожденного случая равно:

1) $n-1$

2) $n$

3) $n+1$

4) $2n$

171. *Какое количество колебательных степеней свободы имеется у трехатомной линейной молекулы?

1) 1

2) 2

3) 4

4) 8

172. *Какое количество колебательных степеней свободы имеется у трехатомной нелинейной молекулы?

1) 1

2) 2

3) 3

4) 4

173. *Уравнение движения системы с одной степенью свободы вблизи положения устойчивого равновесия в линейном приближении приводится к виду ($k$ – соответствующий размерный коэффициент, $k > 0$):

1) $m\ddot{x} - kx = 0$

2) $m\ddot{x} - k\dot{x} = 0$

3) $m\ddot{x} = -kx$

4) $m\dot{x} = -kx$

174. *Уравнение движения системы с одной степенью свободы вблизи положения устойчивого равновесия в присутствии сил вязкого трения в линейном приближении приводится к виду ($\mu$, $\omega_0$ – соответствующие размерные коэффициенты, $\mu > 0$):

1) $\ddot{x} - 2\mu\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

2) $\ddot{x} + 2\mu\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$

3) $\ddot{x} + 2\mu\dot{x} - \omega_0^2 x = 0$

4) $\ddot{x} - 2\mu\dot{x} - \omega_0^2 x = 0$

175. *Частота $\omega$ затухающих малых колебаний системы с одной степенью свободы вблизи положения устойчивого равновесия в линейном приближении равна ($\mu$ – коэффициент затухания, $\omega_0$ – собственная частота колебаний):

1) $\omega = \omega_0 - \lambda$

2) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \lambda^2}$

3) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \lambda^2}$

4) $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - 2\lambda^2}$

## Раздел 9. УРАВНЕНИЯ ГАМИЛЬТОНА. СКОБКИ ПУАССОНА

176. Обобщенный импульс, соответствующий обобщенной координате $q_j$, механической системы с функцией Лагранжа $L$ определяется равенством:

1) $p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j}$

2) $p_j = \frac{L}{q_j}$

3) $p_j = \frac{\partial L}{\partial q_j}$

4) $p_j = \frac{\partial L}{\partial \dot{q}_j} - L$

177. Обобщенный импульс свободной частицы с массой $m$ есть:

1) $\mathbf{p} = m\mathbf{r}$

2) $\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}}$

3) $\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}} + m\mathbf{r}$

4) $\mathbf{p} = m\dot{\mathbf{r}} - m\mathbf{r}$

178. Обобщенные импульсы $p_x$, $p_y$, $p_z$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующие обобщенным координатам $x$, $y$, $z$, где $x$, $y$, $z$ – декартовы координаты, равны:

1) $p_x = mx$, $p_y = my$, $p_z = mz$

2) $p_x = m(\dot{y} - \dot{z})$, $p_y = m(\dot{z} - \dot{x})$, $p_z = m(\dot{x} - \dot{y})$

3) $p_x = m\dot{x}$, $p_y = m\dot{y}$, $p_z = m\dot{z}$

4) $p_x = m x\dot{x}$, $p_y = m y\dot{y}$, $p_z = m z\dot{z}$

179. *Обобщенный импульс $p_\rho$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $\rho$, где $\rho$ – цилиндрическая координата, равен:

1) $p_\rho = m\dot{\rho}$

2) $p_\rho = m\rho$

3) $p_\rho = m\left(\dot{\rho} - \rho\dot{\varphi}\right)$

4) $p_\rho = m\rho\dot{\varphi}$

180. *Обобщенный импульс $p_\varphi$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $\varphi$, где $\varphi$ – цилиндрическая координата, равен:

1) $p_\varphi = m\dot{\varphi}$

2) $p_\varphi = m\rho^2\dot{\varphi}$

3) $p_\varphi = m\rho^2\varphi$

4) $p_\varphi = m\rho\dot{\varphi}$

181. Обобщенный импульс $p_z$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $z$, где $z$ – цилиндрическая координата, равен:

1) $p_z = mz$

2) $p_\rho = m\rho^2\dot{z}$

3) $p_z = m\dot{z}$

4) $p_\rho = m\rho\dot{z}$

182. *Обобщенный импульс $p_r$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $r$, где $r$ – сферическая координата, равен:

1) $p_r = mr$

2) $p_\rho = m\dot{r}\varphi^2$

3) $p_\rho = m\dot{r}\varphi$

4) $p_\rho = m\dot{r}$

183. *Обобщенный импульс $p_\theta$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $\theta$, где $\theta$ – сферическая координата, равен:

1) $p_\theta = m\dot{\theta}$

2) $p_\theta = mr^2\dot{\theta}$

3) $p_\theta = mr\dot{\theta}$

4) $p_\theta = m\dot{r}\theta$

184. *Обобщенный импульс $p_\varphi$ для свободной частицы с массой $m$, соответствующий обобщенной координате $\varphi$, где $\varphi$ – сферическая координата, равен:

1) $p_\varphi = mr^2\dot{\varphi}\sin\theta$

2) $p_\varphi = mr^2\dot{\varphi}$

3) $p_\varphi = m\dot{\varphi}\sin^2\theta$

4) $p_\varphi = mr\dot{\varphi}\sin\theta$

185. *Частица массы $m$ движется в центральном поле. Запишите обобщенный импульс, являющийся интегралом движения. Функция Лагранжа $L = \frac{m}{2}\left(\dot{\rho}^2 + \rho^2\dot{\varphi}^2\right) - U(\rho)$.

1) $p_\varphi = m\dot{\varphi}$

2) $p_\rho = m\dot{\rho}$

3) $p_\rho = m\rho\dot{\varphi}^2$

4) $p_\varphi = m\rho^2\dot{\varphi}$

186. В гамильтоновом формализме функцией Гамильтона механической системы с $n$ степенями свободы называется следующая функция:

1) $H(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n, t) = \sum_{j=1}^{n} p_j\dot{q}_j - L(q_1, q_2, ..., q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_n, t)$

2) $H(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n, t) = \sum_{j=1}^{n} p_j\dot{q}_j + L(q_1, q_2, ..., q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_n, t)$

3) $H(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n, t) = \sum_{j=1}^{n} \dot{p}_j q_j - L(q_1, q_2, ..., q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_n, t)$

4) $H(q_1, q_2, ..., q_n, p_1, p_2, ..., p_n, t) = \sum_{j=1}^{n} p_j q_j - L(q_1, q_2, ..., q_n, \dot{q}_1, \dot{q}_2, ..., \dot{q}_n, t)$

187. В гамильтоновом формализме функция Гамильтона представляет собой:

1) обобщенный импульс системы

2) момент импульса системы

3) обобщенную энергию системы, выраженную как функция от обобщенных координат, обобщенных импульсов и времени

4) действие системы

188. В гамильтоновом формализме функция Гамильтона свободной частицы массы $m$ в декартовой системе координат имеет вид:

1) $H = \dfrac{m\left(v_x^2 + v_y^2 + v_z^2\right)}{2}$

2) $H = \dfrac{m\left(\dot{x}^2 + \dot{y}^2 + \dot{z}^2\right)}{2}$

3) $H = \dfrac{m\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right)}{2}$

4) $H = \dfrac{\left(p_x^2 + p_y^2 + p_z^2\right)}{2m}$

189. В гамильтоновом формализме функция Гамильтона частицы массы $m$, движущейся в потенциальном поле $U$, может быть представлена в декартовых координатах в виде:

1) $H = \dfrac{p_x^2}{2m} + \dfrac{p_y^2}{2m} + \dfrac{p_z^2}{2m} - U(x, y, z, t)$

2) $H = \dfrac{m\dot{q}_x^2}{2} + \dfrac{m\dot{q}_y^2}{2} + \dfrac{m\dot{q}_z^2}{2} + U(x, y, z, t)$

3) $H = \dfrac{p_x^2}{2m} + \dfrac{p_y^2}{2m} + \dfrac{p_z^2}{2m} + U(x, y, z, t)$

4) $H = \dfrac{\dot{q}_x^2}{2m} + \dfrac{\dot{q}_y^2}{2m} + \dfrac{\dot{q}_z^2}{2m} + U(x, y, z, t)$

190. *В гамильтоновом формализме функция Гамильтона частицы массы $m$, движущейся в потенциальном поле $U$, может быть представлена в цилиндрических координатах в виде:

1) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m\varphi^2}+\dfrac{p_z^2}{2m}+U(\rho,\varphi,z,t)$

2) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m\rho^2}+\dfrac{p_z^2}{2m}+U(\rho,\varphi,z,t)$

3) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m\rho^2}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m}+\dfrac{p_z^2}{2m}+U(\rho,\varphi,z,t)$

4) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m}+\dfrac{p_z^2}{2mz^2}+U(\rho,\varphi,z,t)$

191. *В гамильтоновом формализме функция Гамильтона частицы с массой $m$, движущейся в центральном поле с потенциалом $U$, может быть представлена в цилиндрических координатах в виде:

1) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m\rho^2}+U(\rho)$

2) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+\dfrac{p_\varphi^2}{2m\rho^2}-U(\rho)$

3) $H=\dfrac{p_\rho^2}{2m}+U(\rho)$

4) $H=\dfrac{p_\varphi^2}{2m\rho^2}+U(\rho)$

192. В гамильтоновом формализме функция Гамильтона одномерного гармонического осциллятора (с массой $m$ и частотой $\omega$) имеет вид:

1) $H=\dfrac{p^2}{2m}+\dfrac{m\omega^2x^2}{2}$

2) $H=\frac{p^2}{2m}-\frac{m\omega^2x^2}{2}$

3) $H=\frac{p^2+m\omega^2x^2}{2m}$

4) $H=\frac{p^2}{2m}+\left(1-\frac{m\omega^2x^2}{2}\right)$

193. Движение механической системы в отсутствие диссипативных сил можно определить, решив соответствующие уравнения Гамильтона (систему $2n$ дифференциальных уравнений первого порядка, $j=1,2,...,n$):

1) $\begin{cases} \dot{p}_j=\frac{\partial H}{\partial q_j} \\ \dot{q}_j=\frac{\partial H}{\partial p_j} \end{cases}$

2) $\begin{cases} \dot{p}_j=\frac{\partial H}{\partial q_j} \\ \dot{q}_j=-\frac{\partial H}{\partial p_j} \end{cases}$

3) $\begin{cases} \dot{p}_j=-\frac{\partial H}{\partial q_j} \\ \dot{q}_j=\frac{\partial H}{\partial p_j} \end{cases}$

4) $\begin{cases} \dot{p}_j=-\frac{\partial H}{\partial q_j} \\ \dot{q}_j=-\frac{\partial H}{\partial p_j} \end{cases}$

194. Уравнения Гамильтона для свободной частицы массы $m$ в случае одномерного движения вдоль оси $x$ сводятся к виду:

1) $\dot{x} = \dfrac{p^2}{2m}$, $\dot{p} = 0$

2) $\dot{x} = 0$, $\dot{p} = 0$

3) $\dot{x} = 0$, $\dot{p} = \dfrac{p}{m}$

4) $\dot{x} = \dfrac{p}{m}$, $\dot{p} = 0$

195. Скобка Пуассона двух функций $f$ и $g$ определяется равенством:

1) $\{f, g\} = \sum_{j=1}^{n} \left( \dfrac{\partial f}{\partial p_j} \dfrac{\partial f}{\partial q_j} - \dfrac{\partial g}{\partial q_j} \dfrac{\partial g}{\partial p_j} \right)$

2) $\{f, g\} = \sum_{j=1}^{n} \left( \dfrac{\partial f}{\partial p_j} \dfrac{\partial g}{\partial p_j} - \dfrac{\partial f}{\partial q_j} \dfrac{\partial g}{\partial q_j} \right)$

3) $\{f, g\} = \sum_{j=1}^{n} \left( \dfrac{\partial f}{\partial p_j} - \dfrac{\partial g}{\partial q_j} \right)$

4) $\{f, g\} = \sum_{j=1}^{n} \left( \dfrac{\partial f}{\partial p_j} \dfrac{\partial g}{\partial q_j} - \dfrac{\partial f}{\partial q_j} \dfrac{\partial g}{\partial p_j} \right)$

196. Значение выражения $\{f, \{g, h\}\} + \{g, \{h, f\}\} + \{h, \{f, g\}\}$, где $f$, $g$, $h$ – произвольные функции обобщенных координат и импульсов, равно:

1) 0

2) 1

3) $-\{f, g\}$

4) $-\{f, h\}$

197. Полную производную по времени от произвольной функции $f$ обобщенных координат и импульсов можно с помощью скобки Пуассона представить в виде:

1) $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{p, f\}$

2) $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{q, f\}$

3) $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{H, f\}$

4) $\frac{df}{dt} = \frac{\partial f}{\partial t} + \{pq, f\}$

198. Элементарные, или фундаментальные, скобки Пуассона равны:

1) $\{q_j, q_k\} = 0$, $\{p_j, p_k\} = 0$, $\{p_j, q_k\} = 0$

2) $\{q_j, q_k\} = 0$, $\{p_j, p_k\} = 0$, $\{p_j, q_k\} = \delta_{jk}$

3) $\{q_j, q_k\} = \delta_{jk}$, $\{p_j, p_k\} = 0$, $\{p_j, q_k\} = 0$

4) $\{q_j, q_k\} = 0$, $\{p_j, p_k\} = \delta_{jk}$, $\{p_j, q_k\} = 0$

199. Скобка Пуассона $\{x, x\}$ равна:

1) $p_x$

2) 1

3) $x$

4) 0

200. Скобка Пуассона $\{x, y\}$ равна:

1) $z$

2) 0

3) $x$

4) $y$

201. Скобка Пуассона $\{x, z\}$ равна:

1) $-y$

2) 0

3) $x$

4) $z$

202. Скобка Пуассона $\{p_x, x\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $x$

203. Скобка Пуассона $\{p_x, y\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $y$

204. Скобка Пуассона $\{p_x, z\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $z$

205. Скобка Пуассона $\{p_x, p_x\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $p_x^2$

206. Скобка Пуассона $\{p_x, p_y\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $p_y$

207. Скобка Пуассона $\{p_x, p_z\}$ равна:

1) 0

2) 1

3) $p_x$

4) $p_z$

208. *Скобка Пуассона $\{M_x, p_x\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) 0

2) $p_y$

3) $yp_y$

4) $M_z$

209. *Скобка Пуассона $\{M_x, x\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) $M_x$

2) 0

3) $yp_y$

4) $M_z$

210. *Скобка Пуассона $\{M_x, p_y\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) 0

2) $-p_z$

3) $p_y$

4) $M_z$

211. *Скобка Пуассона $\{M_x, y\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) $-z$

2) $p_z$

3) $p_y$

4) $z$

212. *Скобка Пуассона $\{M_x, p_z\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) $y$

2) $-p_z$

3) $p_y$

4) $M_y$

213. *Скобка Пуассона $\{M_x, z\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) $z$

2) $yp_z$

3) $zp_y$

4) $y$

214. *Скобка Пуассона $\{M_j, x_k\}$, где $M_j$ – проекция момента импульса, равна ($\varepsilon_{jkl}$ – символ Леви–Чивиты, $\delta_{jk}$ – символ Кронекера):

1) $-\varepsilon_{jkl}x_l$

2) $\varepsilon_{jkl}x_l$

3) $\delta_{jk}x_j$

4) $\delta_{jk}M_j$

215. *Скобка Пуассона $\{M_j, p_k\}$, где $M_j$ – проекция момента импульса, равна ($\varepsilon_{jkl}$ – символ Леви–Чивиты, $\delta_{jk}$ – символ Кронекера):

1) $-\varepsilon_{jkl}p_l$

2) $\varepsilon_{jkl} p_l$

3) $\delta_{jk} p_j$

4) $\delta_{jk} M_j$

216. *Скобка Пуассона $\{M_x, M_x\}$, где $M_x$ – проекция момента импульса на ось $x$, равна:

1) $x$

2) 0

3) $M_x$

4) $p_x$

217. *Скобка Пуассона $\{M_x, M_y\}$, где $M_x$ и $M_y$ – проекции момента импульса на оси $x$ и $y$, соответственно, равна:

1) $z$

2) $-p_z$

3) $-M_z$

4) $zM_z$

218. *Скобка Пуассона $\{M_x, M_z\}$, где $M_x$ и $M_z$ – проекции момента импульса на оси $x$ и $z$, соответственно, равна:

1) $M_y$

2) $-p_y$

3) $-M_z$

4) $M_x$

219. *Скобка Пуассона $\{M_j, M_k\}$, где $M_j$ и $M_k$ – проекции момента импульса, равна ($\varepsilon_{jkl}$ – символ Леви–Чивиты, $\delta_{jk}$ – символ Кронекера):

1) $-\varepsilon_{jkl} M_l$

2) $\varepsilon_{jkl} M_l$

3) $\delta_{jk} x_j$

4) $\delta_{jk} p_j$

220. *Скобка Пуассона $\{M_j, M^2\}$, где $M_j$ – проекция момента импульса, равна:

1) $M_j$

2) $x_j$

3) $p_j$

4) 0

## Раздел 10. КАНОНИЧЕСКИЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ. УРАВНЕНИЕ ГАМИЛЬТОНА-ЯКОБИ

221. Каноническими преобразованиями называются:

1) преобразования от старых обобщенных координат и импульсов к новым обобщённым координатам и импульсам, при которых сохраняется вид уравнений Гамильтона
2) преобразования от старых обобщенных координат и импульсов к новым обобщённым координатам и импульсам, при которых функция Гамильтона обращается в ноль
3) преобразования от старых обобщенных координат и импульсов к новым обобщённым координатам и импульсам, при которых упрощается вид функции Гамильтона
4) преобразования от старых обобщенных координат и импульсов к новым обобщённым координатам и импульсам, при которых вид уравнений Гамильтона не сохраняется

222. *Производящая функция $F_1(\mathbf{q},\mathbf{Q},t)$ зависит от старых и новых обобщенных координат и времени. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией, имеет вид:

1) $q_j = \dfrac{\partial F_1}{\partial p_j},\ Q_j = -\dfrac{\partial F_1}{\partial P_j},\ H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_1}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $p_j = \dfrac{\partial F_1}{\partial q_j},\ P_j = \dfrac{\partial F_1}{\partial Q_j},\ H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_1}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $p_j = \dfrac{\partial F_1}{\partial q_j},\ P_j = -\dfrac{\partial F_1}{\partial Q_j},\ H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_1}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $p_j = \dfrac{\partial F}{\partial Q_j}$, $P_j = -\dfrac{\partial F}{\partial q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_1}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

223. *Производящая функция $F_2(\mathbf{q},\mathbf{P},t)$ зависит от старых обобщенных координат, новых обобщенных импульсов и времени. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией, имеет вид:

1) $p_j = -\dfrac{\partial F_2}{\partial q_j}$, $Q_j = -\dfrac{\partial F_2}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_2}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $p_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial P_j}$, $Q_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_2}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $p_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial q_j}$, $Q_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_2}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $p_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial Q_j}$, $P_j = \dfrac{\partial F_2}{\partial q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_2}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

224. *Производящая функция $F_3(\mathbf{p},\mathbf{Q},t)$ зависит от старых обобщенных импульсов, новых обобщенных координат и времени. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией, имеет вид:

1) $q_j = -\dfrac{\partial F_3}{\partial p_j}$, $P_j = -\dfrac{\partial F_3}{\partial Q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_3}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $q_j = \dfrac{\partial F_3}{\partial p_j}$, $P_j = \dfrac{\partial F_3}{\partial Q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_3}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $q_j = -\dfrac{\partial F_3}{\partial p_j}$, $P_j = \dfrac{\partial F_3}{\partial Q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_3}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $q_j = \dfrac{\partial F_3}{\partial p_j}$, $P_j = -\dfrac{\partial F_3}{\partial Q_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_3}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

225. *Производящая функция $F_4(\mathbf{p},\mathbf{P},t)$ зависит от старых и новых обобщенных импульсов и времени. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией, имеет вид:

1) $q_j = -\dfrac{\partial F_4}{\partial p_j}$, $Q_j = -\dfrac{\partial F_4}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_4}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $q_j = \dfrac{\partial F_4}{\partial p_j}$, $Q_j = \dfrac{\partial F_4}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_4}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $q_j = -\dfrac{\partial F_4}{\partial p_j}$, $Q_j = \dfrac{\partial F_4}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_4}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $q_j = \dfrac{\partial F_4}{\partial p_j}$, $Q_j = -\dfrac{\partial F_4}{\partial P_j}$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = \left( H(\mathbf{q},\mathbf{p},t) + \dfrac{\partial F_4}{\partial t} \right)\Bigg|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

226. *Производящая функция имеет вид $F = \sum_j q_j Q_j$. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией:

1) $p_j = Q_j$, $P_j = -q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $p_j = -Q_j$, $P_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $p_j = P_j$, $Q_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $p_j = -P_j$, $Q_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) \\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

227. *Производящая функция имеет вид $F = \sum_j q_j P_j$. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией:

1) $p_j = Q_j$, $P_j = -q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $p_j = -Q_j$, $P_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $p_j = P_j$, $Q_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $p_j = -P_j$, $Q_j = q_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

228. *Производящая функция имеет вид $F = \sum_j p_j Q_j$. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией:

1) $q_j = Q_j$, $P_j = p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $q_j = -Q_j$, $P_j = -p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $q_j = Q_j$, $P_j = -p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $q_j = -Q_j$, $P_j = p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

229. *Производящая функция имеет вид $F = \sum_j p_j P_j$. Каноническое преобразование, порождаемое данной функцией:

1) $q_j = P_j$, $Q_j = -p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

2) $q_j = P_j$, $Q_j = p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

3) $q_j = -P_j$, $Q_j = -p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

4) $q_j = -P_j$, $Q_j = p_j$, $H'(\mathbf{Q},\mathbf{P},t) = H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)\Big|_{\substack{\mathbf{q}=\mathbf{q}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)\\ \mathbf{p}=\mathbf{p}(\mathbf{Q},\mathbf{P},t)}}$

230. Для того чтобы преобразование было каноническим, новые обобщенные координаты и обобщенные импульсы должны удовлетворять следующим соотношениям ($\delta_{jk}$ – символ Кронекера, скобки Пуассона вычисляются по старым обобщенным координатам и обобщенным импульсам):

1) $\left\{Q_j, Q_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, P_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, Q_k\right\} = 0$

2) $\left\{Q_j, Q_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, P_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, Q_k\right\} = \delta_{jk}$

3) $\left\{Q_j, Q_k\right\} = \delta_{jk}$, $\left\{P_j, P_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, Q_k\right\} = 0$

4) $\left\{Q_j, Q_k\right\} = 0$, $\left\{P_j, P_k\right\} = \delta_{jk}$, $\left\{P_j, Q_k\right\} = 0$

231. Уравнение $\dfrac{\partial S}{\partial t} + H(q_1, q_2, ..., q_n, \dfrac{\partial S}{\partial q_1}, \dfrac{\partial S}{\partial q_2}, ..., \dfrac{\partial S}{\partial q_n}, t) = 0$, где $H$ – функция Гамильтона, называется:

1) уравнением Гамильтона–Якоби
2) действием системы
3) уравнением Гамильтона
4) уравнением Лагранжа

232. Метод Гамильтона–Якоби используется для нахождения:

1) функции Гамильтона
2) углов Эйлера
3) закона движения и траектории
4) функции Лагранжа

233. Общий алгоритм решения основной задачи механики методом Гамильтона–Якоби можно сформулировать следующим образом:

1) (а) по функции Лагранжа $L(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t)$ системы построить ее функцию Гамильтона $H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$; (б) с помощью найденной функции $H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$ записать уравнение Гамильтона–Якоби $\frac{\partial S}{\partial t}+H(q_1,q_2,...,q_n,\frac{\partial S}{\partial q_1},\frac{\partial S}{\partial q_2},...,\frac{\partial S}{\partial q_n},t)=0$; (в) найти решение уравнения Гамильтона–Якоби $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)+A$, содержащее независимые произвольные постоянные $C_j$ (наряду с аддитивной постоянной $A$) в количестве, равном числу степеней свободы системы; (г) определить закон движения системы, продифференцировав найденную функцию $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)+A$ по произвольным постоянным $C_j$ и приравняв результаты дифференцирования новым произвольным постоянным $Q_j$: $\frac{S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)}{\partial C_j}=Q_j$ ($j=1,...,n$)

2) (а) по функции Лагранжа $L(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t)$ системы построить ее функцию Гамильтона $H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$; (б) с помощью найденной функции $H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$ записать уравнение Гамильтона–Якоби $\frac{\partial S}{\partial t}+H(q_1,q_2,...,q_n,\frac{\partial S}{\partial q_1},\frac{\partial S}{\partial q_2},...,\frac{\partial S}{\partial q_n},t)=0$; (в) найти решение уравнения Гамильтона–Якоби $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)+A$, содержащее независимые произвольные постоянные $C_j$ (наряду с аддитивной постоянной $A$) в количестве, равном числу степеней свободы системы; (г) определить закон движения системы, продифференцировав найденную функцию $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)+A$ по независимым переменным $q_j$ и приравняв результаты

дифференцирования новым произвольным постоянным $Q_j$: $\dfrac{\partial S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)}{\partial q_j} = Q_j$ ( $j = 1,...,n$ )

3) (а) по функции Гамильтона $H(\mathbf{q},\mathbf{p},t)$ системы построить ее функцию Лагранжа $L(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t)$; (б) с помощью найденной функции $L(\mathbf{q},\dot{\mathbf{q}},t)$ записать уравнение Гамильтона–Якоби $\dfrac{\partial S}{\partial t} + L(q_1,q_2,...,q_n,\dfrac{\partial S}{\partial q_1},\dfrac{\partial S}{\partial q_2},...,\dfrac{\partial S}{\partial q_n},t) = 0$; (в) найти решение уравнения Гамильтона–Якоби $S(\mathbf{q},t) + A$, содержащее аддитивную постоянную $A$; (г) определить закон движения системы, продифференцировав найденную функцию $S(\mathbf{q},t) + A$ по независимым переменным $q_j$ и приравняв результаты дифференцирования новым произвольным постоянным $Q_j$: $\dfrac{\partial S(\mathbf{q},t)}{\partial q_j} = Q_j$ ( $j = 1,...,n$ )

4) (а) записать уравнение Гамильтона–Якоби $\dfrac{\partial S}{\partial t} + S(q_1,q_2,...,q_n,\dfrac{\partial S}{\partial q_1},\dfrac{\partial S}{\partial q_2},...,\dfrac{\partial S}{\partial q_n},t) = 0$; (б) найти решение уравнения Гамильтона–Якоби $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)$, где $C_j$ – произвольные постоянные; (в) определить закон движения системы, продифференцировав найденную функцию $S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)$ по времени и приравняв результат дифференцирования новой произвольной постоянной $Q$: $\dfrac{\partial S(\mathbf{q},\mathbf{C},t)}{\partial t} = Q$.

## Приложение 1. МИНИМУМ СВЕДЕНИЙ ПО МАТЕМАТИКЕ, НЕОБХОДИМЫХ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ПО ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

234. Вычислите производную $\frac{d}{dx}\cos(\alpha x^2)$ ($\alpha = \text{const}$):

1) $-\sin(\alpha x^2)$

2) $-\alpha x^2 \sin(\alpha x^2)$

3) $2\alpha x \sin(\alpha x^2)$

4) $-2\alpha x \sin(\alpha x^2)$

235. Вычислите производную $\frac{d}{dy}\frac{1}{b^2 + y^2}$ ($b = \text{const}$):

1) $-\frac{2y}{\left(b^2 + y^2\right)}$

2) $-\frac{2y}{\left(b^2 + y^2\right)^2}$

3) $\frac{2y}{\left(b^2 + y^2\right)^2}$

4) $-\frac{y^2}{\left(b^2 + y^2\right)^2}$

236. Вычислите производную $\frac{d}{dz}\sqrt{z^2 + b^2}$ ($b = \text{const}$):

1) $\frac{2z}{\sqrt{z^2 + b^2}}$

2) $\dfrac{z}{2\sqrt{z^2+b^2}}$

3) $-\dfrac{z}{\sqrt{z^2+b^2}}$

4) $\dfrac{z}{\sqrt{z^2+b^2}}$

237. Вычислите производную $\dfrac{d}{dt}\left[at^2\cos(bt)\right]$ ($a=\text{const}$, $b=\text{const}$):

1) $-2abt\sin(bt)$

2) $at\left(2\cos(bt)-bt\sin(bt)\right)$

3) $2at\cos(bt)$

4) $-abt^2\sin(bt)$

238. Вычислите производную $\dfrac{d}{dz}\left(ze^{z+a}\right)$ ($a=\text{const}$):

1) $(z+1)e^{z+a}$

2) $e^{z+a}$

3) $ae^{z+a}$

4) $ze^{z+a}$

239. Вычислите производную $\dfrac{d}{dt}\left(k^2t^2+b^2\right)^{\frac{3}{2}}$ ($k=\text{const}, b=\text{const}$):

1) $\dfrac{3}{2}\sqrt{k^2t^2+b^2}$

2) $\dfrac{3}{2}k^2t\sqrt{k^2t^2+b^2}$

3) $\frac{3}{2}k^2t^2\sqrt{k^2t^2+b^2}$

4) $3k^2t\sqrt{k^2t^2+b^2}$

240. *Вычислите производную $\frac{d}{d\varphi}\left[a\varphi\cos^2(b\varphi)\right]$ ($a=\text{const}$, $b=\text{const}$):

1) $-ab\varphi\sin(2b\varphi)$

2) $a\cos(b\varphi)(\cos(b\varphi)+2b\varphi)$

3) $a\cos(b\varphi)(\cos(b\varphi)-2b\varphi\sin(b\varphi))$

4) $a\cos^2(b\varphi)$

241. *Вычислите производную $\frac{d}{dt}\sin^2(\omega t)$ ($\omega=\text{const}$):

1) $2\omega\sin(\omega t)$

2) $2\omega\cos(\omega t)$

3) $\omega\sin(2\omega t)$

4) $2\omega\sin(2\omega t)$

242. Вычислите интеграл $\int\frac{dx}{ax^2}$ ($a=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $-\frac{1}{ax}+C$

2) $\frac{1}{ax}+C$

3) $-\frac{2}{ax^3}+C$

4) $\frac{x}{a}+C$

243. Вычислите интеграл $\int e^{-ax}dx$ ($a=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $-e^{-ax}+C$

2) $-\frac{1}{a}e^{-ax}+C$

3) $\frac{1}{a}e^{-ax}+C$

4) $-ae^{-ax}+C$

244. Вычислите интеграл $\int\sin(\alpha t+\beta)dt$ ($\alpha=\text{const}$, $\beta=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $\frac{1}{\alpha}\cos(\alpha t+\beta)+C$

2) $\alpha\cos(\alpha t+\beta)+C$

3) $-\frac{1}{\alpha}\cos(\alpha t+\beta)+C$

4) $-\alpha\cos(\alpha t+\beta)+C$

245. Вычислите интеграл $\int\cos(\omega t+\varphi)dt$ ($\omega=\text{const}, \varphi=\text{const}, C$ – произвольная постоянная):

1) $\frac{1}{\omega}\cos(\omega t+\varphi)+C$

2) $\frac{1}{\omega}\sin(\omega t+\varphi)+C$

3) $-\frac{1}{\omega}\sin(\omega t+\varphi)+C$

4) $\omega\sin(\omega t+\varphi)+C$

246. Вычислите интеграл $\int\frac{1}{\sqrt{x+b}}dx$ ($b=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $-\frac{1}{2(x+b)^{3/2}}+C$

2) $\sqrt{x+b}+C$

3) $2\sqrt{x+b}+C$

4) $\frac{2}{3}(x+b)^{3/2}+C$

247. Вычислите интеграл $\int\left(ax^2+b\right)dx$ ($a=\text{const}$, $b=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $\frac{ax^3}{3}+b+C$

2) $\frac{ax^3}{3}+bx+C$

3) $\frac{\left(ax^2+b\right)^2}{2}+C$

4) $2ax+C$

248. Вычислите интеграл $\int\left(x^4+a^4\right)dx$ ($a=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $\frac{x^5}{5}+\frac{a^5}{5}+C$

2) $4x^3+C$

3) $\dfrac{x^5}{5}+a^4+C$

4) $\dfrac{x^5}{5}+a^4x+C$

249. Вычислите интеграл $\int\dfrac{dx}{ax+b}$ ($a=\text{const}, b=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $\ln|ax+b|+C$

2) $\dfrac{1}{|a|}\ln|ax+b|+C$

3) $-\dfrac{a}{(ax+b)^2}$

4) $-\dfrac{1}{(ax+b)^2}$

250. Решите дифференциальное уравнение $ay'_x+bx^2=0$ ($a=\text{const}, b=\text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $y(x)=-\dfrac{bx^3}{a}+C$

2) $y(x)=-\dfrac{2bx}{a}+C$

3) $y(x)=-\dfrac{b}{3a}x^2+C$

4) $y(x)=-\dfrac{b}{3a}x^3+C$

251. Решите дифференциальное уравнение $y'_x + a^2 y = 0$ ($a = \text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $y(x) = e^{-a^2 x} + C$

2) $y(x) = Ce^{-a^2 x}$

3) $y(x) = Ce^{a^2 x}$

4) $y(x) = \dfrac{C}{a^2} e^{-a^2 x}$

252. Решите дифференциальное уравнение $y'_x + b\cos(\alpha x) = 0$ ($b = \text{const}, \alpha = \text{const}$, $C$ – произвольная постоянная):

1) $y(x) = -b\sin(\alpha x) + C$

2) $y(x) = b\sin(\alpha x) + C$

3) $y(x) = -\dfrac{b}{\alpha}\sin(\alpha x) + C$

4) $y(x) = \dfrac{b}{\alpha}\sin(\alpha x) + C$

253. *Решите дифференциальное уравнение $y''_{xx} = 0$ ($C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные):

1) $y(x) = 0$

2) $y(x) = C_1$

3) $y(x) = C_1 x$

4) $y(x) = C_1 x + C_2$

254. *Решите дифференциальное уравнение $y''_{xx} - a = 0$ ($a = \text{const}$, $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные):

1) $y(x)=\frac{ax^2}{2}+C_1+C_2$

2) $y(x)=\frac{ax^2}{2}+C_1x+C_2$

3) $y(x)=-\frac{ax^2}{2}+C_1x+C_2$

4) $y(x)=ax^2+C_1x+C_2$

255. *Решите дифференциальное уравнение $y''_{xx}+bx=0$ ($b=\text{const}$, $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные):

1) $y(x)=-\frac{bx^3}{6}+C_1$

2) $y(x)=-\frac{bx^3}{6}+C_1+C_2$

3) $y(x)=-\frac{bx^3}{6}+C_1x+C_2$

4) $y(x)=-\frac{bx^2}{6}+C_1x+C_2$

256. *Решите дифференциальное уравнение $y''_{xx}+ky=0$ ($k=\text{const}$, $k>0$, $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные):

1) $y(x)=C_1\exp\left[\sqrt{k}x\right]+C_2\exp\left[-\sqrt{k}x\right]$

2) $y(x)=C_1\,\text{ch}\left(\sqrt{k}x+C_2\right)$

3) $y(x)=C_1\,\text{ch}\left(kx+C_2\right)$

4) $y(x)=C_1\cos\left(\sqrt{k}x+C_2\right)$

257. *Решите дифференциальное уравнение $y''_{xx} - ky = 0$ ($k = \text{const}$, $k > 0$, $C_1$, $C_2$ – произвольные постоянные):

1) $y(x) = C_1 \exp\left[i\sqrt{k}x\right] + C_2 \exp\left[-i\sqrt{k}x\right]$

2) $y(x) = C_1 \operatorname{ch}\left(\sqrt{k}x + C_2\right)$

3) $y(x) = C_1 \operatorname{ch}(kx + C_2)$

4) $y(x) = C_1 \cos\left(\sqrt{k}x + C_2\right)$

## Приложение 2. ЦИЛИНДРИЧЕСКИЕ И СФЕРИЧЕСКИЕ КООРДИНАТЫ. КРИВОЛИНЕЙНЫЕ ОРТОГОНАЛЬНЫЕ КООРДИНАТЫ

258. Связь декартовых и полярных координат выражается следующим образом:

1) $x = \rho \sin\varphi$, $y = \rho \sin\varphi$

2) $x = \rho \cos\varphi$, $y = \rho \sin\varphi$

3) $x = \dfrac{\rho}{\sin\varphi}$, $y = \dfrac{\rho}{\cos\varphi}$

4) $x = \dfrac{\rho}{\cos\varphi}$, $y = \dfrac{\rho}{\sin\varphi}$

259. Связь декартовых и цилиндрических координат выражается следующим образом:

1) $x = \rho \cos\varphi$, $y = \rho \sin\varphi$, $z = z$

2) $x = \rho \cos\varphi$, $y = \rho \cos\varphi$, $z = z$

3) $x = \rho \cos\varphi$, $y = y$, $z = \rho \sin\varphi$

4) $x = \rho \sin\varphi$, $y = y$, $z = z$

260. Связь декартовых и сферических координат выражается следующим образом:

1) $x = r \sin\varphi$, $y = r \sin\theta$, $z = r \cos\varphi$

2) $x = r \sin\theta$, $y = r \sin\varphi$, $z = r \cos\theta$

3) $x = r \cos\theta \sin\varphi$, $y = r \sin\theta \sin\varphi$, $z = r \sin\theta$

4) $x = r \sin\theta \cos\varphi$, $y = r \sin\theta \sin\varphi$, $z = r \cos\theta$

261. Полярный радиус $\rho$ и полярный угол $\varphi$ изменяются в полярной системе координат в общем случае в следующих пределах:

1) $0 < \rho < +\infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$

2) $0 \le \rho < +\infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$

3) $-\infty < \rho < +\infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$

4) $0 \le \rho < +\infty$, $0 < \varphi < 2\pi$

262. Переменные $\rho,\ \varphi,\ z$ цилиндрической системы координат изменяются в общем случае в следующих пределах:

1) $0 \le \rho < +\infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$

2) $0 < \rho < +\infty$, $0 < \varphi < 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$

3) $0 < \rho < +\infty$, $0 \le \varphi < 2\pi$, $0 \le z < +\infty$

4) $0 \le \rho < +\infty$, $0 < \varphi < 2\pi$, $-\infty < z < +\infty$

263. Переменные $r,\ \theta,\ \varphi$ сферической системы координат изменяются в общем случае в следующих пределах:

1) $0 \le r < +\infty$, $0 \le \theta < \pi$, $0 \le \varphi < 2\pi$

2) $-\infty < r < +\infty$, $0 \le \theta < 2\pi$, $0 \le \varphi < 2\pi$

3) $0 < r < +\infty$, $0 \le \theta < \pi$, $0 < \varphi < 2\pi$

4) $0 \le r < +\infty$, $0 \le \theta < 2\pi$, $0 \le \varphi < 2\pi$

264. *Связь ортов цилиндрической ($\mathbf{e}_\rho$, $\mathbf{e}_\varphi$, $\mathbf{e}_z$) декартовой ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$) систем координат имеет вид:

1) $\mathbf{e}_\rho = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi$, $\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_z$

2) $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi$, $\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_z$

3) $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi$, $\mathbf{e}_\varphi = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_z$

4) $\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\varphi$, $\mathbf{e}_\varphi = \mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi$, $\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_z$

265. *Связь ортов сферической ($\mathbf{e}_r$, $\mathbf{e}_\theta$, $\mathbf{e}_\varphi$) и декартовой ($\mathbf{e}_x$, $\mathbf{e}_y$, $\mathbf{e}_z$) систем координат имеет вид:

1) $$\begin{aligned} &\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \sin\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\theta\sin\varphi + \mathbf{e}_z \cos\theta, \\ &\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_x \cos\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \cos\theta\cos\varphi - \mathbf{e}_z \sin\theta, \\ &\mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi \end{aligned}$$

2) $$\begin{aligned} &\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \sin\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\theta\sin\varphi + \mathbf{e}_z \cos\theta, \\ &\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_x \cos\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \cos\theta\cos\varphi - \mathbf{e}_z \sin\theta, \\ &\mathbf{e}_z = \mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi \end{aligned}$$

3) $$\begin{aligned} &\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \cos\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \cos\theta\cos\varphi - \mathbf{e}_z \sin\theta, \\ &\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_x \sin\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\theta\sin\varphi + \mathbf{e}_z \cos\theta, \\ &\mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi \end{aligned}$$

4) $$\begin{aligned} &\mathbf{e}_\rho = \mathbf{e}_x \sin\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \sin\theta\sin\varphi - \mathbf{e}_z \cos\theta, \\ &\mathbf{e}_\theta = \mathbf{e}_x \cos\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_y \cos\theta\cos\varphi + \mathbf{e}_z \sin\theta,, \\ &\mathbf{e}_z = -\mathbf{e}_x \sin\varphi + \mathbf{e}_y \cos\varphi \end{aligned}$$

266. Элемент объема в декартовой системе координат имеет вид:

1) $dV = dxdydz$

2) $dV = dx$

3) $dV = dxdy$

4) $dV = (dx)^3$

267. *Элемент объема в цилиндрической системе координат имеет вид:

1) $dV = drd\varphi dz$

2) $dV = rdrd\varphi dz$

3) $dV = r\sin\varphi drd\varphi dz$

4) $dV = r^2 drd\varphi dz$

268. *Элемент объема в сферической системе координат имеет вид:

1) $dV = drd\theta d\varphi$

2) $dV = r\sin\theta drd\theta d\varphi$

3) $dV = r^2\sin\theta drd\theta d\varphi$

4) $dV = r^2\sin\varphi drd\theta d\varphi$

## Ответы

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 4) | 41. | 2) | 81. | 1) | 121. | 1) |
| 2. | 1) | 42. | 4) | 82. | 2) | 122. | 2) |
| 3. | 2) | 43. | 1) | 83. | 1) | 123. | 3) |
| 4. | 1) | 44. | 4) | 84. | 1) | 124. | 4) |
| 5. | 2) | 45. | 1) | 85. | 2) | 125. | 1) |
| 6. | 3) | 46. | 4) | 86. | 3) | 126. | 4) |
| 7. | 2) | 47. | 3) | 87. | 1) | 127. | 1) |
| 8. | 3) | 48. | 1) | 88. | 3) | 128. | 3) |
| 9. | 2) | 49. | 3) | 89. | 3) | 129. | 4) |
| 10. | 1) | 50. | 3) | 90. | 4) | 130. | 2) |
| 11. | 3) | 51. | 2) | 91. | 4) | 131. | 4) |
| 12. | 3) | 52. | 1) | 92. | 2) | 132. | 3) |
| 13. | 3) | 53. | 4) | 93. | 3) | 133. | 3) |
| 14. | 4) | 54. | 4) | 94. | 2) | 134. | 4) |
| 15. | 2) | 55. | 4) | 95. | 3) | 135. | 1) |
| 16. | 3) | 56. | 1) | 96. | 1) | 136. | 1) |
| 17. | 2) | 57. | 1) | 97. | 2) | 137. | 4) |
| 18. | 3) | 58. | 2) | 98. | 2) | 138. | 3) |
| 19. | 2) | 59. | 3) | 99. | 1) | 139. | 3) |
| 20. | 2) | 60. | 3) | 100. | 2) | 140. | 2) |
| 21. | 3) | 61. | 3) | 101. | 3) | 141. | 2) |
| 22. | 2) | 62. | 2) | 102. | 1) | 142. | 3) |
| 23. | 4) | 63. | 2) | 103. | 4) | 143. | 3) |
| 24. | 4) | 64. | 3) | 104. | 1) | 144. | 3) |
| 25. | 1) | 65. | 2) | 105. | 4) | 145. | 2) |
| 26. | 3) | 66. | 4) | 106. | 1) | 146. | 1) |
| 27. | 1) | 67. | 4) | 107. | 2) | 147. | 4) |
| 28. | 4) | 68. | 1) | 108. | 1) | 148. | 3) |
| 29. | 4) | 69. | 1) | 109. | 4) | 149. | 3) |
| 30. | 4) | 70. | 2) | 110. | 1) | 150. | 3) |
| 31. | 2) | 71. | 1) | 111. | 2) | 151. | 2) |
| 32. | 3) | 72. | 3) | 112. | 1) | 152. | 4) |
| 33. | 4) | 73. | 4) | 113. | 1) | 153. | 1) |
| 34. | 2) | 74. | 1) | 114. | 2) | 154. | 1) |
| 35. | 1) | 75. | 1) | 115. | 2) | 155. | 3) |
| 36. | 2) | 76. | 2) | 116. | 1) | 156. | 2) |
| 37. | 3) | 77. | 4) | 117. | 1) | 157. | 2) |
| 38. | 3) | 78. | 2) | 118. | 3) | 158. | 4) |
| 39. | 1) | 79. | 4) | 119. | 3) | 159. | 3) |
| 40. | 4) | 80. | 1) | 120. | 2) | 160. | 2) |

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 161. | 4) | 201. | 2) | 241. | 3) |
| 162. | 4) | 202. | 2) | 242. | 1) |
| 163. | 3) | 203. | 1) | 243. | 2) |
| 164. | 3) | 204. | 1) | 244. | 1) |
| 165. | 2) | 205. | 1) | 245. | 3) |
| 166. | 4) | 206. | 1) | 246. | 3) |
| 167. | 4) | 207. | 1) | 247. | 2) |
| 168. | 1) | 208. | 1) | 248. | 4) |
| 169. | 1) | 209. | 2) | 249. | 2) |
| 170. | 2) | 210. | 2) | 250. | 4) |
| 171. | 3) | 211. | 1) | 251. | 2) |
| 172. | 3) | 212. | 3) | 252. | 3) |
| 173. | 3) | 213. | 4) | 253. | 4) |
| 174. | 2) | 214. | 1) | 254. | 2) |
| 175. | 3) | 215. | 1) | 255. | 3) |
| 176. | 1) | 216. | 2) | 256. | 4) |
| 177. | 2) | 217. | 3) | 257. | 3) |
| 178. | 3) | 218. | 1) | 258. | 2) |
| 179. | 1) | 219. | 1) | 259. | 1) |
| 180. | 2) | 220. | 4) | 260. | 4) |
| 181. | 3) | 221. | 1) | 261. | 2) |
| 182. | 4) | 222. | 3) | 262. | 1) |
| 183. | 2) | 223. | 3) | 263. | 1) |
| 184. | 1) | 224. | 1) | 264. | 3) |
| 185. | 4) | 225. | 3) | 265. | 1) |
| 186. | 1) | 226. | 1) | 266. | 1) |
| 187. | 3) | 227. | 3) | 267. | 2) |
| 188. | 4) | 228. | 2) | 268. | 3) |
| 189. | 3) | 229. | 4) | | |
| 190. | 2) | 230. | 2) | | |
| 191. | 1) | 231. | 1) | | |
| 192. | 1) | 232. | 3) | | |
| 193. | 3) | 233. | 1) | | |
| 194. | 4) | 234. | 4) | | |
| 195. | 4) | 235. | 2) | | |
| 196. | 1) | 236. | 4) | | |
| 197. | 3) | 237. | 2) | | |
| 198. | 2) | 238. | 1) | | |
| 199. | 4) | 239. | 4) | | |
| 200. | 2) | 240. | 3) | | |

## Библиография


1. Леушин, А. М., Нигматуллин Р. Р., Прошин Ю. Н. Теоретическая физика. Механика (практический курс). Задачник для физиков: учеб. пособие / А. М. Леушин, Р. Р. Нигматуллин, Ю. Н. Прошин. – Казань: Казан. ун-т, 2015. – 250 с. – Текст : электронный. – URL: http://dspace.kpfu.ru/xmlui/handle/net/32292 (дата обращения: 20.03.2022). – Режим доступа: свободный.
2. Головань, Л. А. Сборник тестов по теоретической механике / Л. А. Головань, Д. М. Жигунов, Е. А. Константинова, П. А. Форш – Москва: Отдел оперативной печати Химического факультета МГУ, 2018. – 230 с.

**Клековкина** Вера Вадимовна

**Прошин** Юрий Николаевич

# ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА. МЕХАНИКА

**(сборник тестовых заданий)**

2022