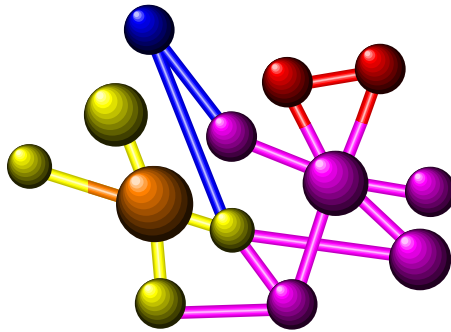


Елабужский государственный педагогический университет

Ф.М.САБИРОВА

ЗАДАЧНИК-ПРАКТИКУМ
ПО КУРСУ ОБЩЕЙ ФИЗИКИ

МОЛЕКУЛЯРНАЯ ФИЗИКА



Елабуга

2004

Печатается по решению Ученого совета Елабужского государственного педагогического университета и рекомендациям учебно-методических объединений учителей физики г.Елабуги

Допущено Учебно-методическим объединением по направлениям педагогического образования Министерства образования Российской Федерации в качестве учебно-методического пособия для студентов, обучающихся по направлению 540200 Физико-математическое образование

Рецензенты:

зав.кафедрой общей физики, канд. физ.-мат. наук, доцент ЕГПИ

Насыбуллин Р.А.,

председатель Камского физического общества, канд. физ.-мат.

наук, доцент НЧПИ **Исламов Р.М.**

учитель-методист, зав. учебно-методического объединения учителей физики г.Елабуги **Обухова Л.Ш.**

Сабирова Ф.М. Задачник-практикум по курсу общей физики.

Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического факультета педвуза и школьных учителей физики.– Елабуга., 2004. 47 с.

Елабужский государственный педагогический университет,

2004 ©

ОСНОВЫ МОЛЕКУЛЯРНО-КИНЕТИЧЕСКОЙ ТЕОРИИ ГАЗОВ

1. Законы идеальных газов.

Уравнение Менделеева-Клапейрона для массы m газа

$$pV = \frac{m}{\mu} RT, \quad \text{или} \quad pV = \nu RT,$$

где V , p , T , μ - соответственно объем, давление, абсолютная температура, молярная масса газа; $\nu = m/\mu$ - количество вещества;

$$[V]=\text{м}^3; \quad 1 \text{ л}=1 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3;$$

$$[p]=\text{Н}/\text{м}^2=\text{Па}; \quad 1 \text{ МПа}=1 \cdot 10^6 \text{ Па}; \quad 1 \text{ мм рт. ст.}=133,3 \text{ Па};$$

$$1 \text{ ат}=750 \text{ мм рт. ст.} \approx 10^5 \text{ Па}; \quad 1 \text{ атм}=760 \text{ мм рт.ст.} \approx 1,013 \cdot 10^5 \text{ Па};$$

$$[T]=\text{К}; \quad T=t^\circ\text{C}+273;$$

$$R=8,31 \text{ Дж}/(\text{моль} \cdot \text{К}) \quad - \text{ универсальная газовая постоянная.}$$

Количество вещества – это число структурных элементов (молекул, атомов и т.п.), содержащихся в системе или теле; $[\nu] = \text{моль}$.

Моль равен количеству вещества системы, содержащей столько же структурных элементов, сколько содержится атомов в углероде-12 массой 0,012 кг.

Число молекул в моле равно *числу Авогадро*: $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ моль}^{-1}$.

Закон Дальтона для смеси газов:

$$p = p_1 + p_2 + \dots + p_n,$$

где p_i - парциальное давление i -го компонента смеси.

Примеры решения задач.

Задача 1. 10 г кислорода находятся по давлением 3 атм при температуре 10°C. После расширения вследствие нагревания при постоянном давлении кислород занял объем 10 л. Найти: 1) объем газа до расширения; 2) температуру газа после расширения; 3) плотность газа до расширения; 4) плотность газа после расширения.

Дано: $m=10\text{г}=0,01\text{кг}$; $p=3\text{атм}=3 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T_1=10^\circ\text{C}=283\text{К}$,
 $\mu=32 \cdot 10^{-3} \text{ кг}/\text{моль}$, $V_2=10\text{л}=1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$, $p=\text{const}$, $R=8,31 \text{ Дж}/\text{моль} \cdot \text{К}$

Найти: $V_1=?$ $T_2=?$ $\rho_1=?$ $\rho_2=?$

Решение. Будем считать кислород в состоянии 1 (до расширения) и в состоянии 2 (после расширения) идеальным газом, тогда он подчиняется уравнению Менделеева-Клапейрона и его состояния 1 и 2 определяются уравнениями:

$$p_1 V_1 = \frac{m}{\mu} RT_1 \quad \text{и} \quad p_2 V_2 = \frac{m}{\mu} RT_2.$$

Так как по условию задачи $p_1=p_2=p$, т.е. процесс расширения кислорода изобарический, то из этих уравнений можно найти искомые величины:

$$V_1=(m/\mu)(RT_1/p); \quad T_2=pV_2\mu/(m.R).$$

Используя уравнение Менделеева-Клапейрона, находим соотношение для плотности газа: $\rho=m/V=p\mu/RT$. Тогда плотности газа в состояниях 1 и 2 равны: $\rho_1=p\mu/RT_1$; $\rho_2=p\mu/RT_2$.

$$V_1=2,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3; \quad T_2=1170 \text{ К}; \quad \rho_1=4,14 \text{ кг/м}^3; \quad \rho_2=1 \text{ кг/м}^3.$$

Задача 2. В баллоне объемом 10 л находится гелий под давлением 1МПа при температуре 300К. После того как из баллона был израсходован гелий массой 10 г, температура в баллоне понизилась до 290К. Определить давление гелия, оставшегося в баллоне.

Дано: $V=10 \text{ л}=1 \cdot 10^{-2} \text{ м}^3$; $p_1=1 \text{ МПа}=1 \cdot 10^6 \text{ Па}$; $T_1=300 \text{ К}$; $m=10 \text{ г}=1 \cdot 10^{-2} \text{ кг}$

Найти: $p_2=?$

Решение. Воспользуемся уравнением Менделеева-Клапейрона, применив его дважды к начальному и конечному состояниям газа:

$$p_1 V = (m_1/\mu) RT_1 \quad (1); \quad p_2 V = (m_2/\mu) RT_2 \quad (2),$$

где m_1 и m_2 - массы гелия в начальном и конечном состояниях. Выразим массы m_1 и m_2 из уравнений (1) и (2):

$$m_1 = p_1 V \mu / (RT_1) \quad (3); \quad m_2 = p_2 V \mu / (RT_2) \quad (4).$$

Вычитая из (3) равенство (4), получаем

$$m = m_1 - m_2 = \frac{\mu p_1 V}{RT_1} - \frac{\mu p_2 V}{RT_2}.$$

Отсюда найдем искомое давление:

$$p_2 = \frac{RT_2}{\mu V} \left(\frac{\mu p_1 V}{RT_1} - m \right) = \frac{T_2}{T_1} p_1 - \frac{m}{\mu} \frac{RT_2}{V}.$$

После вычисления получим: $p_2=3,64 \cdot 10^5 \text{ Па}$.

Задача 3*. Найти число ходов поршня, необходимое для того, чтобы поршневым насосом откачать сосуд емкостью 5 л от нормального давления до давления, в 100 раз меньшего, если при одном ходе поршня захватывается $3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$ воздуха.

Дано: $V_0=5 \text{ л}=5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$; $V=3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$; $p_0/p=100$

Найти: $n=?$

Решение. Если поршень движется медленно, то расширение газа происходит изотермически. На основании закона Бойля-Мариотта после

первого хода поршня: $p_0 V_0 = p_1 (V_0 + V) \Rightarrow p_1 = p_0 \frac{V_0}{V_0 + V}.$

В конце второго хода поршня: $p_2 = p_1 \frac{V_0}{V_0 + V} = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V} \right)^2$.

В конце n-го хода поршня: $p_n = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + V} \right)^n$.

Логарифмируя это равенство, получим: $\lg p_n = \lg p_0 + n \lg (V_0/(V_0+V))$,
откуда $n = \lg (p_0/p_n) / \lg (V_0/(V_0+V))$.

$$n = \lg 100 / \lg 1,06 \approx 80.$$

Задача 4. В сосуде находятся 25 г кислорода и 75 г азота при температуре 10°C и давлении 1 МПа. Найти молярную массу смеси и объем сосуда.

Дано: $m_1=25$ г=0,025 кг; $m_2=75$ г=0,075 кг; $\mu_1=32 \cdot 10^{-3}$ кг/моль;
 $\mu_2=28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $T=10^\circ\text{C}=283\text{K}$, $p=1\text{МПа}=1 \cdot 10^6\text{Па}$.

Найти: $\mu=?$ $V=?$

Решение. Из уравнения Менделеева-Клапейрона находим давление смеси, а также парциальные давления кислорода и азота: $p_c = \frac{m_c}{\mu_c} \frac{RT}{V}$,

$p_1 = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V}$, $p_2 = \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V}$, где $m_c=m_1+m_2$ - масса и μ_c -молярная масса

смеси. По закону Дальтона $p=p_1+p_2$, в результате:

$$\frac{m_c}{\mu_c} \frac{RT}{V} = \frac{m_1}{\mu_1} \frac{RT}{V} + \frac{m_2}{\mu_2} \frac{RT}{V}.$$

Поделив правую и левую части этого выражения на RT/V , получим:

$$\mu_c = (m_1+m_2) / (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2).$$

После вычислений найдем: $\mu=30 \cdot 10^{-3}$ кг/моль.

Объем сосуда найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона для смеси: $V = \frac{m_c}{\mu_c} \frac{RT}{p}$. $V \approx 7,8 \cdot 10^{-3} \text{м}^3 = 7,8$ л.

Задачи.

1.1. Каким должен быть наименьший объем баллона, помещающего массу 6,4 кг кислорода, если его стенки при температуре 20°C выдерживают давление 15,7 МПа?

1.2. В системе координат (V,p): начертить изотермы для 0,5 г водорода при температурах 0 и 100°C.

1.3. Некоторая масса идеального изобарно нагревается, а затем после изотермического сжатия и изохорного охлаждения возвращается в исходное состояние. Изобразить эти процессы в координатах p, V и p, T .

1.4*. В запаянной с одного конца стеклянной трубке, длина которой 70 см, находится столбик ртути высотой 20 см, доходящий до верхнего края трубки. Трубку осторожно перевертывают, причем часть ртути выливается. 1) Какова высота столбика ртути, если атмосферное давление 750 мм рт.ст.? 2) При какой длине трубки столбик той же высоты выльется из трубки полностью?

1.5. 12 г газа занимает объем 4 л при температуре 7°C . После нагревания газа при постоянном давлении его плотность стала равной $0,6 \text{ кг/м}^3$. До какой температуры нагрели газ?

1.6. Объем пузырька воздуха по мере всплывания его со дна озера на поверхность увеличивается в 3 раза. Какова глубина озера (давление атмосферы нормальное)?

1.7. При нагревании газа некоторой массы на 1 К при постоянном давлении объем газа увеличился на $1/300$ часть его первоначального значения. Определить начальную температуру газа.

1.8. В баллоне емкостью 6 л под давлением $9,4 \cdot 10^5 \text{ Па}$ при температуре 27°C находится 100 г газа. Определить плотность газа при нормальных условиях.

1.9. Из баллона со сжатым водородом емкостью 10 л вследствие неисправности вентиля утекает газ. При температуре 7°C манометр показывал 50 МПа. Через некоторое время при температуре 17°C манометр показал такое же давление. Сколько утекло газа?

1.10. В сосуде объемом 30 л содержится идеальный газ при температуре 0°C . После того, как часть газа была выпущена наружу, давление в сосуде понизилось на $\Delta p = 0,78 \text{ атм}$ (без изменения температуры). Найти массу выпущенного газа. Плотность газа при нормальных условиях $1,3 \text{ кг/м}^3$.

1.11. В цилиндр длиной 1,6 м, заполненный воздухом при нормальном атмосферном давлении, начали медленно вдвигать поршень площадью 200 см^2 . Определите силу, которая будет действовать на поршень, если его остановить на расстоянии 10 см от дна цилиндра.

1.12. В вертикальном цилиндре под сферическим поршнем радиусом 0,1 м находится гелий массой $2 \cdot 10^{-4} \text{ кг}$ при температуре 300 К. Масса поршня 12 кг, атмосферное давление 10^5 Па . С какой силой нужно надавить на поршень, чтобы он опустился до основания цилиндра?

1.13. Колба объемом 300 см^3 , закрытая пробкой с краном, содержит разреженный воздух. Для измерения давления в колбе горлышко колбы погрузили в воду на незначительную глубину и открыли кран, в резуль-

тате чего в колбу вошла вода массой 292 г. Определить первоначальное давление в колбе, если атмосферное давление 100 кПа.

1.14. Каково давление в электрической лампочке, объем которой $V=1$ л, если при отламывании кончика последней под поверхностью воды на глубине $h = 1$ м в лампочку вошло $m=998,7$ г воды? Атмосферное давление нормальное.

1.15*. Сферическая оболочка воздушного шара сделана из материала, квадратный метр которого имеет массу 1 кг. Шар наполнен гелием при нормальном давлении, температура гелия и воздуха 273К. При каком минимальном радиусе шара он будет подниматься?

1.16. Сколько качаний поршня надо сделать, чтобы при помощи насоса, захватывающего при каждом качании 40 см^3 воздуха, наполнить камеру шины велосипеда настолько, чтобы плоскость ее соприкосновения с дорогой была равна 20 см^2 ? Нагрузка на колесо равна 360 Н. Объем камеры равен 2500 см^3 . Давление атмосферы 100 кПа. Жесткостью крышки камеры пренебречь.

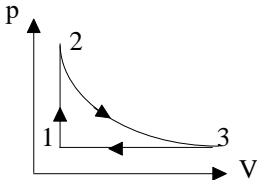
1.17. В воздухе содержится 23,6% кислорода и 76,4% азота (по массе) при давлении 100 кПа и температуре 13°C . Найти молярную массу, плотность и парциальные давления кислорода и азота.

1.18. Определить плотность смеси 4 г водорода и 32 г кислорода при температуре 7°C и при давлении 700 мм рт.ст.

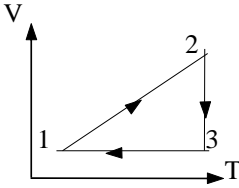
1.19. В резервуар, содержащий 16 г водорода, проник атмосферный воздух. Найти массу этого воздуха, если при 6°C в резервуаре установилось давление 93 кПа. Вместимость резервуара равна $0,3 \text{ м}^3$.

1.20. Три баллона емкостью 3 л, 7 л, 5 л наполнены соответственно кислородом (0,2 МПа), азотом (0,3 МПа) и углекислым газом (60 кПа) при одной и той же температуре. Баллоны соединяют между собой, причем образуется смесь той же температуры. Каково давление смеси?

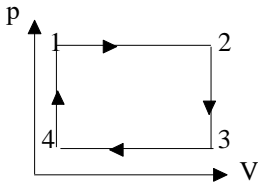
1.22. Топочный газ, получаемый при сжигании нефти, имеет следующий состав по весу: CO_2 - 21,4%; H_2O - 6,8%; N_2 - 71,8%. Определить удельный объем такого газа при давлении 10^5 Па и температуре 500 К.



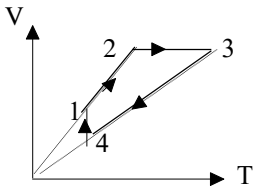
1.23. На рисунке дан график изменения состояния идеального газа, масса которого не меняется. Представьте эти процессы на графике в координатах (p, T) и (V, T) .



1.24. На рисунке дан график изменения состояния идеального газа в координатах (V, T) . Представьте эти процессы на графике в координатах (p, T) . Масса газа остается постоянной.



1.25. С некоторой массой идеального газа связан круговой процесс (цикл). На рисунке дан график этого процесса в координатах (p, V) . Представьте этот круговой процесс в координатах (p, T) и (V, T)



1.26. На рисунке изображен график состояния идеального газа в координатах (V, T) . Изобразите графики этого процесса в координатах (p, V) и (p, T) .

2. Молекулярно-кинетическая теория газов.

Основное уравнение кинетической теории газов

$$\delta = \frac{1}{3} n m_0 \overline{v^2} = \frac{2}{3} n \overline{\varepsilon_i}$$

где n - число молекул в единице объема (концентрация - $n=N/V$), m_0 - масса молекулы, $\overline{\varepsilon_i} = \frac{3}{2} kT$ - средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы, $k = R/N_A = 1,38 \cdot 10^{-23}$ Дж/К - постоянная Больцмана.

Средняя кинетическая энергия, приходящаяся на одну степень свободы молекулы $\varepsilon_1 = kT/2$, а приходящаяся на все степени свободы молекулы (полная энергия молекулы) $\varepsilon = \frac{i}{2} kT$. Число степеней свободы молекулы - это число независимых между собой возможных пе-

ремещений молекулы. Для одноатомного газа $i = 3$, для двухатомного – $i = 5$ (если связь между атомами жесткая), многоатомного – $i = 6$.

Давление газа, выраженное через концентрацию молекул,

$$p = nkT$$

Средняя квадратичная скорость молекул: $v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}$.

Примеры решения задач.

Задача 1. В сосуде находится $3,59 \cdot 10^{20}$ молекул азота, которые оказывают на стенки сосуда давление 20 кПа. Каков объем сосуда, если средняя квадратичная скорость молекул 300 м/с?

Дано: $N = 3,59 \cdot 10^{20}$; $p = 20 \text{ кПа} = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$; $v = 300 \text{ м/с}$; $\mu = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$

Найти: V - ?

Решение. Объем сосуда можно найти, зная n - число молекул в единице объема: $V = N/n$.

Для отыскания n воспользуемся основным уравнением молекулярно-кинетической теории: $p = \frac{1}{3} n m_0 v^2$. Откуда $n = 3p / (m_0 v^2)$.

Масса одной молекулы азота $m_0 = \mu / N_A$, объем сосуда $V = \mu n v^2 / (3p N_A)$
 $V = 28 \cdot 10^{-3} \cdot 3,59 \cdot 10^{20} \cdot 9 \cdot 10^4 / (3 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 6 \cdot 10^{23}) \approx 8 \cdot 10^{-6} \text{ (м}^3\text{)}$.

Задача 2. Определить плотность газа, если средняя квадратичная скорость его молекул 1800 м/с, давление $2 \cdot 10^4$ Па.

Дано: $v_{\text{кв}} = 1800 \text{ м/с}$; $p = 2 \cdot 10^4 \text{ Па}$.

Найти: ρ - ?

Решение. Плотность газа может быть выражена следующим образом: $\rho = n m_0$. Запишем основное уравнение молекулярно-кинетической теории:

$p = \frac{1}{3} n m_0 v_{\text{кв}}^2 = \frac{1}{3} \rho v_{\text{кв}}^2$. Отсюда $\rho = 3p / v_{\text{кв}}^2$.

$\rho = 3 \cdot 2 \cdot 10^4 / (18^2 \cdot 10^4) \approx 0,014 \text{ (кг/м}^3\text{)}$.

Задача 3. Найти среднюю квадратичную скорость, среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднюю полную кинетическую энергию молекул гелия и азота при температуре 27°C . Определить полную энергию всех молекул 100 г каждого из газов.

Дано: $\mu_1 = 4 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $\mu_2 = 28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$; $m_1 = m_2 = m = 100 \text{ г} = 0,1 \text{ кг}$.

Найти: $v_{\text{кв}}$ - ? ε_n - ? ε - ? U - ?

Решение. Средняя кинетическая энергия поступательного движения молекулы любого газа определяется его абсолютной температу-

рой: $\varepsilon_n = \frac{3}{2} kT$, где k - постоянная Больцмана. Средняя квадратичная скорость молекул газа зависит от массы его молекул (следовательно, и от

$$\text{молярной массы): } v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{3kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu}}.$$

Средняя полная энергия молекулы зависит не только от температуры, но и от структуры молекул - от числа i степеней свободы $\varepsilon = \frac{i}{2} kT$.

Полная кинетическая энергия всех молекул равна для идеального газа его внутренней энергии: $U = \varepsilon N$, где N - число всех молекул.

$$N \text{ определим из соотношения: } N = N_A m / \mu \Rightarrow U = \frac{i}{2} kT N_A m / \mu = \frac{i}{2} \frac{m}{\mu} RT.$$

$$\text{Для гелия } v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_1}} = 1370 \text{ м/с; для азота: } v_{\text{ср}} = \sqrt{\frac{3RT}{\mu_2}} = 517 \text{ м/с.}$$

Гелий - одноатомный газ, следовательно, $i=3$, тогда

$$\varepsilon_{n1} = \varepsilon_{n2} = \varepsilon_1 = \frac{3}{2} kT = 6,2 \cdot 10^{-21} \text{ Дж; } U_1 = (3/2)(m/\mu_1)RT = 9,35 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Азот - двухатомный газ, следовательно, $i=5$ и

$$\varepsilon_2 = \frac{5}{2} kT = 10,4 \cdot 10^{-21} \text{ Дж; } U_2 = (5/2)(m/\mu_2)RT = 2,23 \cdot 10^4 \text{ Дж.}$$

Задачи.

- 2.1. Найти массу атома: а) водорода; б) гелия.
- 2.2. Сколько атомов ртути содержится в воздухе объемом 1 м^3 в помещении, зараженном ртутью, при температуре 20°C , если давление насыщенного пара ртути при этой температуре 133 мПа ?
- 2.3. В сосуде вместимостью $2,24 \text{ л}$ при нормальных условиях находится кислород. Определить количество вещества и массу кислорода, а также концентрацию его молекул в сосуде.
- 2.4. В колбе вместимостью 100 см^3 содержится некоторый газ при температуре 300 К . На сколько понизится давление в колбе, если вследствие утечки из колбы выйдут 10^{20} молекул?
- 2.5. Концентрация молекул неизвестного газа при нормальных условиях равна $2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. Этот же газ при температуре 91°C и давлении 800 кПа имеет плотность $5,4 \text{ кг/м}^3$. Найти массу молекулы этого газа.
- 2.6. Определить среднюю кинетическую энергию поступательного движения и среднее значение полной кинетической энергии молекул

водяного пара при температуре 600 К. Найти также кинетическую энергию поступательного движения всех молекул пара, содержащего количество вещества 1 кмоль.

2.7. Определить среднее значение полной кинетической энергии одной молекулы гелия, кислорода и водяного пара при температуре 400 К.

2.8. Определить среднюю кинетическую энергию вращательного движения молекул водорода, содержащихся в 1 моле при 18°C.

2.9. Найти среднюю кинетическую энергию вращательного движения одной молекулы кислорода при температуре 286 К, а также кинетическую энергию вращательного движения всех молекул этого газа, если его масса 4 г.

2.10. Определить кинетическую энергию, приходящуюся в среднем на одну степень свободы молекулы азота, при температуре 1кК, а также среднюю кинетическую энергию поступательного движения, вращательного движения и среднее значение полной кинетической энергии молекулы.

2.11. Колба вместимостью 8 л содержит некоторый газ массой 0,6 г под давлением 200 кПа. Определить среднюю квадратичную скорость молекул газа.

2.12. Найти концентрацию молекул кислорода, если давление его 0,2 МПа, а средняя квадратичная скорость молекул равна 700 м/с

2.13. В закрытом сосуде находится идеальный газ. На сколько процентов изменится давление газа, если средняя квадратичная скорость его молекул увеличится на 20%?

2.14. В сосуде объемом 2 л находится 10 г кислорода при давлении 90,6 кПа. Найти среднюю квадратичную скорость молекул газа, число молекул, находящихся в сосуде, и плотность газа.

2.15. Частицы гуммигута диаметром 1 мкм участвуют в броуновском движении. Плотность гуммигута 1000 кг/м^3 . Найти среднюю квадратичную скорость частиц гуммигута при температуре 0°C.

2.16. Как изменится средняя квадратичная скорость молекул кислорода, находящегося в сосуде объемом 2,5 л при нормальных условиях, если газ расширяется до объема 5 л: а) изотермически; б) изобарически?

2.17. Во сколько раз средняя квадратичная скорость пылинки, взвешенной в воздухе, меньше средней квадратичной скорости молекул воздуха? Масса пылинки 10^{-8} г . Воздух считать однородным газом, молярная масса которого равна $29 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

2.18. В баллоне вместимостью 10 л находится газ, средняя кинетическая энергия всех молекул которого равна 7,5 кДж. Под каким давлением находится этот газ? Какова плотность этого газа, если скорость теплового движения его молекул равна 2400 м/с?

2.19 Вычислить наиболее вероятную, среднюю арифметическую и среднюю квадратичную скорости молекул воздуха при 20°C.

2.20. Смесь гелия и аргона находится при температуре 1,2 кК. Определить среднюю квадратичную скорость и среднюю кинетическую энергию атомов гелия и аргона.

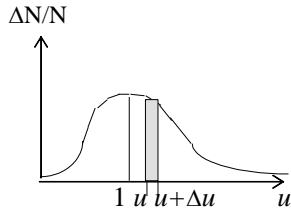
2.21. В сосуде объемом 3 дм³ находится гелий массой 4 мг, азот массой 70 мг и 5.10²¹ молекул водорода. Каково давление смеси, если температура ее 27°C?

3. Распределение молекул по скоростям. Барометрическая формула.

Число молекул, относительные скорости которых заключены в данном интервале

$$\Delta N = \frac{4}{\sqrt{\pi}} N e^{-u^2} u^2 \Delta u .$$

Относительная скорость молекул
 $u = v/v_b$, где $v_b = \sqrt{\frac{2kT}{m_0}} = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}$ – наиболее



вероятная скорость.

Формула изменения концентрации молекул с высотой

$$n = n_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}, \text{ или } n = n_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}} .$$

Барометрическая формула (распределение давления в однородном

поле силы тяжести): $p = p_0 e^{-\frac{\mu gh}{RT}}$, или $p = p_0 e^{-\frac{m_0 gh}{kT}}$,

где p и p_0 - давление, n и n_0 - концентрация газа на высоте h и $h_0=0$, g - ускорение свободного падения, μ - молярная масса газа, m_0 - масса одной молекулы.

Примеры решения задач.

Задача 1. Найти число молекул водорода, заключенных в 1 м³ при нормальных условиях. Значения скоростей молекул лежат в интервале между 399 и 401 м/с.

Дано: $V_1=1\text{м}^3$, $p=10^5\text{Па}$; $T=273\text{К}$, $v_1=399\text{м/с}$; $v_2=401\text{м/с}$

Найти: $\Delta n = ?$

Решение. Искомое число молекул можно найти, исходя из распределения скоростей Максвелла: $\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} n e^{-u^2} u^2 \Delta u$. Для всех газов при

нормальных условиях число молекул в 1 м^3 одно и то же и равно $2,7 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$ (число Лошмидта).

Вычислим значения величин, входящих в формулу Максвелла:

$$u = v/v_B, \quad v_B = \sqrt{\frac{2RT}{\mu}}, \quad v = (v_1 + v_2)/2, \quad \Delta v = v_1 - v_2, \quad \Delta u = \Delta v/v_B.$$

$$v = (399 + 401)/2 = 400 \text{ (м/с)}; \quad \Delta v = 401 - 399 = 2 \text{ (м/с)};$$

$$v_B = (2,8,31.273/2)^{1/2} = 1496 \text{ (м/с)}; \quad u = 400/1496 \approx 0,27; \quad \Delta u = 2/1496 = 1,3 \cdot 10^{-3}.$$

$$\Delta n = \frac{4}{\sqrt{\pi}} 2,7 \cdot 10^{25} e^{-0,27^2} (0,27)^2 1,3 \cdot 10^{-3} = 4,85 \cdot 10^{21} \text{ (м}^{-3}\text{)}.$$

(Примечание: при вычислениях учесть разложение $e^{-x} \approx 1 - x$, справедливое при $x \ll 1$).

Задача 2. При какой температуре число молекул кислорода, обладающих скоростями в интервале 399-401 м/с, равно числу молекул со скоростями в интервале 699-701 м/с?

Дано: $v_1' = 399 \text{ м/с}$; $v_1'' = 401 \text{ м/с}$; $v_2' = 699 \text{ м/с}$; $v_2'' = 701 \text{ м/с}$; $\Delta N_1 = \Delta N_2$.

Найти: T - ?

Решение. Уравнение Максвелла для распределения молекул по скоростям для обоих случаев имеет вид:

$$\frac{\Delta N_1}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_1^2} u_1^2 \Delta u_1; \quad \frac{\Delta N_2}{N} = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_2^2} u_2^2 \Delta u_2,$$

где $u_1 = v_1/v_B$; $\Delta u_1 = \Delta v_1/v_B$; $u_2 = v_2/v_B$; $\Delta u_2 = \Delta v_2/v_B$. По условию задачи левые

части уравнений равны:
$$\frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_1^2} u_1^2 \Delta u_1 = \frac{4}{\sqrt{\pi}} e^{-u_2^2} u_2^2 \Delta u_2.$$

Учитывая из условия, что $\Delta u_1 = \Delta u_2$, после сокращения и перестановки имеем: $\left(\frac{u_1}{u_2}\right)^2 = e^{u_1^2} - e^{u_2^2}$. Логарифмируя это равенство, получим:

$$2 \lg(u_1/u_2) = (u_1^2 - u_2^2) \lg e,$$

или, подставляя значения u , выраженные через v и v_B , и сокращая, получим:

$$2 \lg(v_1/v_2) = (v_1^2 - v_2^2) \lg e / v_B^2.$$

Откуда
$$v_B^2 = (v_1^2 - v_2^2) \lg e / 2 \lg(v_1/v_2).$$

Но, т.к. $v_B^2 = 2RT/\mu$, то $T = v_B^2 \mu / 2R$.

Подставляя значение v_B^2 в последнюю формулу, имеем:

$$T = \frac{(v_1^2 - v_2^2) \mu \lg e}{4R \lg\left(\frac{v_1}{v_2}\right)}; \quad T = \frac{(16 \cdot 10^4 - 49 \cdot 10^4) 32 \cdot 10^{-3} \cdot 0,43}{4 \cdot 8,31 \cdot \lg(4/7)} = 570(\text{K}).$$

Задача 3. На какой высоте над уровнем моря атмосферное давление составляет 78 кПа, если температура воздуха 17°C и не меняется с высотой, а давление на уровне моря нормальное? Найти число частиц в единице объема (концентрацию молекул) на этой высоте.

Дано: $T=290\text{K}$, $p=7,8 \cdot 10^4\text{Па}$, $p_0=1,013 \cdot 10^5\text{Па}$, $\mu=29 \cdot 10^{-3}\text{кг/моль}$.

Найти: h - ? n - ?

Решение. Если температура не меняется с высотой, то для нахождения давления можно воспользоваться барометрической формулой:

$p = p_0 e^{-\frac{\mu g h}{RT}}$. Логарифмируя эту формулу, получим: $\lg(p/p_0) = -\mu g h \lg e / RT$. Отсюда находим h : $h = -RT \lg(p/p_0) / (\mu g \lg e)$;

а концентрация молекул на этой высоте: $n = p/kT$.

$h = -8,31 \cdot 290 \cdot \lg 0,78 / (29 \cdot 10^{-3} \cdot 9,8 \cdot 0,43) \approx 2165$ (м);

$n = 7,8 \cdot 10^4 / (1,38 \cdot 10^{-23} \cdot 290) \approx 1,98 \cdot 10^{25}$ (м⁻³).

Задачи.

Распределение молекул по скоростям.

3.1. Какова наиболее вероятная скорость молекул метана и гелия при температуре 127°C?

3.2. При какой температуре средняя квадратичная скорость молекул азота больше их наиболее вероятной на 50 м/с?

3.3. Найти среднюю арифметическую, среднюю квадратичную и наиболее вероятную скорости молекул газа, который при давлении 40 кПа имеет плотность 0,3 кг/м³.

3.4. Какая часть молекул азота при температуре 150°C обладает скоростями от 300 до 325 м/с?

3.5. Какая часть молекул кислорода обладает скоростями, отличающимися от наиболее вероятной не больше чем на 10 м/с при температурах 0°C и 300°C?

3.6. Какая часть молекул водорода при температуре 27°C обладает скоростями, лежащими в интервале от 1995 до 2005 м/с?

3.7. Найти отношение числа молекул водорода, скорости которых лежат в интервале от 1995 до 2005 м/с, к числу молекул, скорости которых лежат в интервале от 995 до 1005 м/с при температуре 27°C.

3.8. В баллоне объемом 10^{-2} м^3 находится водород при температуре 273 К и давлении 10^5 Па . Найдите число молекул водорода, скорости которых отличаются на 0,1 % от: а) наиболее вероятной скорости; б) средней квадратичной скорости. Каково относительное число этих молекул.

Барометрическая формула.

3.9. Определить высоту горы, если давление на ее вершине равно половине давления на уровне моря. Температуру считать всюду одинаковой и равной 0°C .

3.10. На какой глубине в шахте плотность воздуха увеличивается в 2 раза? Считать температуру воздуха в шахте постоянной и равной 0°C .

3.11. При подъеме вертолета на некоторую высоту барометр, находящийся в его кабине, изменил свое показание на 11 кПа. На какой высоте летит вертолет, если на взлетной площадке барометр показывал давление 100 кПа. Считать, что температура воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

3.12. На сколько уменьшится атмосферное давление при подъеме наблюдателя над поверхностью Земли на высоту 100 м? Считать, что температура воздуха равна 290 К и не изменяется с высотой.

3.13. В опыте, посредством которого Перрен определил число Авогадро, использовалась взвесь шариков гуммигута ($\rho=1254 \text{ кг/м}^3$) в воде. Температура взвеси равнялась 20°C . Радиус шариков 0,212 мкм. При перемещении тубуса микроскопа на $\Delta h=30 \text{ мкм}$ число шариков, наблюдавшихся в микроскоп, изменилось в 2,4 раза. Исходя из этих данных, найти число Авогадро N_A .

3.14. Идеальный газ с молярной массой μ находится в высоком вертикальном цилиндрическом сосуде, площадь основания которого S и высота h , его давление на нижнее основание p_0 . Считая, что температура и ускорение свободного падения g не зависит от высоты, найти массу газа в сосуде.

3.15. Самое высокое место, обжитое человеком на земном шаре, находится на высоте 5200 м над уровнем моря. Самая глубокая в мире шахта имеет глубину 10^4 м . На сколько отличается давление воздуха в этих местах? При расчете принять массу моля воздуха $0,029 \text{ кг/моль}$, температуру 273 К. Предположение об изотермичности атмосферы является грубым приближением, поэтому полученный ответ следует рассматривать лишь как оценку искомой величины.

3.16. Оцените среднюю температуру атмосферы Земли, зная, что на высоте 230 км плотность воздуха равна 10^{-10} кг/м^3 .

3.17. По мере увеличения высоты h над уровнем моря (примерно до 10 км) температура воздуха изменяется по закону $T=T_0(1-ah)$, где a -

постоянная величина. По какому закону меняется давление газа в зависимости от h ? Давление воздуха на уровне моря равно p_0 .

ЯВЛЕНИЯ ПЕРЕНОСА В ГАЗАХ

4. Средняя длина свободного пробега.

Явления переноса в газах.

Средняя длина свободного пробега молекулы газа

$$\bar{\lambda} = \frac{\bar{v}}{\bar{z}} = \frac{1}{\sqrt{2}\pi d^2 n}$$

где \bar{v} – средняя арифметическая скорость, \bar{z} – среднее число столкновений каждой молекулы с остальными в единицу времени, d – эффективный диаметр молекулы.

Масса газа, перенесенная за время Δt при диффузии:

$$\Delta m = -D \frac{\Delta \rho}{\Delta x} S \Delta t$$

где $\Delta \rho / \Delta x$ – градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке S , D – коэффициент диффузии: $D = \frac{1}{3} \bar{\lambda} \bar{v}$ ($[D] = \text{м}^2/\text{с}$)

Импульс, перенесенный газом за время Δt , определяет силу внутреннего трения $F_{\text{тр}}$ в газе:

$$F = -\eta \frac{\Delta u}{\Delta x} S$$

где $\frac{\Delta u}{\Delta x}$ – градиент скорости течения газа в направлении, перпендикулярном к площадке ΔS , η – динамическая вязкость, или коэффициент

вязкости: $\eta = \frac{1}{3} \rho \bar{\lambda} \bar{v}$, $\eta = \rho D$; $[\eta] = \text{Н} \cdot \text{с} / \text{м}^2 = \text{Па} \cdot \text{с}$.

Количество теплоты, перенесенное за время Δt вследствие теплопроводности, определяется формулой: $Q = -\kappa \frac{\Delta T}{\Delta x} S \Delta t$

где $\Delta T / \Delta x$ – градиент температуры в направлении, перпендикулярном к площадке S , κ – коэффициент теплопроводности:

$$\kappa = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \rho \tilde{n}_v; \quad \kappa = D \rho \tilde{n}_v; \quad \kappa = \eta \tilde{n}_v; \quad [\kappa] = \text{Дж} / (\text{м} \cdot \text{с} \cdot \text{К}) = \text{Вт} / (\text{м} \cdot \text{К}).$$

Здесь $c_v = iR/(2\mu)$ - удельная теплоемкость при $V = \text{const}$.

Примеры решения задач.

Задача 1. Рассчитать среднюю длину свободного пробега молекул азота, коэффициент диффузии и вязкость при давлении 10^5 Па и температуре 17°C . Как изменятся найденные величины в результате двукратного увеличения объема газа: а) при постоянном давлении; б) при постоянной температуре?

Дано: $p = 10^5$ Па; $T = 290\text{K}$; $\mu = 28 \cdot 10^{-3}$ кг/моль; $d = 3,7 \cdot 10^{-10}$ м, $V_2 = 2V_1$;

а) $p = \text{const}$; б) $T = \text{const}$

Найти: $\bar{\lambda}$ - ? D - ? η - ?

Решение. Средняя длина свободного пробега определяется по формуле $\bar{\lambda} = \frac{1}{\sqrt{2} \pi d^2 n}$; а концентрацию молекул по заданным значениям

давления и температуры находим из уравнения $p = nkT$, тогда

$$\bar{\lambda} = kT / (\pi \sqrt{2} d^2 p); \quad \bar{\lambda} = 9,52 \cdot 10^{-8} \text{ м.}$$

Для расчета коэффициента диффузии по формуле $D = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda}$ можно воспользоваться полученным результатом, определив предварительно среднюю скорость $\bar{v} = \sqrt{\frac{8RT}{\pi\mu}}$. $\bar{v} = 470$ м/с. Тогда $D = 1 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

Для расчета η подставим в формулу $\eta = \frac{1}{3} \bar{v} \bar{\lambda} \cdot \rho$ выражение для $\bar{\lambda}$, а ρ найдем из уравнения Менделеева-Клапейрона: $\rho = p\mu/(RT)$.

$$\text{Тогда} \quad \eta = \frac{1}{3} \bar{v} \frac{kT\mu}{\sqrt{2}\pi d^2 pRT} = \frac{\bar{v}\mu}{3\sqrt{2}\pi d^2 N_A}. \quad \eta = 1,7 \cdot 10^{-5} \text{ Па}\cdot\text{с.}$$

Как видно из полученного выражения для $\bar{\lambda}$, длина свободного пробега зависит только от концентрации молекул. При двукратном увеличении объема концентрация уменьшается вдвое. Следовательно, при любом процессе $\bar{\lambda}_2/\bar{\lambda}_1 = n_1/n_2 = V_2/V_1 = 2$.

В выражении коэффициента диффузии входит не только длина свободного пробега, но и средняя скорость. Следовательно,

$$D_2/D_1 = (\bar{\lambda}_2/\bar{\lambda}_1)(T_2/T_1)^{1/2}.$$

а) При $p = \text{const}$ $T_2/T_1 = V_2/V_1 = 2$. Таким образом, $D_2/D_1 = 2\sqrt{2}$. б) При $T = \text{const}$ $D_2/D_1 = (\bar{\lambda}_2/\bar{\lambda}_1) = 2$.

Вязкость зависит только от скорости молекул, следовательно, и от температуры, т.е. $\eta_2/\eta_1 = (T_2/T_1)^{1/2}$. При $p = \text{const}$ $\eta_2/\eta_1 = \sqrt{2}$. При постоянной температуре коэффициент η не изменяется.

*Задача 2**. Два коаксиальных цилиндра длиной 10 см могут свободно вращаться вокруг их общей оси X. Радиус большого цилиндра равен 5 см. Между цилиндрами имеется зазор размером 2 мм. Оба цилиндра находятся в воздухе при нормальных условиях. Внутренний цилиндр приводят во вращение с постоянной частотой 20с^{-1} . Внешний цилиндр заторможен. Определить, через какой промежуток времени с момента освобождения внешнего цилиндра он приобретет частоту вращения 1с^{-1} . При расчетах изменением относительной скорости цилиндров пренебречь. Масса внешнего цилиндра равна 100 г.

Дано: $l=0.1\text{ м}$, $R=0,05\text{ м}$, $d=2\cdot 10^{-3}\text{ мм}$, $p=10^5\text{ Па}$, $T=273\text{ К}$, $n_1=20\text{с}^{-1}$, $n_2=1\text{ с}^{-1}$, $m=0,1\text{ кг}$.

Найти: $\Delta t - ?$

Решение. При вращении внутреннего цилиндра слой воздуха увлекается им и начинает участвовать во вращательном движении. Вблизи поверхности этого цилиндра слой воздуха приобретает со временем практически такую же линейную скорость, как и скорость точек на поверхности цилиндра, т.е. $v=2\pi n_1(R-d)$. Так как $d \ll R$, то приближенно можно считать:

$$v \approx 2\pi n_1 R. \quad (1)$$

Вследствие внутреннего трения момент импульса передается соседним слоям газа и в конечном счете внешнему цилиндру. За интервал времени Δt внешний цилиндр приобретает момент импульса $L=PR$, где P - импульс, полученный за Δt внешним цилиндром. Отсюда: $P=L/R$.

$$(2)$$

С другой стороны, $P=\eta(\Delta v/\Delta x) \Delta S \Delta t$,

$$(3)$$

где η - коэффициент вязкости, $\Delta v/\Delta x$ - градиент скорости, ΔS - площадь поверхности цилиндра ($\Delta S=2\pi Rl$).

Приравняв правые части выражений (2) и (3), найдем Δt :

$$\Delta t=L/[\eta R(\Delta v/\Delta x) \Delta S]. \quad (4)$$

Найдем L и $\Delta v/\Delta x$. Момент импульса $L=J\omega_2$, где J - момент инерции цилиндра ($J=mR^2$), m - его масса, ω_2 - угловая скорость внешнего цилиндра ($\omega_2=2\pi n_2$). С учетом этого $L= mR^2 \cdot 2\pi n_2=2\pi mR^2 n_2$. Градиент скорости $\Delta v/\Delta x= v/x = v/d$.

Подставив в (4) выражения L , $\Delta v/\Delta x$ и ΔS , получим $\Delta t=mdn_2/(\eta v l)$. Заменив здесь v по (1), найдем $\Delta t=mdn_2/(2\pi \eta R l n_1)$

$$(5)$$

Динамическая вязкость воздуха при нормальных условиях $\eta=1,72 \cdot 10^{-5}\text{ Па}\cdot\text{с}$. Произведя вычисления, получим $\Delta t=18,5\text{ с}$.

Задачи.*Средняя длина свободного пробега.*

4.1. Найти среднюю длину свободного пробега молекул углекислого газа при температуре 100°C и давлении $13,3$ Па. Диаметр молекул углекислого газа $0,32$ нм.

4.2. При помощи ионизационного манометра, установленного на искусственном спутнике, было установлено, что на высоте 300 км от поверхности Земли концентрация частиц газа в атмосфере 10^{15} м⁻³. Найти среднюю длину свободного пробега частиц газа на этой высоте. Диаметр частиц газа $0,2$ нм.

4.3. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул азота при давлении $53,3$ кПа и температуре 27°C .

4.4. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул углекислого газа при температуре 100°C , если средняя длина свободного пробега 870 мкм.

4.5. Найти среднюю длину свободного пробега молекул водорода при давлении $0,133$ Па и температуре 50°C .

4.6. При некоторых условиях средняя длина свободного пробега молекул 160 нм; средняя арифметическая скорость молекул $1,95$ км/с. Найти среднее число столкновений в единицу времени молекул этого газа, если при той же температуре давление газа уменьшится в $1,27$ раза.

4.7. В сосуде объемом 100 см³ находится $0,5$ г азота. Найти среднюю длину свободного пробега молекул азота.

4.8. Какое давление надо создать внутри сферического сосуда при 0°C , чтобы молекулы не сталкивались друг с другом, если диаметр сосуда: а) 1 см, б) 10 см, в) 100 см. Диаметр молекул газа $0,3$ нм.

4.9. В сферической колбе объемом 1 л находится азот. При какой плотности азота средняя длина свободного пробега молекул азота больше размеров сосуда?

Явления переноса в газах.

4.10. Найти коэффициент диффузии гелия при нормальных условиях.

4.11. Найти массу азота, прошедшего вследствие диффузии через площадку $0,01$ м² за 10 с, если градиент плотности в направлении, перпендикулярном к площадке, $1,26$ кг/м⁴. Температура азота 27°C , давление 10^5 Па.

4.12. При каком давлении отношение вязкости некоторого газа к коэффициенту диффузии $\eta/D=0,3$ кг/м³, а средняя квадратичная скорость его молекул 632 м/с?

4.13. Найти вязкость азота при нормальных условиях, если коэффициент диффузии для него $1,42 \cdot 10^{-5}$ м²/с.

4.14. Коэффициент диффузии и вязкость водорода при некоторых условиях равны $1,42 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2/\text{с}$ и $8,5 \text{ мкПа}\cdot\text{с}$. Найти число молекул водорода в единице объема.

4.15. Самолет летит со скоростью 360 км/ч . Считая, что слой воздуха у крыла самолета, увлекаемый вследствие вязкости, 4 см , найти касательную силу F_s , действующую на единицу поверхности крыла. Диаметр молекул воздуха $0,3 \text{ нм}$. Температура воздуха 0°C .

4.16. Найти эффективный диаметр молекулы кислорода, если известно, что для кислорода коэффициент внутреннего трения при 0°C равен $18,8 \text{ мкПа}\cdot\text{с}$.

4.17. Найти теплопроводность водорода, вязкость которого $8,6 \text{ мкПа}\cdot\text{с}$.

4.18. В сосуде объемом 2 л находится $4 \cdot 10^{22}$ молекул двухатомного газа. Теплопроводность газа $14 \text{ мВт}/(\text{м}\cdot\text{К})$. Найти коэффициент диффузии газа.

4.19. Углекислый газ и азот находятся при одинаковых температурах и давлениях. Найти для этих газов отношения: а) коэффициентов диффузии; б) вязкостей; в) теплопроводностей. Диаметры молекул считать одинаковыми.

4.20. Какое количество теплоты теряет помещение за время 1 ч через окно за счет теплопроводности воздуха, заключенного между рамами? Площадь каждой рамы 4 м^2 , расстояние между ними $\Delta x = 30 \text{ см}$. Температура помещения $t_1 = 18^\circ\text{C}$. Температура наружного воздуха $t_2 = -20^\circ\text{C}$. Диаметр молекул воздуха $0,3 \text{ нм}$. Температуру воздуха между рамами считать равной среднему арифметическому температур помещения и наружного воздуха. Давление воздуха $101,3 \text{ кПа}$.

ОСНОВЫ ТЕРМОДИНАМИКИ

5. Первое начало термодинамики.

Первое начало термодинамики может быть записано в виде:

$$dQ = dU + dA$$

где dQ - количество теплоты, подводимое к системе, dU - увеличение внутренней энергии системы, dA - работа, совершаемая силами, которые приложены со стороны системы к внешним телам.

$$\text{Изменение внутренней энергии идеального газа } dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$$

где C_V - молярная теплоемкость газа при постоянном объеме.

Связь между молярной и удельной теплоемкостями $C = c \mu$.

Теплоемкость газа при постоянном объеме $C_V = \frac{i}{2} R$,

где i - число степеней свободы движения молекулы.

Теплоемкость газа при постоянном давлении (уравнение Майера):

$$C_p = C_V + R = \frac{i+2}{2} R$$

Внутренняя энергия газа массой m : $U = \frac{m}{\mu} C_V T$

Работа, совершаемая газом $A = \int p dV$.

Первое начало термодинамики:

а) для $V = \text{const}$: $dQ = dU = \frac{m}{\mu} C_V dT$

б) для $T = \text{const}$: $dQ = dA = \frac{m}{\mu} RT \ln \frac{V_2}{V_1}$

в) адиабатного процесса: $dQ = 0 \Rightarrow dA = -dU$

Уравнения Пуассона для адиабатических процессов:

$$pV^\gamma = \text{const}; TV^{\gamma-1} = \text{const}; \frac{T}{p^{\frac{\gamma-1}{\gamma}}} = \text{const}, \text{ где } \gamma = c_p/c_v.$$

Уравнение политропы $pV^n = \text{const}$, где n - показатель политропы.

Примеры решения задач.

Задача 1. Вычислить удельные теплоемкости неона и водорода при постоянных объеме и давлении, принимая эти газы идеальным газом.

Дано: $\mu_1 = 20 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $\mu_2 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$.

Найти: c_v - ? c_p - ?

Решение. Удельные теплоемкости идеальных газов выражаются

формулами $c_v = \frac{i}{2} \frac{R}{\mu}$ (1) и $c_p = \frac{i+2}{2} \frac{R}{\mu}$ (2).

Для неона (одноатомный газ) $i_1 = 3$. Подставив в (1) и (2) значения i_1 , μ_1 и R и произведя вычисления, найдем:

$c_{v1} = 624 \text{ Дж/(кг.К)}$; $c_{p1} = 1,04 \text{ кДж/(кг.К)}$.

Для водорода (двухатомный газ) $i_2 = 5$. Вычисления по формулам (1) и (2) дают: $c_{v2} = 10,4 \text{ Дж/(кг.К)}$; $c_{p2} = 14,6 \text{ кДж/(кг.К)}$.

Задача 2. Один моль идеального двухатомного газа расширяется изобарически, изотермически, адиабатически до объема, в 5 раз больше-

го первоначального. При каком из этих процессов работа по расширению будет больше? Определить также изменение внутренней энергии и количество подведенной теплоты. Считать первоначальное состояние нормальным.

Дано: $p_1=10^5 \text{ Па}$, $T_1=273 \text{ К}$, $V_1=22,4 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $V_2=5V_1$, $m/\mu=1 \text{ моль}$.

Найти: ΔU - ? A - ? Q - ?

Решение. Из графиков указанных процессов (см. рис.) видно, что наибольшая работа при рассматриваемых условиях соответствует изобарическому расширению.

а) Работа при изобарическом процессе (кривая 1): $A_1=p_1(V_2-V_1)$.

Т.к. $U = \frac{m}{\mu} C_v T$, то $\Delta U = \frac{m}{\mu} C_v \Delta T$.

Изменение температуры $\Delta T = T_2 - T_1$ находим, используя закон Гей-Люссака: $V_1/V_2 = T_1/T_2$;
 $T_2 = T_1 V_2/V_1$; $\Delta T = T_1(V_2/V_1 - 1)$.

Количество подведенной теплоты:

$$Q = \frac{m}{\mu} C_p \Delta T,$$

где для двухатомного газа $C_p = \frac{i+2}{2} R = 7R/2$.

$$A_1 = 10^5 \cdot 22,4 \cdot 10^{-2} (5-1) = 8,96 \cdot 10^3 \text{ (Дж)};$$

$$\Delta T = 273(5-1) = 1092 \text{ К}, \quad \Delta U = 2,5 \cdot 8,314 \cdot 1092 = 23 \cdot 10^3 \text{ (Дж)};$$

$$Q = 3,5 \cdot 8,3 \cdot 1092 = 32 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}; \quad \text{или} \quad Q = 8,96 \cdot 10^3 + 23 \cdot 10^3 = 32 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}$$

б) При изотермическом процессе (кривая 2): $\Delta T = 0$ и $\Delta U = 0$. Все подведенное тепло идет на совершение работы по расширению - $A_2 = Q$:

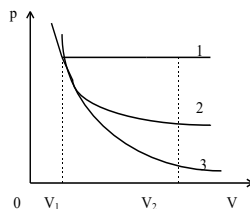
$$A_2 = \frac{m}{\mu} RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}. \quad A_2 = 8,31 \cdot 273 \cdot \ln 5 \approx 3,86 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$

в) Работа при адиабатическом процессе (кривая 3) происходит за счет убыли внутренней энергии газа: $A_3 = \Delta U_3$, так как $Q = 0$.

Из уравнения Пуассона $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$, откуда $p_2 = p_1 \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^\gamma$. Тогда

$$A_3 = \frac{pV_1}{\gamma - 1} \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2}\right)^{\gamma-1} \right]. \quad \text{Для двухатомного газа } \gamma = 7/5 = 1,4.$$

$$A_3 = 22,4 \cdot 10^2 (1 - 0,2^{0,4}) / 0,4 \approx 2,66 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}.$$



Задачи.

5.1. Найти удельную теплоемкость кислорода для: а) $V = \text{const}$, б) $p = \text{const}$.

5.2. Удельная теплоемкость некоторого двухатомного газа $c_p = 14,7 \text{ кДж}/(\text{кг}\cdot\text{К})$. Найти молярную массу газа.

5.3. 12 г азота находится в закрытом сосуде объемом 2 л при температуре 10°C . После нагревания давление в сосуде стало равным 1,33 МПа. Какое количество теплоты сообщено газу при нагревании?

5.4. 6,5 г водорода, находящегося при температуре 27°C , расширяется вдвое при $p = \text{const}$ за счет притока тепла извне. Найти работу расширения газа, изменение внутренней энергии газа и количество теплоты, сообщенное газу.

5.5. В закрытом сосуде находится 20 г азота и 32 г кислорода. Найти изменение внутренней энергии смеси газов при охлаждении ее на $\Delta T = 28 \text{ К}$.

5.6. Внутренняя энергия моля идеального газа при его изобарическом охлаждении от 600°C до 50°C изменилась на $7,2 \cdot 10^3 \text{ Дж}$. Найти количество выделившейся теплоты, работу и число степеней свободы молекул газа.

5.7. В закрытом баллоне находится идеальный одноатомный газ. В результате нагревания давление газа увеличилось от 100 кПа до 500 кПа. Найдите объем баллона, учитывая, что внутренняя энергия данного газа возросла при этом на 5 кДж.

5.8. Количество 1 кмоль многоатомного газа нагревается на $\Delta T = 100 \text{ К}$ в условиях свободного расширения ($p = \text{const}$). Найти количество теплоты, сообщенное газу, изменение его внутренней энергии и работу расширения газа.

5.9. В сосуде под поршнем находится 1 г азота. Какое количество теплоты надо затратить, чтобы нагреть азот на $\Delta T = 10 \text{ К}$? На сколько при этом поднимется поршень? Масса поршня 1 кг, площадь поперечного сечения 10 см^2 . Давление над поршнем 100 кПа.

5.10. Воздух, имеющий температуру 27°C и объем 50 л, находится в цилиндрическом сосуде, закрытом сверху легко скользящим поршнем массой 500 кг и площадью поперечного сечения $0,1 \text{ м}^2$. Атмосферное давление 100 кПа. Найдите работу, совершаемую воздухом при нагревании на 100°C . (2,5 кДж)

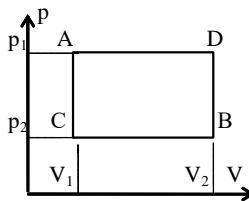
5.11. Гелий, находящийся при нормальных условиях, изотермически расширяется от 1 л до 2 л. Найти работу, совершенную газом при расширении, количество теплоты, сообщенное газу.

5.12. При изотермическом расширении кислорода, содержащего количество вещества 1 моль, имевшего температуру 300 К, газу было

передано количество теплоты 2 кДж. Во сколько раз увеличится объем газа?

5.13. Чтобы нагреть 5 кг идеального газа на 2°C при постоянном давлении, потребовалось на 41,55 кДж больше теплоты, чем на нагревание того же газа на 2°C при постоянном объеме. Определить молярную массу газа.

5.14. Некоторая масса кислорода занимает объем $V_1=3\text{ л}$ при температуре $t_1=27^{\circ}\text{C}$ и давлении $p_1=820\text{ кПа}$. В другом состоянии газ имеет параметры $V_2=4,5\text{ л}$ и $p_2=600\text{ кПа}$. Найти количество теплоты, полученную газом при расширении, работу, совершенную газом при расширении, и изменение внутренней энергии газа при переходе газа из одного состояния в другое: а) по участку ACB; б) по участку ADB.



5.15. Расширение одноатомного газа происходит без теплообмена с внешней средой. Чему равно по абсолютной величине изменение внутренней энергии идеального газа, если он совершает работу 75 Дж? (75 Дж)

5.16. Объем 7,5 л кислорода адиабатически сжимается до объема 1 л, причем в конце сжатия установилось давление 1,6 МПа. Под каким давлением находился газ до сжатия?

5.17. При адиабатическом сжатии воздуха в цилиндрах двигателя внутреннего сгорания давление изменяется от 0,1 МПа до 3,5 МПа. Начальная температура воздуха 40°C . Найти температуру воздуха в конце сжатия.

5.18. Газ расширяется адиабатически так, что его давление падает от 200 кПа до 100 кПа. Затем он нагревается при постоянном объеме до первоначальной температуры, причем его давление становится равным 122 кПа. Найти отношение c_p/c_v для этого газа. Начертить график этого процесса.

5.19. При адиабатическом сжатии кислорода массой 1 кг совершена работа 100 кДж. Определить конечную температуру газа, если до сжатия кислород находился при температуре 300 К.

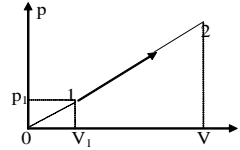
5.20. Масса 28 г азота, находящегося при температуре $t_1=40^{\circ}\text{C}$ и давлении $p_1=100\text{ кПа}$, сжимается до объема $V_2=13\text{ л}$. Найти температуру t_2 и давление p_2 азота после сжатия, если азот сжимается: а) изотермически; б) адиабатически. Найти работу сжатия в каждом из этих случаев.

5.21. Два различных газа, из которых один одноатомный, другой двухатомный, находятся при одинаковых температурах и занимают одинаковые объемы. Газы сжимают адиабатически так, что объем их

уменьшается вдвое. Какой из этих газов нагреется больше и во сколько раз?

5.22. В результате политропического сжатия от давления 0,1 до 0,8 МПа объем 18 м^3 воздуха уменьшился в 6 раз. Определить показатель политропы и работу, совершаемую газом при сжатии.

5.23. Газ совершает политропический процесс (см. рис.), в результате которого объем возрастает в 5 раз. Начальный объем газа V_1 , начальное давление p_1 . Определить: 1) показатель политропы n ; 2) молярную теплоемкость C газа; 3) приращение внутренней энергии ΔU ; 4) работу A' , совершаемую газом.



5.24. При давлении 10^5 Па для нагревания 1 кг аргона на 2 К необходимо затратить $1,1 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ теплоты. При охлаждении газа от 373 до 273 К при постоянном объеме $5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$ выделяется $2,1 \cdot 10^6 \text{ Дж}$ теплоты, если начальное давление газа 10^6 Па . Определите по этим данным значение c_p/c_v .

5.25*. Из баллона, содержащего водород под давлением 10^6 Па при температуре 291 К , выпустили половину газа. Считая процесс адиабатическим, определите установившееся давление и температуру газа.

6. Второе начало термодинамики.

Кoeffициент полезного действия (КПД) тепловой машины:

$$\eta = \frac{Q_1 - Q_2}{Q_1} = \frac{A}{Q_1},$$

где Q_1 – количество теплоты, полученной рабочим телом от нагревателя, Q_2 – количество теплоты, переданной рабочим телом холодильнику, A – работа, совершенная машиной.

Идеальный цикл Карно – цикл, состоящий из двух изотерм и двух адиабат:

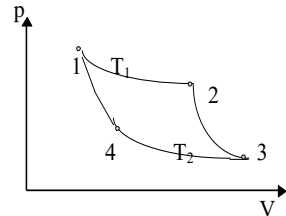
КПД идеального цикла Карно:

$$\eta = \frac{T_1 - T_2}{T_1},$$

где T_1 – температура нагревателя, T_2 – температура холодильника.

Изменение энтропии при переходе системы из состояния 1 в состояние 2:

$$\Delta S = \int_1^2 dS = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ}{T}.$$



Изменение энтропии при нагревании массы вещества с удельной теплоемкостью c : $\Delta S = mc \ln (T_2/T_1)$.

Изменение энтропии при изменении агрегатного состояния :

$$\Delta S = (\lambda m)/T, \quad \Delta S = (Lm)/T,$$

где m -масса вещества, λ, L - удельные теплоты парообразования и плавления соответственно.

Термодинамическая вероятность W и энтропия связаны соотношением

$$S = k \ln W,$$

где k - постоянная Больцмана.

Примеры решения задач.

Задача 1. Нагреватель тепловой машины, работающей по обратимому циклу Карно, имеет температуру $t_1=200^\circ\text{C}$. Определить температуру охладителя, если при получении от нагревателя количества теплоты 1 Дж машина совершает работу 0,4 Дж? Потери на трение и теплоотдачу не учитывать.

Дано: $T_1=473\text{K}$, $Q_1=1$ Дж, $A=0,4$ Дж.

Найти: T_2 - ?

Решение. Температуру охладителя найдем, используя выражение для КПД машины, работающей по циклу Карно,

$$\eta = (T_1 - T_2)/T_1. \quad \text{Отсюда} \quad T_2 = T_1 (1 - \eta) \quad (1).$$

Термический КПД тепловой машины выражает отношение количества теплоты, которое превращено в механическую работу A , к количеству теплоты Q_1 , которое получено рабочим телом тепловой машины из внешней Среды (от нагревателя), т.е. $\eta = A/Q_1$. Подставив это выражение в формулу (1), найдем: $T_2 = T_1(1 - A/Q_1)$ (2).

После вычислений по формуле (2) получим $T_2 = 284\text{K}$.

Задача 2. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. Исходное состояние одноатомного газа соответствует давлению 5 атм, температуре 300К и объему 2 л. В конце изотермического расширения объем стал равен 5 л, а в конце адиабатического - 8 л. Найти КПД цикла, работу за один цикл, количество теплоты, взятого от нагревателя и переданного холодильнику за один цикл.

Дано: $V_1=2\text{л}=2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $p_1=5\text{атм}=5,1013 \cdot 10^5 \text{ Па}$, $T_1=300\text{K}$,

$V_2=5 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $V_3=8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$.

Найти: η - ? A - ? Q_1 - ? Q_2 - ?

Решение. При изотермическом расширении из первого состояния во второе изменение внутренней энергии $\Delta U=0$. Поэтому, исходя из первого закона термодинамики, найдем это количество полученной от нагре-

вателя теплоты Q_1 , равной работе при расширении газа: $Q_1=A_1=(m/\mu) RT \ln (V_2/V_1)$. Используя условие задачи, находим: $m/\mu=p_1 V_1/(RT_1)$. Тогда

$$Q_1=p_1 V_1 \ln (V_2/V_1).$$

$$\text{КПД цикла Карно } \eta=(T_1-T_2)/T_1.$$

Температуру холодильника найдем, используя уравнение Пуассона

$$T_1 V_2^{\gamma-1} = T_2 V_3^{\gamma-1} : T_2 = T_1 (V_2 / V_3)^{\gamma-1}. \text{ Следовательно, } \eta = 1 - (V_2 / V_3)^{\gamma-1}.$$

$$\text{КПД тепловой машины выражается формулой } \eta = (Q_1 - Q_2) / Q_1, \text{ откуда} \\ Q_2 = (1 - \eta) Q_1.$$

$$\text{Работа за один цикл } A = Q_1 - Q_2.$$

$$Q_1 = 5 \cdot 10^5 \cdot 2 \cdot 10^{-3} \ln (5/2) \approx 10^3 \text{ (Дж)}.$$

$$\text{Для одноатомного газа } \gamma = (3+2)/3 \approx 1,6, \text{ тогда } \eta = 1 - (5/8)^{1,6-1} = 0,24.$$

$$Q_2 = 10^3 \cdot 0,76 = 760 \text{ (Дж)}. A = 240 \text{ (Дж)}.$$

Задача 3. Идеальная холодильная машина работает в интервале температур от 15 до -10°C . Работа за один цикл равна 20 кДж. Вычислить количество теплоты, отданной теплоприемнику за один цикл, и холодильный коэффициент.

$$\underline{\text{Дано: } T_1 = 15^\circ\text{C} = 288\text{K}, T_2 = -10^\circ\text{C} = 263\text{K}, A = 2 \cdot 10^4 \text{ Дж}}.$$

$$\underline{\text{Найти: } Q_1 - ? \quad Q_2 - ? \quad \eta_2 - ?}$$

Решение. Идеальная холодильная машина работает по обратному циклу Карно. Расширение происходит при более низкой температуре T_2 , чем сжатие T_1 . Так как КПД обратного и прямого циклов Карно одинаковы при работе с идеальным газом, то

$$\eta = (T_1 - T_2) / T_1 = (288 - 263) / 288 = 0,087;$$

$$Q_2 = Q_1 - A = (A/\eta) - A = (1 - \eta)A/\eta; \quad Q_2 = (1 - 0,087)2 \cdot 10^4 / 0,087 = 2,1 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

$$Q_1 = Q_2 + A = 2,3 \cdot 10^5 \text{ (Дж)}.$$

Холодильным коэффициентом η_2 называют отношение количества теплоты Q_2 , отнятого за цикл от охлаждаемого тела, к работе A машины за тот же промежуток времени: $\eta_2 = Q_2 / A = 210 / 20 = 10,5$.

Задача 4. Кислород массой 0,45 г имеет в начальном состоянии объем 2 л и температуру 10°C , а в конечном - объем 10 л и температуру 50°C . Найти изменение энтропии кислорода при переходе из первого состояния во второе.

$$\underline{\text{Дано: } m = 4,5 \cdot 10^{-4} \text{ кг}, V_1 = 2 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3, T_1 = 283\text{K}, T_2 = 323\text{K}, V_2 = 10^{-2} \text{ м}^3}.$$

Найти: ΔS - ?

Решение. Изменение энтропии может быть записано $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$.

Согласно первому началу термодинамики $dQ = dU + dA$,

где $dU = (m/\mu)C_v dT$. Тогда $dQ = (m/\mu)C_v dT + p dV$.

Давление газа выразим из уравнения Менделеева-Клапейрона:

$p = (m/\mu)RT/V$. Тогда $dQ = (m/\mu)C_v dT + (m/\mu)RT dV/V$, а изменение энтропии:

$$\Delta S = \frac{m}{\mu} C_v \int_{T_1}^{T_2} \frac{dT}{T} + \frac{m}{\mu} R \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} = \frac{m}{\mu} \left(C_v \ln \frac{T_2}{T_1} + R \ln \frac{V_2}{V_1} \right);$$

$$\Delta S = 4,5 \cdot 10^{-4} [0,65 \ln (323/283) + 8,31 \ln 5] / (32 \cdot 10^{-3}) = 190 \text{ (Дж/К)}.$$

Задача 5. 0,3 кг льда, взятого при температуре -40°C , превращается в пар при атмосферном давлении. Найти изменение энтропии.

Дано: $m=0,3$ кг, $T_1=233\text{К}$, $T_2=373\text{К}$, $c_1=2,09 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $c_2=4,19 \cdot 10^3 \text{ Дж/(кг}\cdot\text{К)}$, $L=3,35 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$, $\lambda=2,26 \cdot 10^5 \text{ Дж/кг}$.

Найти: ΔS - ?

Решение. Так как энтропия - функция аддитивная (суммирующаяся), то общее изменение энтропии равно сумме изменений ее в различных процессах: $\Delta S = \int_1^2 \frac{dQ}{T}$. При нагревании льда от -40 до 0°C теплота, полученная льдом: $\Delta Q_1 = mc_1 dT$, а изменение энтропии:

$$\Delta S_1 = mc_1 \int_{T_1}^{T_0} \frac{dT}{T} = mc_1 \ln \frac{T_0}{T_1}.$$

При плавлении льда температура его остается постоянной, поэтому $\Delta S_2 = (mL/T_0)$. Изменение энтропии при нагревании воды от 0 до 100°C :

$$\Delta S_3 = mc_2 \int_{T_0}^{T_2} \frac{dT}{T} = mc_2 \ln \frac{T_2}{T_0}.$$

При испарении воды при постоянной температуре 100°C : $\Delta S_4 = (m\lambda/T_2)$.

Общее изменение энтропии:

$$\Delta S = \sum_{i=1}^4 \Delta S_i = m \left(c_1 \ln \frac{T_0}{T_1} + \frac{L}{T_0} + c_2 \ln \frac{T_2}{T_0} + \frac{\lambda}{T_2} \right).$$

Подставив численные значения величин из условия задачи и сделав вычисления, получим: $\Delta S = 2640 \text{ Дж/К}$.

Задачи.*Циклические процессы. Цикл Карно.*

6.1. В результате кругового процесса газ совершил работу 1 Дж и передал охладителю количество теплоты 4,2 Дж. Определить КПД цикла.

6.2. Идеальная тепловая машина, работающая по циклу Карно, имеет температуру нагревателя 227°C , температуру холодильника 127°C . Во сколько раз нужно увеличить температуру нагревателя, чтобы КПД машины увеличился в 3 раза?

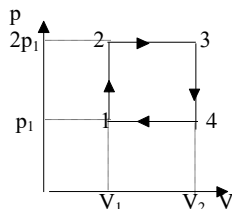
6.3. Идеальная тепловая машина работает по циклу Карно. При этом 80% количества теплоты, получаемого от нагревателя, передается холодильнику. Машина получает от нагревателя количество теплоты $Q_1=6,28$ кДж. Найти КПД цикла и работу, совершаемую за один цикл.

6.4. Наименьший объем газа, совершающего цикл Карно, 12 л. Определить наибольший объем, если объем газа в конце изотермического расширения 60 л, а в конце изотермического сжатия - 19 л.

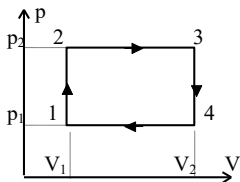
6.5. Газ, совершающий цикл Карно, КПД которого 25%, при изотермическом расширении производит работу 240 Дж. Какова работа, совершаемая при изотермическом сжатии.

6.6. Идеальная холодильная машина, работающая по обратному циклу Карно, совершает за один цикл работу 37 кДж. При этом она берет тепло от тела с температурой $t_2=-10^\circ\text{C}$ и передает тепло телу с температурой $t_1=17^\circ\text{C}$. Найти: 1) КПД цикла; 2) количество теплоты Q_2 , отнятое у холодного тела за один цикл; 3) количество теплоты Q_1 , переданное более горячему телу за один цикл; 4) холодильный коэффициент η_2 .

6.7. Определить КПД цикла, изображенного на рисунке справа. Газ одноатомный.



6.8. Идеальный двухатомный, содержащий количество вещества 1 кмоль, совершает замкнутый цикл, график которого изображен на рисунке. $V_1=2\text{ м}^3$, $V_2=3\text{ м}^3$, $p_1=12$ кПа, $p_2=16$ кПа. Определить: 1) количество теплоты, полученное от нагревателя, 2) количество теплоты, переданное охладителю, 3) работу, совершаемую за один цикл, 4) КПД цикла.



6.9*. Идеальный трехатомный газ из жестких (объемных) молекул нагревают при постоянном объеме так, что его давление возрастает в 2

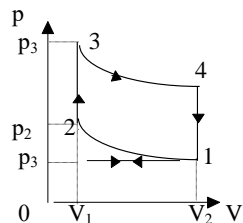
раза. После этого газ изотермически расширяется до начального объема. Определить КПД цикла.

6.10. Найти КПД цикла, совершаемого одноатомным газом и состоящего: а) из двух изобар и двух адиабат; б) из двух изохор и двух адиабат.

6.11. Тепловая машина работает по циклу Карно. Температуры нагревателя и холодильника равны соответственно 673 и 293 К. Рабочим телом служит воздух массой 2 кг. Зная, что давление воздуха в конце изотермического расширения равно давлению в начале адиабатического сжатия и цикл протекает 1 с, определите мощность: а) подводимую к машине; б) машины.

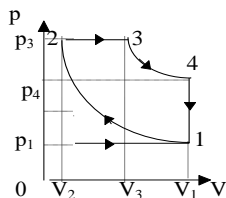
6.12. Идеальная машина, работающая по обратному циклу Карно, забирает тепло от воды, имеющей начальную температуру 373 К. Сколько воды превращается в пар при образовании 1 кг льда.

6.13*. На рисунке изображен цикл карбюраторного четырехтактного двигателя внутреннего сгорания, состоящий из двух изохор 1–4 и 2–3 и двух адиабат 1–2 и 3–4. Степень сжатия горючей смеси, которую можно считать идеальным газом с показателем адиабаты γ , $n=V_1/V_2$. Определить КПД цикла.



6.14. В цикле двигателя внутреннего сгорания, рассмотренном в предыдущей задаче, горючая смесь, которую можно считать двухатомным газом с жесткими молекулами, сжимается до объема 2 л. Ход и диаметр поршня соответственно 40 и 15 см. Определить КПД цикла.

6.15*. На рисунке изображен цикл четырехтактного двигателя Дизеля, состоящего из изобары 2–3, изохоры 4–1 и двух адиабат 1–2 и 3–4. Степень адиабатного сжатия $n=V_1/V_2$, а степень изобарного расширения $k=V_3/V_2$. Определить КПД цикла. Рабочее тело – идеальный газ с показателем адиабаты γ .



Энтропия.

6.16. Водород массой 100 г был изобарически нагрет так, что объем его увеличился в $n=3$ раза, затем водород был изохорически охлажден так, что его давление уменьшилось в $n=3$ раз. Найти изменение энтропии в ходе указанных процессов.

6.17. Воздух массой 1 кг сжимают адиабатно так, что объем его уменьшается в 6 раз, а затем при постоянном объеме давление возрастает в 1,5 раз. Определить приращение энтропии в этом процессе.

6.18. Энтропия термодинамической системы в некотором состоянии равна 3,18 мДж/К. Чему равна термодинамическая вероятность состояния системы.

6.19. 10 г кислорода нагревается от температуры 50°C до температуры 150°C. Найти изменение энтропии, если нагревание происходит: а) изохорически; б) изобарически.

6.20. В результате нагревания 22 г азота его термодинамическая температура увеличилась от T_1 до $T_2=1,2T_1$, а энтропия увеличилась на $\Delta S=4,19$ Дж/К. При каких условиях производилось нагревание (при постоянном объеме или постоянном давлении)?

6.21. Найти приращение энтропии на участке 1-2-3 задачи 6.8.

6.22. В результате изотермического сжатия воздуха объемом 887 л, находящегося при температуре 30°C и начальном давлении 0,1 МПа, энтропия его уменьшилась на 673 Дж/К. Определить объем воздуха в конце процесса.

6.23. Определить приращение энтропии при смешении азота массой 3 кг и углекислого азота массой 2 кг. Температуры и давления газов до смешения одинаковы.

6.24. Найти изменение энтропии при плавлении 1 кг льда, температура которого 0°C.

6.25. Кусок льда массой 200 г, взятый при температуре -10°C, нагрет до 0°C и расплавлен, после чего образовавшаяся вода нагрета до 10°C. Определить изменение энтропии.

6.26. 640 г расплавленного свинца при температуре плавления (327°C) вылили на лед ($t=0^\circ\text{C}$). Найти изменение энтропии при этом процессе.

6.27. Идеальный газ в количестве 1 моль изотермически расширяется так, что при этом происходит приращение энтропии на 5,75 Дж/К. Определить натуральный логарифм отношения термодинамических вероятностей начального и конечного состояний газа, а также отношение начального и конечного давления.

РЕАЛЬНЫЕ ГАЗЫ

7. Уравнение Ван-дер-Ваальса. Внутренняя энергия реального газа.

Уравнение состояния реальных газов (уравнение Ван-дер-Ваальса) для произвольной массы газа:

$$\left(p + \frac{m^2}{\mu^2} \frac{a}{V^2} \right) \left(V - \frac{m}{\mu} b \right) = \frac{m}{\mu} RT,$$

где a и b - постоянные Ван-дер-Ваальса.

Связь критических параметров - молярного объема, давления и температуры газа с постоянными Ван-дер-Ваальса:

$$V_{\text{мк}}=3b; \quad p_{\text{к}}=\frac{a}{27b^2}; \quad T_{\text{к}}=\frac{8a}{27bR}; \quad \text{или } a=\frac{27T_{\text{к}}^2R^2}{64p_{\text{к}}}; b=\frac{T_{\text{к}}R}{8p_{\text{к}}}.$$

$$\text{Внутренняя энергия реального газа } U_{\text{pe}} = \frac{m}{\mu} \left(C_V T - \frac{a}{V_m} \right),$$

где V_m – молярный объем.

Изменение температуры при расширении 1 моля газа в пустоту:

$$T_2 - T_1 = \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right).$$

Изменение температуры при эффекте Джоуля-Томсона для одного моля реального газа:

$$T_2 - T_1 = \frac{(p_1V_1 - p_2V_2)}{C_V} - \frac{a}{C_V} \left(\frac{1}{V_2} - \frac{1}{V_1} \right)$$

Примеры решения задач.

Задача 1. В сосуде объемом 200 л находится 300 моль водорода при нормальном давлении. Во сколько раз надо увеличить температуру, чтобы давление увеличилось в 3 раза? Сравнить с результатами для идеального газа.

Дано: $V=0,2 \text{ м}^3$, $\nu=300$ моль, $\mu=2 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, $p_1 \approx 10^5$ Па, $p_2=3p_1$

Найти: T_2/T_1 - ?

Решение. Учитывая, что объем сосуда не изменяется при повышении температуры, запишем уравнения Ван-дер-Ваальса для первого и второго состояний реального газа:

$$\left(p_1 + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu RT_1; \quad \left(p_2 + \nu^2 \frac{a}{V^2} \right) (V - \nu b) = \nu RT_2.$$

Разделив второе уравнение на первое, получим:

$$\frac{T_2}{T_1} = \frac{p_2 + a\nu^2/V^2}{p_1 + a\nu^2/V^2}. \quad \text{После вычислений получим } T_2/T_1 \approx 2,3.$$

Если считать газ идеальным, то уравнения состояний можно записать так: $p_1V = \nu RT_1$; $p_2V = \nu RT_2$.

Разделив эти равенства почленно, получим $T_2/T_1 = p_2/p_1 = 3$.

Сравнивая полученные числовые результаты, замечаем, что идеальный газ нагревается в этих условиях до более высокой температуры, чем реальный.

Задача 2. В баллоне емкостью 8 л находится 300 г кислорода при температуре 27°C. Найти, какую часть объема составляет собственный объем молекул. Определить отношение внутреннего давления p' к давлению газа p на стенки сосуда.

Дано: $V=8 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$, $m=0,3 \text{ кг}$, $\mu=32 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $T=300 \text{ К}$,
 $a=0,137 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3/\text{моль}^2$, $b=3 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Найти: $x_1=V'/V$ - ? $x_2=p'/p$ - ?

Решение. Поправка b в уравнении Ван-дер-Ваальса равна учетверенному собственному объему молекул одного моля газа:

$(m/\mu)b=4V'$; $V'=bm/(4\mu)$. Этот объем занимает долю объема газа:

$$x_1 = bm/(4\mu V). \quad x_1 = 3 \cdot 10^{-5} \cdot 0,03 / (4 \cdot 32 \cdot 10^{-3} \cdot 8 \cdot 10^{-3}) \approx 9 \cdot 10^{-3} = 0,8\%$$

Для ответа на второй вопрос задачи надо найти отношение

$x_2=p'/p$, где p' - внутреннее, а p - внешнее давления:

$$p' = (m/\mu)^2 a / V^2; \quad p' \approx 1,86 \cdot 10^5 \text{ Па}.$$

Давление p , производимое газом на стенки сосуда, найдем из урав-

нения Ван-дер-Ваальса:
$$p = \frac{\frac{m}{\mu} RT}{V - \frac{m}{\mu} b} - \left(\frac{m}{\mu}\right)^2 \frac{a}{V^2} \approx 2,79 \cdot 10^6 \text{ (Па)}.$$

Отсюда $x_2=p'/p=1,86 \cdot 10^5 / 2,79 \cdot 10^6=0,066=6,6\%$.

Задача 3. В цилиндре под поршнем находится один моль азота при нормальных условиях. Какую часть объема сосуда занимают при этом молекулы азота? Газ расширяется до объема, вдвое большего первоначального, при постоянной температуре. Найти изменение внутренней энергии газа и совершенную работу. Каково было бы значение этих величин, если бы газ был идеальным?

Дано: $\nu=1 \text{ моль}$, $\mu=28 \cdot 10^{-3} \text{ кг/моль}$, $T=273 \text{ К}$, $p=10^5 \text{ Па}$, $V_2=2V_1$,
 $a=0,136 \text{ Дж} \cdot \text{м}^3/\text{моль}^2$, $b=4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$.

Найти: ΔU - ? A - ? x - ?

Решение. Поправка Ван-дер-Ваальса b равна учетверенному собственному объему молекул: $b=4V$, откуда $V=b/4=10^{-5} \text{ м}^3/\text{моль}$, что составляет $x=b/4V_m=10^{-5}/22,4 \cdot 10^{-3}=4,4 \cdot 10^{-4}$ часть объема, занимаемого при нормальных условиях.

$$\Delta U = \int_{V_1}^{V_2} \frac{a}{V^2} dV = \frac{a}{V_1} - \frac{a}{2V_1} = \frac{a}{2V_1} = 0,136 / 2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \approx 3 \text{ (Дж/моль)}$$

$$A = \int_{V_1}^{V_2} p dV = \int_{V_1}^{2V_1} \frac{RT}{V-b} dV - \int_{V_1}^{2V_1} \frac{a}{V^2} dV = RT \ln \frac{2(V_1-b)}{V_1-b} - \frac{a}{2V_1} = RT \ln 2 - \frac{a}{2V_1}$$

$$A \approx 8,314 \cdot 273,2,3 \cdot \ln 2 - 0,136 / 2 \cdot 22,4 \cdot 10^{-3} \approx 1,56 \cdot 10^3 - 3 \approx 1,56 \cdot 10^3 \text{ (Дж)}$$

При идеальном процессе изменение внутренней энергии $\Delta U=0$, а работа $A=1,56 \cdot 10^3$ Дж/моль.

Задачи.

7.1. Каково давление углекислого газа при температуре 3°C , если его плотность при этой температуре 550 кг/м^3 .

7.2. 10 г гелия занимает объем 100 см^3 при давлении 100 МПа. Найти температуру газа, считая его: а) идеальным; б) реальным.

7.3. В закрытом сосуде объемом $V=0,5 \text{ м}^3$ находится количество $\nu=0,6$ кмоль углекислого газа при давлении $p=3$ МПа. Пользуясь уравнением Ван-дер-Ваальса, найти, во сколько раз надо увеличить температуру газа, чтобы давление увеличилось вдвое.

7.4. Аргон массой 4 г занимает объем $0,1 \text{ дм}^3$ под давлением 2,5 МПа. Найти температуру газа, считая его идеальным, реальным.

7.5. В баллоне вместимостью 22 л находится азот массой 0,7 кг при температуре 0°C . Определить давление газа на стенки баллона, внутреннее давление газа и собственный объем молекул.

7.6. Найти эффективный диаметр молекулы азота двумя способами: а) по данному значению средней длины свободного пробега при нормальных условиях $\bar{\lambda}=95 \text{ нм}$; б) по известному значению постоянной b в уравнении Ван-дер-Ваальса.

7.7*. Один моль некоторого газа находится в сосуде объемом $V=0,25 \text{ л}$. При температуре $T_1=300\text{K}$ давление газа $p_1=90 \text{ атм}$, а при $T_2=350\text{K}$ давление $p_2=110 \text{ атм}$. Найти постоянные Ван-дер-Ваальса для этого газа.

7.8. В сосуде объемом 10 л находится 0,25 кг азота при 27°C . Какую часть давления составляет давление, обусловленное силами взаимодействия молекул? Какую часть объема сосуда составляет собственный объем молекул.

7.9. Объем 4 г кислорода увеличился от 1 до 5 л. Рассматривая газ как реальный, найти работу внутренних сил при этом расширении.

7.10. 0,5 кмоль некоторого газа занимает объем 1 м^3 . При расширении газа до объема $1,2 \text{ м}^3$ была совершена работа против сил взаимодей-

ствия молекул 5,684 кДж. Найти постоянную a , входящую в уравнение Ван-дер-Ваальса.

7.11. Найти давление p_c , обусловленное силами взаимодействия молекул, заключенных в 1 кмоль газа при нормальных условиях. Критическая температура и критическое давление этого газа равны 417К и 7,7 МПа.

7.12. Найти плотность водорода в критическом состоянии по известным для него значениям критической температуры.

7.13. Какова масса воды, налитой в сосуд вместимостью 30 см³, при которой ее можно привести в критическое состояние путем нагревания запаянного сосуда с водой.

7.14. Критическое давление и температура неона равны соответственно 27,3·10⁵ Па и 44,5 К. Определите по этим данным эффективный диаметр молекул неона.

7.15. Азот при критической температуре 126 К имеет критический объем 1,2·10⁻⁴ м³/моль. Считая, что азот подчиняется уравнению Ван-дер Ваальса, найдите понижение температуры 0,07 кг азота при расширении газа в вакуум от объема $V_1=5$ л до объема $V_2=2V_1$.

7.16. Моль азота расширяется адиабатически в пустоту, в результате чего объем газа увеличивается от 2 л до 10 л. Определить приращение температуры газа ΔT .

7.17*. Вычислить приращение температуры ΔT водорода вследствие эффекта Джоуля-Томсона, получающегося в случае, если $p_1=10^6$ Па и T_1 : а) 273К; б) 210,5К; в) 173 К. Значение V_1 можно определить по уравнению идеального газа.

ЖИДКОСТИ

8. Поверхностное натяжение. Растворы.

Коэффициент поверхностного натяжения $\sigma = \frac{F}{l}$,

где F - сила поверхностного, действующего на контур l , ограничивающий поверхность жидкости.

Работа при изотермическом увеличении поверхности жидкости $\Delta A = \sigma \Delta S$. Свободная энергия поверхности жидкости пропорциональна площади этой поверхности: $E = \sigma S$.

Давление Лапласа под искривленной поверхностью жидкости

$$\Delta p = \sigma \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right),$$

где R_1 и R_2 - радиусы кривизны двух взаимно перпендикулярных сечений поверхности жидкости, а в случае сферической поверхности $p = 2\sigma/R$.

Высота подъема жидкости в капиллярной трубке радиуса r :

$$h = \frac{2\sigma}{\rho g r},$$

где θ - краевой угол, ρ - плотность жидкости.

Сила сцепления между пластинками, смачиваемыми жидкостью, расположенными на расстоянии d ,

$$F = \Delta p S = 2\sigma S/d.$$

Осмотическое давление для недиссоциирующих веществ растворов:

$$p_{\text{осм}} = \frac{m}{\mu} \frac{RT}{V} = CRT,$$

где $C = m/(\mu V)$ - число молей растворенного вещества в единице объема раствора (молярная концентрация).

Осмотическое давление для диссоциирующих растворов:

$$p_{\text{осм}} = [1 + \alpha(k-1)]CRT,$$

где α - степень диссоциации, показывающая долю диссоциировавших молекул растворенного вещества, каждая из которых диссоциировала на k ионов.

Примеры решения задач.

Задача 1. Из конца стеклянной капиллярной трубки, опущенной в воду, выдули пузырек воздуха радиусом 0,02 см. При этом давление воздуха в пузырьке превышало атмосферное на 984 Па. На какую глубину опущена трубка.

Дано: $r = 2 \cdot 10^{-4} \text{ м}$, $p - p_0 = 984 \text{ Па}$, $\rho = 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\sigma = 0,07 \text{ Н/м}$.

Найти: h - ?

Решение. На глубине давление внутри пузырька складывается из атмосферного (над водой), гидростатического (слоя воды над пузырьком) и лапласовского: $p = p_0 + \rho g h + 2\sigma/r$, или $p - p_0 = \rho g h + 2\sigma/r$, откуда

$$h = (p - p_0 - 2\sigma/r) / (\rho g) = 0,028 \text{ м.}$$

Задача 2. Определить изменение свободной энергии поверхности мыльного пузыря при изотермическом увеличении его объема от 10 см^3 до 20 см^3 . Считать для мыльного раствора $\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$.

Дано: $V_1 = 10^{-5} \text{ м}^3$, $V_2 = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^3$, $\sigma = 0,04 \text{ Н/м}$.

Найти: ΔE - ?

Решение. Свободная энергия поверхности жидкости пропорциональна площади этой поверхности: $E = \sigma S$. У мыльного пузыря имеются две поверхности - внешняя и внутренняя, площади которых практически равны из-за малой толщины мыльной пленки. Поэтому свободная энергия поверхности (внешней и внутренней вместе) мыльного пузыря $E = 2\sigma S$.

Так как, по условию задачи, процесс изотермический, то поверхностное натяжение, являющееся для данной жидкости функцией только температуры, остается постоянным. Следовательно, изменение свободной энергии: $\Delta E = 2\sigma \Delta S$, где ΔS - изменение поверхности пузыря (одной - внутренней или внешней). Считая, что мыльный пузырь имеет форму сферы, найдем ΔS :

$\Delta S = 4\pi r_2^2 - 4\pi r_1^2$, где r_1 и r_2 - радиусы сфер, соответствующие V_1 и V_2 :

$$r_1 = (3V_1/4\pi)^{1/3}, \quad r_2 = (3V_2/4\pi)^{1/3}. \quad \text{Тогда } \Delta S = 4\pi \left[\left(\frac{3V_2}{4\pi} \right)^{2/3} - \left(\frac{3V_1}{4\pi} \right)^{2/3} \right].$$

Учитывая, что $V_2 = 2V_1$, получим: $\Delta S = 4\pi (3V_1/4\pi)^{2/3} (2^{2/3} - 1)$. Подставим это выражение в формулу для ΔE : $\Delta E = 8\pi\sigma (3V_1/4\pi)^{2/3} (2^{2/3} - 1)$.

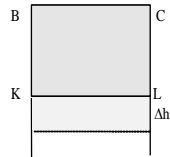
После вычислений по этой формуле получим $\Delta E = 1,06 \cdot 10^{-4} \text{ Дж}$.

Задачи.

Поверхностное натяжение. Капиллярные явления

8.1. Рамка, охватывающая поверхность площадью 40 см^2 , затянута мыльной пленкой. На сколько уменьшится поверхностная энергия пленки при сокращении ее площади вдвое? Температура постоянна.

8.2. Рамка ABCD с подвижной медной перекладкой KL затянута мыльной пленкой. 1) Каков должен быть диаметр перекладки KL, чтобы она находилась в равновесии? 2) Найти длину перекладки, если известно, что при перемещении перекладки на $\Delta h = 1 \text{ см}$ совершается изотермическая работа 45 мкДж .



8.3. Какое усилие необходимо для отрыва тонкого кольца массой 4,0 г со средним диаметром 8 см от поверхности глицерина?

8.4. Керосин по каплям вытекает из бюретки через отверстие диаметром 2 мм, причем капли падают одна за другой с интервалом 1 с. За сколько времени вытечет 25 см^3 керосина?

8.5. С паяльника упала капля припоя массой 0,2 г. Отрыв капли произошел в тот момент, когда диаметр шейки был равен 1 мм. Оценить поверхностное натяжение расплавленного припоя. (0,64 Н/м)

8.6. На нижнем конце капилляра повисла капля воды, имеющая вид шарика диаметром 4 мм. Найти диаметр капилляра. (1,48 мм)

8.7. Какую работу против сил поверхностного натяжения надо совершить, чтобы увеличить вдвое объем мыльного пузыря радиусом 1 см.

8.8. Найти добавочное давление внутри мыльного пузыря диаметром 10 см. Определить работу, которую нужно совершить, чтобы выдуть этот пузырь.

8.9. Какая энергия освобождается при слиянии мелких водяных капель радиусом $r=2 \cdot 10^{-3} \text{ мм}$ в одну каплю радиусом $R=2 \text{ мм}$?

8.10. Глицерин поднялся в капиллярной трубке на высоту 20 мм. Определить поверхностное натяжение глицерина, если диаметр канала трубки равен 1 мм.

8.11. Каким должен быть внутренний диаметр капилляра, чтобы при полном смачивании вода в нем поднималась на 2 см? Задачу решить, когда капилляр находится а) на Земле; б) на Луне.

8.12. Капиллярная длинная, открытая с обоих концов трубка радиусом 1 мм наполнена водой и поставлена вертикально. Определить высоту столба оставшейся в капилляре воды. Толщиной стенки капилляра пренебречь.

8.13. В капиллярной трубке радиусом 0,5 мм жидкость поднялась на 11 мм. Найти плотность данной жидкости, если ее коэффициент поверхностного натяжения 22 мН/м.

8.14. Ртутный барометр имеет диаметр трубки 0,3 мм. Какую поправку в показания барометра нужно внести, если учесть капиллярное опускание ртути? (5 см).

8.15. На какой глубине под водой находится пузырек воздуха, если известно, что плотность в нем 2 кг/м^3 ? Диаметр пузырька 15 мкм, температура 20°C , атмосферное давление 101,3 кПа.

8.16. Во сколько раз плотность воздуха в пузырьке, находящемся на глубине 5 м под водой, больше плотности воздуха при атмосферном давлении 101,3 кПа. Радиус пузырька 0,5 мкм.

8.17. На сколько нагреется капля ртути, полученная от слияния двух капель радиусом 1 мм каждая?

8.18*. Стекланный стержень диаметром $d_1=1,5$ мм вставили симметрично (коаксиально) в стекланный капилляр с диаметром внутренне-го канала $d_2= 2$ мм. Затем всю систему установили вертикально и привели в соприкосновение с поверхностью воды. На какую высоту подни-мется вода в таком капилляре.

8.19. Две вертикальные параллельные друг другу стекланные пла-стины частично погружены в воду. Расстояние между пластинами $d=0,1$ мм, их ширина $l=12$ см. Считая, что вода между пластинами не доходит до их верхних краев и что смачивание полное, найти силу, с которой они притягиваются друг к другу.

8.20. Будет ли плавать на поверхности воды жирная (полностью не-смачиваемая водой) платиновая проволока диаметром 1 мм ?

8.21. Деревянная палочка длиной 4 см и массой 1 г покоится на по-верхности воды. По одно сторону ее осторожно налили мыльный рас-твор. С каким ускорением начнет двигаться палочка?

8.22. Между двумя горизонтальными плоскопараллельными стек-ланными пластинками помещена масса $m=5$ г ртути. Когда на пластинку положили груз массой $M=5$ кг, расстояние между пластинками стало равным $d=0,087$ мм. Пренебрегая массой пластинки по сравнению с мас-сой груза, найти поверхностное натяжение ртути. Несмачивание считать полным.

8.23. Две трубки с внутренними диаметрами 1 и 3 мм вставлены одна в другую. Внешний диаметри тонкой трубки 1,74 мм. Если трубки опустить в воду, то разность уровней воды в канале тонкой трубки и в промежутке между трубками равна $6 \cdot 10^{-3}$ м. Определить по этим данным коэффициент поверхностного натяжения воды.

Растворы.

8.24. Осмотическое давление раствора при температуре 27°C равно $0,2$ МПа. Сколько частиц растворенного вещества находится в растворе объемом 1 л?

8.25. Для увеличения осмотического давления раствора нужно уве-личить концентрацию раствора в 1,3 раза. На сколько градусов необхо-димо нагреть раствор, чтобы не изменяя его концентрации, получить такое же увеличение осмотического давления? Начальная температура раствора 0°C .

8.26. 40 г сахара ($\text{C}_{12}\text{H}_{22}\text{O}_{11}$) растворено в 0,5 л воды. Температура раствора равна 50°C . Чему равно осмотическое давление?

8.27. Осмотическое давление раствора, находящегося при темпера-туре 87°C , 165 кПа. Какое число молекул воды приходится на одну мо-лекулу растворенного вещества в этом растворе? Диссоциация молекул вещества отсутствует.

8.28. Поваренная соль массой 3 г растворена в воде объемом 1 л при температуре 30°C. Осмотическое давление при этих условиях оказалось 0,17 МПа. Какова степень диссоциации молекул соли?

8.29. Степень диссоциации молекул поваренной соли при растворении ее в воде 0,4. При этом осмотическое давление раствора, находящегося при температуре 27°C, 118,6 кПа. Какая масса поваренной соли растворена в 1 л воды?

8.30. Какое количество сульфата натрия (Na_2SO_4) нужно растворить в 1 л воды при 298К, чтобы осмотическое давление оказалось равным 260 кПа?

9. Тепловые свойства твердых тел.

При нагревании твердых тел их линейные размеры с изменением температуры меняются линейно:

$$l_t = l_o(1 + \alpha t),$$

где l_t и l_o – длина тела при температурах 0 и $t^\circ\text{C}$, α – коэффициент линейного расширения.

Зависимость объема тела от температуры

$$V_t = V_o(1 + \beta t),$$

где V_t и V_o – объемы тела при 0 и $t^\circ\text{C}$, β – коэффициент объемного расширения. Для изотропных тел $\beta = 3\alpha$.

Изменение температуры плавления твердого тела ΔT с изменением давления Δp выражается уравнением Клапейрона-Клаузиуса:

$$\Delta T = T[(V_{ж} - V_{тв})/L] \Delta p,$$

где L – удельная (или молярная) теплота плавления при нормальных условиях, $V_{ж}$ и $V_{тв}$ – удельные (или молярные) объемы жидкости и твердого тела.

Количество теплоты, переносимой вследствие теплопроводности через поверхность ΔS за время Δt , определяется формулой:

$$Q = -\kappa(\Delta T/\Delta x)\Delta S\Delta t,$$

где κ – коэффициент теплопроводности, $\Delta T/\Delta x$ – градиент температуры в направлении, перпендикулярном ΔS .

В случае деформации продольного растяжения (или одностороннего сжатия) стержня относительное изменение длины стержня по закону Гука:

$$\Delta l/l = \alpha p_H = p_H/E,$$

где $p_H = F/S$ – напряжение, F – растягивающая или сжимающая сила, S – площадь поперечного сечения, α – коэффициент упругости, $E = 1/\alpha$ – модуль Юнга.

Примеры решения задач.

Задача 1. Изменение энтропии при плавлении 1 кмолья льда равна 22,2кДж/К. Найти, насколько изменится температура плавления льда при увеличении внешнего давления на 1 Па.

Дано: $m/\mu=10^3$ моль, $\Delta S=22,2 \cdot 10^3$ Дж/К, $\Delta p=1$ Па, $\rho_{ж}=10^3$ кг/м³;
 $\rho_{т}=900$ кг/м³

Найти: ΔT - ?

Решение. Из уравнения Клапейрона-Клаузиуса

$$\Delta T = T[(V_{ж} - V_{тв})/L] \Delta p. \quad (1)$$

С другой стороны $\Delta S = mL/T = (m/\mu)q_0/T$ (2), где L - удельная теплота плавления, q_0 - молярная теплота плавления. Из (1) и (2) имеем:

$$\Delta T = [\Delta p(V_{ж} - V_{тв})(m/\mu)] / \Delta S.$$

У нас $V_{ж} = \mu/\rho_{ж}$; $V_{т} = \mu/\rho_{т}$. После вычислений получим $\Delta T = 0,009$ К.

Задача 2. Пластинки из меди толщиной 9 мм и железа толщиной 3 мм сложены вместе. Внешняя поверхность медной пластинки поддерживается при постоянной температуре 50°С, внешняя поверхность железной - при температуре 0°С. Найти температуру поверхности соприкосновения. Площадь пластинок велика по сравнению с толщиной.

Дано: $d_1=9 \cdot 10^{-3}$ мм, $d_2=3 \cdot 10^{-3}$ мм, $t_1=50$ °С, $t_2=0$ °С; $\kappa_1=390$ Вт/м.К;
 $\kappa_2=58,7$ Вт/м.К

Найти: t_x - ?

Решение. Количество тепла, прошедшего через сложенные вместе медную и железные пластинки, определяется формулой:

$$Q = \kappa_1 \frac{t_1 - t_x}{d_1} St = \kappa_2 \frac{t_x - t_2}{d_2} St, \text{ откуда } t_x = \frac{\kappa_1 t_1 d_2 + \kappa_2 t_2 d_1}{\kappa_1 d_2 + \kappa_2 d_1}.$$

$$t_x = 34,5^\circ\text{C}.$$

Задачи.

9.1. При давлении 100 кПа температура плавления олова 231,8°С, а при давлении 10 МПа 232,2°С. Плотность жидкого олова 7000 кг/м³. Найти изменение энтропии при плавлении 1 киломоля олова.

9.2. Пользуясь законом Дюлонга и Пти, найти, из какого материала сделан металлический шарик массой 25 г, если известно, что для его нагревания от 10°С до 30°С потребовалось затратить 117 Дж тепла.

9.3. Один конец железного стержня поддерживается при температуре 100°С, другой упирается в лед. Длина стержня 11 см, площадь поперечного сечения 2 см². Найти количество теплоты, протекающее в

единицу времени вдоль стержня. Какая масса льда растает за время 40 мин. Потерями тепла через стенки пренебречь.

9.4. К стальной проволоке радиусом 1 мм подвешен груз. Под действием этого груза проволока получила такое же удлинение, как при нагревании на $\Delta t=20^\circ\text{C}$. Найти массу груза.

9.5. Каким должен быть предельный диаметр стального троса, чтобы он выдержал нагрузку в 1 т?

Приложения

Атомные массы.

Азот	N	14,008	Кремний	Si	28,08
Алюминий	Al	26,97	Магний	Mg	24,32
Аргон	Ar	39,944	Медь	Cu	63,57
Бор	B	10,82	Натрий	Na	22,997
Висмут	Bi	109,00	Неон	Ne	20,183
Водород	H	1,0081	Олово	Sn	118,70
Вольфрам	W	184	Платина	Pt	195,23
Гелий	He	4,004	Ртуть	Hg	200,61
Железо	Fe	55,84	Свинец	Pb	207,22
Золото	Au	197,2	Сера	S	32,060
Йод	I	126,92	Серебро	Ag	107,88
Калий	K	38,096	Углерод	C	12,00
Кальций	Ca	40,08	Фосфор	F	31,02
Кислород	O	16,000	Хлор	Cl	35,457

Эффективные диаметры атомов и молекул (нм)

Азот (N ₂)	0,31	Гелий (He)	0,19
Аргон (Ar)	0,29	Кислород (O ₂)	0,29
Водород (H ₂)	0,23	Углекислый газ (CO ₂)	0,33
Водяной пар (H ₂ O)	0,26		

Постоянные Ван-дер-Ваальса и критические параметры:

Вещество	a , Па·м ⁶ /моль ²	b , 10 ⁻⁵ м ³ /моль	T _к , К	p _к , МПа
Азот	0,136	4	126	3,4
Аргон	0,132	3	151	4,87
Вода	0,554	3	647	22,0
Водород	0,024	2,6	33	1,3
Гелий	0,034	2,3	5,2	0,23
Кислород	0,137	3	154	5,07
Углекислый газ	0,364	4,3	304	7,4

Упругость паров воды, насыщающих пространство
при разных температурах.

t°С	-5	0	5	10	20	30	50	80	90	100
p, мм рт.ст.	3,01	4,58	6,54	9,21	17,5	31,8	92,5	355	526	760

Коэффициенты поверхностного натяжения и плотности некоторых жидкостей при 20°С:

Вещество	Поверхностное натяжение, Н/м	Плотность, кг/м ³
Бензол	0,03	880
Вода	0,073	1000
Глицерин	0,064	1200
Керосин	0,03	800
Мыльный раствор	0,045	1000
Ртуть	0,5	13600
Спирт	0,02	790

Плотность воды при различных температурах.

Температура, °С	20	30	40	50	60	70	80
Плотность, кг/м ³ .	998	996	992	988	983	978	972

Удельная теплоемкость некоторых жидкостей при 20°С,
Дж/(кг.К)

Бензол	Вода	Глицерин	Касторовое масло	Керосин	Ртуть	Спирт
1720	4190	2430	1800	2140	138	2510

Теплота парообразования при точке кипения (10⁵ Дж/кг)

Вода	Спирт	Ртуть	Эфир
22,6	8,5	3,0	3,5

Упругие постоянные. Предел прочности.

Вещество	Модуль Юнга, ГПа.	Модуль сдвига, ГПа.	Предел прочности на разрыв, ГПа.
Алюминий	70	26	0,19
Медь	130	40	0,30
Свинец	16	5,6	0,015
Сталь(железо)	200	81	0,60
Стекло	60	30	0,05

Свойства некоторых твердых тел.

Вещество	Плотность, 10^3 кг/м ³	Температура плавления, °С	Удельная теплоемкость, Дж/(кг·К)	Удельная теплота плавл. кДж/кг	Коэфф.линейного расшир. 10^{-5} К ⁻¹ .
Алюминий	2,6	659	896	322	2,3
Железо	7,9	1530	500	272	1,2
Латунь	8,4	900	386	-	1,9
Лед	0,9	0	2100	335	--
Медь	8,6	1100	395	176	1,6
Олово	7,2	232	230	58,6	2,7
Платина	21,4	1770	117	113	0,89
Пробка	0,2	--	2050	-	--
Свинец	11,3	327	126	22,6	2,9
Серебро	10,5	960	234	88	1,9
Сталь	7,7	1300	460	-	1,06
Цинк	7,0	420	391	117	2,9

Ответы.

1.1. 31л **1.4.** 1) 3,5см; 77см. **1.5.** 1400К. **1.6.** 20м. **1.7.** $T_1=300$ К. **1.8.** 1,95 кг/м³. **1.9.** $1,48 \cdot 10^{-3}$ кг. **1.10.** 30 г. **1.11.** 32,3 кН. **1.12.** 482 Н. **1.13.** 2,66 кПа. **1.14.** $1,43 \cdot 10^2$ Па. **1.15.** $2,72 \cdot 10^{-2}$ кг. **1.16.** 37. **1.17.** $29 \cdot 10^{-3}$ кг/моль, 1,2 кг/м³, 21 кПа, 79 кПа. **1.18.** 0,48кг/м³ **1.19.** 0,116кг. **1.20.** $p=(p_1V_1+p_2V_2+p_3V_3)/(V_1+V_2+V_3)=2 \cdot 10^5$ Па. **1.21.** $V/m=1/\rho=1,43$ м³/кг.

2.1. а) $1,67 \cdot 10^{-27}$ кг, б) $6,65 \cdot 10^{-27}$ кг. **2.2.** $3,3 \cdot 10^{19}$ м³. **2.3.** 0,1 моль, 3,2 г, $2,68 \cdot 10^{25}$ м⁻³. **2.4.** 4,14 кПа. **2.5.** $3,3 \cdot 10^{-26}$ кг. **2.6.** $1,24 \cdot 10^{-20}$ Дж, $2,48 \cdot 10^{-20}$ Дж, 14,9 МДж. **2.7.** $8,28 \cdot 10^{-21}$ Дж, $13,8 \cdot 10^{-21}$ Дж, $16,6 \cdot 10^{-21}$ Дж. **2.8.** 24 кДж. **2.9.** $3,94 \cdot 10^{-21}$ Дж, 296 Дж. **2.10.** $6,9 \cdot 10^{-21}$ Дж, $20,7 \cdot 10^{-21}$ Дж, $13,8 \cdot 10^{-21}$ Дж, $34,5 \cdot 10^{-21}$ Дж. **2.11.** 2 км/с. **2.12.** $2,3 \cdot 10^{25}$ м⁻³. **2.13.** 44 %. **2.14.** 230 м/с, $1,9 \cdot 10^{23}$, 5 кг/м³. **2.15.** 4,6мм/с. **2.16.** а) не изменится, б) увеличится в 1,41 раз. **2.17.** $1,44 \cdot 10^7$. **2.18.** 500 кПа; 0,26 кг/м³. **2.19.** 390, 440, 478 м/с. **2.20.** Гелий: 2,73км/с и $2,48 \cdot 10^{-20}$ Дж; аргон: 864 м/с и $2,48 \cdot 10^{-20}$ Дж. **2.21.** 9,8кПа.

3.1. 645 м/с, 1290 м/с. **3.2.** 84 К. **3.3.** 579, 628, 513 м/с. **3.4.** 2,8 % **3.5.** 4,4%, 3%. **3.6.** 0,06%. **3.7.** 1,3. **3.8.** а) $5,4 \cdot 10^{16}$; $7,5 \cdot 10^{-8}$ %; б) $2,9 \cdot 10^{16}$, $4 \cdot 10^{-8}$ %. **3.9.** 5530 м. **3.10.** 5,5 км. **3.11.** 1км. **3.12.** 1,18 кПа. **3.13.** $N_A=3 \ln(n_0/n)RT/\{(\rho-\rho_0)4\pi r^3 g \Delta h \approx 6 \cdot 10^{23}$ моль⁻¹. **3.14.** $m=[1-\exp(-\mu gh/RT)]\rho_0 S/g$. **3.15.** $3 \cdot 10^5$ Па. **3.16.** 340 К. **3.17.** $p=p_0(1-ah)^{\mu g/a RT_0}$.

4.1. 850 мкм. **4.2.** 5,6 км. **4.3.** $2,47 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. **4.4.** $4,9 \cdot 10^5 \text{ с}^{-1}$. **4.5.** 14,2 см.
4.6. $9,6 \cdot 10^9 \text{ с}^{-1}$. **4.7.** 23 нм. **9.8.** а) 931 мПа, б) 93,1 мПа, в) 9,31 мПа.
4.9. $\rho \leq 9,4 \cdot 10^{-7} \text{ кг/м}^3$. **4.10.** $8,4 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. **4.11.** 2 мг. **4.12.** 39,9 кПа. **4.13.**
 17,8 мкПа.с. **4.14.** $n = N_A \eta / (\mu D) = 1,8 \cdot 10^{25} \text{ м}^{-3}$. **4.15.** 45 мН/м². **4.16.** $3 \cdot 10^{-10}$
 м. **4.17.** 90 мВт/(м.К). **4.18.** $D = \kappa V N_A / (c_v \cdot N) = 2 \cdot 10^{-5} \text{ м}^2/\text{с}$. **4.19.** а) 0,71; б)
 1,11; в) 0,85. **9.20.** 23,9 кДж.

5.1. а) 650 Дж/(кг.К), б) 910 Дж/(кг.К). **5.2.** 0,002 кг/моль. **5.3.**
 4,15 кДж. **5.4.** 8,1 кДж, 20,2 кДж, 28,3 кДж. **5.5.** 1 кДж. **5.6.** $i=3$, $C_p=20$
 Дж/(моль.К), $Q=11$ кДж, $A=-3,8$ кДж. **5.7.** 8,3 л. **5.8.** 3,32 МДж, 2,49 МДж,
 0,83 МДж. **5.9.** $Q=10,4$ Дж, $\Delta h=2,8$ см. **5.10.** 2,5 кДж. **5.11.** $A=Q=70$ Дж.
5.12. $V_2/V_1 = \exp[Q/(vRT)] = 2,23$. **5.13.** 0,002 кг/моль. **5.14.** а) $Q=1,55$ кДж,
 $A=0,92$ кДж, $\Delta U=0,63$ кДж; б) $Q=1,88$ кДж, $A=1,25$ кДж, $\Delta U=0,63$ кДж.
5.15. 75 Дж. **5.16.** 95 кПа. **5.17.** 865 К. **5.18.** $\gamma = \lg(p_1/p_2) /$
 $\lg(p_1/p_3) = 0,3/0,21 \approx 1,4$. **5.19.** 454 К. **5.20.** а) $T_2=T_1=313$ К, $p_2=0,2$ МПа, $A=-$
 $1,8$ кДж; б) $T_2=413$ К, $p_2=0,26$ МПа, $A=-2,08$ кДж. **5.21.** Одноатомный газ
 нагреется больше в 1,2 раза. **5.22.** 1,16; $\approx -3,75$ МДж. **5.23.** 1) $n=-1$; 2)
 $C=R(\gamma+1)/[2(\gamma-1)]$; 3) $\Delta U=2np_1V_1/(\gamma-1)$; 4) $A'=12 p_1V_1$. **5.24.** 1,67. **5.25.**
 $1,15 \cdot 10^7$ Па; ≈ 330 К.

6.1. 0,193. **6.2.** В два раза. **6.3.** 20%, 1,26 кДж. **6.4.** 95 л. **6.5.** -180 Дж.
6.6. 1) $\eta=0,093$; 2) $Q_2=360$ кДж; 3) $Q_1=397$ кДж; 4) $\eta_2=Q_2/A \approx 9,7$.
6.7. 15%. **6.8.** 1) 76 кДж; 2) 72 кДж; 3) 4 кДж; 4) 5,2%.
6.9. $\eta = [\ln(p_2/p_1) - (1 - (p_1/p_2))] / \{\ln(p_2/p_1) - (1 - (p_1/p_2)) / (\gamma - 1)\} = 9\%$.
6.10. а) $\eta = 1 - (p_{\min}/p_{\max})^{(\gamma-1)/\gamma}$; б) $\eta = 1 - (V_1/V_2)^{2/3}$. **6.11.** а) 1120 кВт; б) 653
 кВт. **6.12.** 0,207 кг. **6.13.** $1 - 1/n^{\gamma-1}$. **6.14.** 45%. **6.15.** $1 - \frac{k^\gamma - 1}{\gamma n^{\gamma-1}(k-1)}$. **6.16.**

$\Delta S = (m/\mu) (C_p - C_v) (\ln n) = (m/\mu) R (\ln n) = 457$ Дж/К. **6.17.** 290 Дж/К. **6.18.**
 $10^{10^{20}}$ **6.19.** а) 1,76 Дж/К; б) 2,46 Дж/К. **6.20.** При постоянном давлении.
6.21. 2,14 $\cdot 10^3$ Дж/К. **6.22.** 89 л. **6.23.** 770 Дж/К. **6.24.** 1230 Дж/К. **6.25.**
 $\ln(W_1/W_2) = 4,2 \cdot 10^{23}$; $p_1/p_2 = 2$. **6.26.** 88,7 Дж/К. **6.27.** 6,21 К.

7.1. 5,2 МПа. **7.2.** а) 482 К; б) 204 К. **7.3.** $T_2/T_1 = (2p+p_i)/(p+p_i) = 1,85$,
 где $p_i = a v^2/V^2$. Если бы газ подчинялся уравнению Менделеева-
 Клапейрона, то было бы $T_2/T_1 = 2$. **7.4.** 301 К, 307 К. **7.5.** 2,5 МПа; 0,18
 МПа; 0,25 л. **7.6.** а) $2,97 \cdot 10^{-10}$ м, б) $(3b/(2\pi N_A))^{1/3} = 3,13 \cdot 10^{-10}$ м. **7.7.** $a = V^2$
 $(T_{p2} - T_{p1}) / (T_2 - T_1) = 0,19$ Па.м⁶/моль². **7.8.** 4,95%; 0,86%. **7.9.**

$A = \int_{V_1}^{V_2} p_i dV = -(am^2/\mu^2) / (1/V_2 - 1/V_1) = 1,7$ Дж. **7.10.** $a = AV_1 V_2 / v^2 (V_2 -$
 $V_1) = 0,136$ Па.м⁶/моль². **7.11.** 1,31 кПа. **7.12.**

$\rho = \mu / V_m = \mu / 3b = \mu 8\rho_k / (3T_k R) = 25 \text{ кг/м}^3$. **7.13.** $m = \mu V / 3b = 6 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. **7.14.** $2,4 \cdot 10^{10} \text{ м}$. **7.15.** $\Delta T \approx 0,65 \text{ К}$. **7.16.** -59 К . **7.17.** а) $0,21 \text{ К}$, б) 0 К , в) $-0,2 \text{ К}$.

8.1. $0,16 \text{ мДж}$. **8.2.** 1) $1,2 \text{ мм}$, 2) 5 см . **8.3.** $72,2 \text{ мН}$. **8.4.** За 17 мин . **8.5.** $0,64 \text{ Н/м}$. **8.6.** $1,48 \text{ мм}$. **8.7.** 64 мкДж . **8.8.** $3,2 \text{ Па}$, $2,8 \cdot 10^{-3} \text{ Дж}$. **8.9.** $\Delta E = \sigma \Delta S = \sigma 4\pi R^2 (R/r - 1) \approx 3,5 \text{ мДж}$. **8.10.** $0,062 \text{ Н/м}$. **8.11.** а) $1,5 \text{ мм}$, б) $8,8 \text{ мм}$. **8.12.** 3 см . **8.13.** 800 кг/м^3 . **8.14.** 5 см . **8.15.** $4,9 \text{ м}$. **8.16.** В $4,4 \text{ раза}$. **8.17.** $1,65 \cdot 10^{-4} \text{ К}$. **8.18.** $h = 4\sigma / (\rho g (d_2 - d_1)) = 6 \text{ см}$. **8.19.** $F = 2\sigma^2 / (\rho g d^2) = 13 \text{ Н}$. **8.20.** Нет. **8.21.** $1,28 \text{ кг/м}^3$. **8.22.** $\sigma = M g \rho d^2 / (2m) = 0,5 \text{ Н/м}$. **8.23.** $0,73 \cdot 10^{-2} \text{ Н/м}$. **8.24.** $5 \cdot 10^{22}$. **8.25.** На 82 К . **8.26.** $6,28 \cdot 10^5 \text{ Па}$. **8.27.** $C_1 = \rho_1 / \mu_1 = n / N_A = p / (RT)$; $C_1 = \rho_1 / \mu_1$; $C_2 / C_1 = 1000$. **8.28.** 32% . **8.29.** $2 \cdot 10^{-3} \text{ кг}$. **8.30.** (15 г).

9.1. $15,8 \text{ кДж/К}$. **9.2.** $\mu = 3Rm\Delta t / Q = 0,107 \text{ кг/моль}$, серебро. **9.3.** $Q_\tau = 8,38 \text{ Дж/с}$, $m = Q_\tau \tau / c$. **9.4.** $15,2 \text{ кг}$. **9.5.** $4 \cdot 10^{-3} \text{ м}$.

Литература .

1. Балаш В.А. Сборник задач по курсу общей физики. - М.: Просвещение, 1978.
2. Волькенштейн В.С. Сборник задач по физике. - М.: Наука, 1985.
3. Горбунова О.И., Зайцева А.М., Красников С.Н. Задачник-практикум по общей физике. Молекулярная физика. - М.: Просвещение, 1978.
4. Громов С.В. Физика: Молекулярная физика. Квантовая физика. - М.: Просвещение, 1999.
4. Иродов И.Е. Задачник по общей физике. - М.: Наука, 1988.
5. Новодворская Е.М., Дмитриев Э.М. Методика проведения упражнений по физике во вузе. - М.: Высшая школа, 1981.
6. Савельев И.В. Сборник вопросов и задач по общей физике. - М.: Наука, 1982.
7. Сахаров Д.И. Сборник задач по физике. - М.: Просвещение, 1973.
8. Чертов А.Г., Воробьев А.А. Задачник по физике. - М.: Высшая школа, 1981.
9. Цедрик М.С. (ред.) - Сборник задач по курсу общей физики. - М.: Просвещение, 1989.

Оглавление.

Введение	3
1. Законы идеальных газов	4
2. Молекулярно-кинетическая теория газов	9
3. Закон распределения скоростей Максвелла. Барометри- ческая формула.	13
4. Первое начало термодинамики	17
5. Второе начало термодинамики	22
6. Реальные газы.	29
7. Жидкости. Поверхностное натяжение. Растворы.	32
8. Тепловые свойства твердых тел	37
9. Средняя длина свободного пробега. Явления переноса в газах.	39
Приложения.	45
Ответы	49
Литература.	50

Сабилова Файруза Мусовна
 Задачник-практикум по курсу общей физики.
Молекулярная физика. Термодинамика.

*Учебно-методическое пособие для студентов физико-математического
 факультета педвуза и школьных учителей физики.*

Технический редактор Сабилова Ф.М.

Договор № . Сдано в печать 20.02.2004 г. Формат 84х108/82. Объем 3,5
 п.л. Тираж 300 экз. Отпечатано 3.02.2004 г. Типография ЕГПУ.
 Издательство ЕГПИ. 423630, г.Елабуга, ул.Казанская, 89