

Труды Математического центра имени Н.И.Лобачевского



Н. И. Лобачевский

Том 65

Министерство науки и высшего образования РФ
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского
Региональный научно-образовательный математический центр ПФО

Всероссийская школа-конференция ”Лобачевские чтения”

Сборник трудов

(Казань, 28 ноября – 1 декабря 2022 г.)



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2022

**Институт математики и механики им.
Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжского)
федерального университета
Региональный научно-образовательный
математический центр Приволжского
федерального округа
ул. Кремлевская, 35, Казань
Республика Татарстан, Российская Феде-
рация, 420008**

**Lobachevsky Institute of Mathematics
and Mechanics of Kazan (Volga region)
Federal University
Regional Scientific and Educational
Mathematical Center of the Volga
Federal District
35, Kremlevskaya str., Kazan, Republic of
Tatarstan, Russian Federation, 420008**

**Издание осуществлено в рамках реализации программы развития Научно-образовательного
математического центра Приволжского федерального округа, соглашение № 075-02-2022-
882**

**УДК 510:512:514:517
ББК 22.1**

Редакционная коллегия: А.Н. Абызов, А.А. Попов, И.Р. Каюмов, С.Р. Насыров, Ю.Р., Е.А. Турилова,
Агачев, А.А. Агафонов, О.А. Саченков, Поташев К.А., Д.В. Бережной, Л.Р. Шакирова

**Труды Математического центра имени Н.И. Лобачевского. Т.65 // *Материалы
Всероссийская школа-конференция "Лобачевские чтения"* – Казань: Изд-во
КФУ, 2022. – Т.65. – 95 с.**

Сборник содержит материалы Всероссийская школа-конференция "Лобачевские чтения", организо-
ванной на базе Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского Казанского (Приволжско-
го) федерального университета. Школа-конференция проведена в Казани с 28 ноября по 1 декабря
2022 года.

Материалы предназначены для научных сотрудников, преподавателей, аспирантов, маги-
странтов и студентов старших курсов, специализирующихся в различных областях математики и
ее приложений.

**УДК 510:512:514:517
ББК 22.1**

- © Региональный научно-образовательный математический центр при КФУ, 2022
- © Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского, 2022
- © Казанский (Приволжский) федеральный университет, 2022

СОДЕРЖАНИЕ

<i>А.Н. Абызов, Б.Т. Дат.</i> Существенно инъективные модули	6
<i>А.Н. Абызов, А.Д. Маклаков.</i> Конечные топологии и их приложения в линейной алгебре.	7
<i>А.В. Аминова, М.Х. Люлинский.</i> Замечание об суперпространствах де'Ситтера и анти-де'Ситтера.	10
<i>А.В. Аминова, Д.Р. Хакимов.</i> Об алгебрах Ли проективных и аффинных движений h -пространств специального типа	11
<i>О. Асман, А.А. Попов.</i> Самодействие электромагнитного заряда в кротовой норе с бесконечно короткой горловиной	12
<i>Л.А. Бикбаева.</i> Об организации онлайн-тестирования на уроках математики в высшей школе	15
<i>Р.Ч. Бобоназаров.</i> Метод разности условных вероятностей как альтернатива логистической регрессии для one-hot закодированных данных с дисбалансом классов.	16
<i>Н.В. Вавилова, Е.Р. Садыкова.</i> Диагностика эффективности обучения математике учащихся-интровертов с использованием групповых технологий взаимодействия.	19
<i>П.С. Вансков, А.Д. Иванова.</i> Моделирование тонуса мышцы на основе системы управления с обратной связью	22
<i>Р.Р. Газизов.</i> О максимальной и минимальной площадях ожерелья	24
<i>О.Р. Галлямова.</i> Космологические решения в $f(R)$ гравитации с дополнительными измерениями	26
<i>В.А. Глазатов.</i> Купмановское представление гамильтоновых потоков на бесконечномерных пространствах.	30
<i>И.И. Загиров, Д.А. Гусев, Р.Н. Сайфуллин, Ю.А. Абдуллин.</i> Прочностной расчет датчика пролета семян	32
<i>И.И. Загиров, Д.А. Гусев, Р.Н. Сайфуллин, Т.Ш. Биктимиров.</i> Исследование рабочего процесса очистки зерноуборочного комбайна	34
<i>В.А. Ишкаева, С.В. Сушков.</i> Тень кротовой норы Эллиса–Бронникова и силуэт ее горловины.. . . .	36
<i>М.М. Кокурин.</i> Разностные методы решения некорректных задач Коши с почти секториальными операторами в банаховом пространстве	37
<i>М.А. Ксенофонтов, С.В. Маклецов.</i> Формирование архитектуры нейронной сети для генерации характеристик астероидов	39
<i>А.Ф. Кужаев.</i> Представление функций из весовых подпространств рядами экспоненциальных мономов с почти вещественными показателями.	43
<i>Д.С. Лисенков, А.А. Попов.</i> Поляризация вакуума квантованного скалярного поля при ненулевой температуре на фоне кротовой норы с бесконечно короткой горловиной	46
<i>Д.А. Насырова.</i> Колебания столба жидкости в открытой скважине.	50

<i>В.А. Павленко.</i> Построение решений аналогов временных уравнений Шредингера, соответствующей гамильтоновой системе H^{2+2+1} Кимуры	51
<i>В.В. Прунов, Е.В. Семенова, П.В. Большаков.</i> Автоматизация методов дефектоскопии по данным компьютерной томографии	55
<i>Р.Р. Рахматулин, О.В. Герасимов.</i> Оценка эффективных свойств материалов на основе метода конечных элементов	58
<i>А.Е. Салимова.</i> Рост субгармонических функций.	60
<i>А.Э. Сатторов, Ф.А. Сатторов.</i> К вопросу использования ИКТ при обучении геометрии	62
<i>А.Э. Сатторов, А.Ш. Исмоилов.</i> Вопросы арифметики в трудах средневековых персидско-таджикских ученых.	64
<i>Д.С. Сафаров, С.К. Миратов, С.С. Курбоназаров.</i> Точное решение одной нелинейной эллиптической системы уравнений третьего порядка на плоскости . .	68
<i>К.О. Спиридонова, Н.В. Харин.</i> Программное управление манипулятором с тремя степенями свободы	70
<i>Ф.М. Шамсудинов, И.О. Бобоназаров.</i> Об одной переопределенной системе дифференциальных уравнений второго порядка с одной внутренней сингулярной линией	72
<i>Ф.М. Шамсудинов, Р.С. Валиев.</i> Интегральные представления решений для одной переопределённой системы дифференциальных уравнений второго порядка с двумя внутренними сингулярными линиями	75
<i>К. Р. Шарафутдинова, А. И. Ахметзянова, О.В. Герасимов.</i> Оценка влияния тяжести травмы спинного мозга на механические свойства костей задних конечностей	78
<i>А.Д. Ширяева.</i> Нелинейное уравнение Шрёдингера с отклонением по пространственному и временному аргументам	80
<i>Р.Р. Фаизов.</i> Задача Римана в полуплоскости для обобщённой системы Коши-Римана с сингулярными коэффициентами	83
<i>Р.А. Фатыхова.</i> Цифровая обработка сигналов в оптической системе с модулирующим растром	86
<i>Э.Н. Хасанова, Ю.С. Крусс.</i> Моделирование процесса построения конформных отображений полуплоскости на полигональные области со счетным множеством вершин.	90
<i>А.А. Яппаров, Е.Н. Дик, С.А. Арсланбекова.</i> Прикладной аспект математической теории и практики по направлению подготовки магистратуры	92

4. Алгебры Ли проективных движений пятимерных псевдоримановых пространств. IV. Структура проективных и аффинных алгебр Ли пятимерных жестких h -пространств /А. В. Аминова, Д. Р. Хакимов //, Алгебра, геометрия и комбинаторика, Итоги науки и техн. Сер. Современ. мат. и ее прил. Темат. обз., 215, ВИНТИ РАН, М., 2022, С. 18–31

ON LIE ALGEBRAS OF PROJECTIVE AND AFFINE MOTIONS OF h -SPACES OF SPECIAL TYPE

A.V. Aminova , D.R. Khakimov

This work is devoted to the problem of studying multidimensional pseudo-Riemannian manifolds of special type that admit Lie algebras of infinitesimal projective (in particular, affine) transformations, wider than Lie algebras of infinitesimal homotheties. Such manifolds have numerous geometric and physical applications.

Keywords: differential geometry, five-dimensional pseudo-Riemannian manifold, h -space of the type {221}, system of partial differential equations, nonhomothetical projective motion, Killing equation, projective Lie algebra.

УДК 531.01

САМОДЕЙСТВИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ЗАРЯДА В КРОВОЙ НОРЕ С БЕСКОНЕЧНО КОРОТКОЙ ГОРЛОВИНОЙ

О. Асман¹, А.А. Попов²

¹ *alsucuk@gmail.com*; Казанский (Приволжский) федеральный университет
² *aropov@kpfu.ru*; Казанский (Приволжский) федеральный университет

Вычислена сила самодействия электромагнитного заряда в пространстве-времени кротовой норе с бесконечно короткой горловиной. Предполагается, что заряд является источником электромагнитного поля, неминимально связанного с кривизной пространства-времени.

Ключевые слова: эффект самодействия; кротовая нора

Покоящаяся заряженная частица в искривленном пространстве-времени порождает поле, которое из-за кривизны пространства-времени и нелокальной структуры безмассового поля воздействует на саму частицу. Такая сила называется силой самодействия [1]. Электромагнитные и гравитационные силы самодействия важны при описании движения двух тел с экстремальным соотношением масс этих тел и при исследовании излучаемых ими гравитационных волн. В искривленных пространствах интенсивные исследования эффекта самодействия покоящегося заряда проводились на фоне черных дыр, пространств топологических дефектов и кротовых нор.

Целью настоящей работы является анализ эффекта самодействия для заряда в пространстве-времени кротовой норы с бесконечно короткой горловиной

$$ds^2 = -dt^2 + dr^2 + (|r| + a)^2 (d\theta^2 + \sin^2 \theta d\varphi^2), \quad (1)$$

где $-\infty < r < \infty$, $\theta \in [0, \pi]$, $\varphi \in [0, 2\pi)$, $a > 0$. Такая модель представляет собой два пространства-времени Минковского в каждом из которых вырезан шар радиуса a и склеенных по поверхности этих шаров. Как известно, такая модель хорошо

работает при описании эффектов на больших (по сравнению с длиной горловины) расстояниях от горловины кротовой норы.

Предполагается также, что заряд является источником электромагнитного поля, неминимально связанного с кривизной пространства-времени [7]

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \mathcal{L} = \frac{1}{16\pi} \int d^4x \sqrt{-g} \left(R - F_{mn}F^{mn} + \chi^{ikmn} F_{ik}F_{mn} \right), \quad (2)$$

где g - детерминант метрического тензора g_{ik} , R -скалярная кривизна пространства-времени, величина

$$\chi^{ikmn} \equiv \frac{q_1 R}{2} (g^{im}g^{kn} - g^{in}g^{km}) + \frac{q_2}{2} (R^{im}g^{kn} - R^{in}g^{km} + R^{kn}g^{im} - R^{km}g^{in}) + q_3 R^{ikmn} \quad (3)$$

называется тензором восприимчивости,

$$F_{ik} = \nabla_i A_k - \nabla_k A_i = \frac{\partial A_k}{\partial x^i} - \frac{\partial A_i}{\partial x^k}, \quad (4)$$

есть тензор электромагнитного поля, R^{in} - тензор Риччи, R^{ikmn} - тензор кривизны и q_1, q_2, q_3 произвольные параметры.

Вариация по потенциалу A_k действия (2) дает уравнения электромагнитного поля

$$\nabla_k H^{ik} = 0, \quad (5)$$

где H^{ik} - тензор индукции, определяемый выражением

$$H^{ik} \equiv F^{ik} - \chi^{ikmn} F_{mn}. \quad (6)$$

Если поле $A_i(x^k)$ создаётся зарядом e , то уравнения (5) преобразуются к виду

$$\nabla^k H_{ik} = -4\pi j_i = -4\pi e \int u_i(\tau) \delta^{(4)}(x^k, \tilde{x}^k(\tau)) \frac{d\tau}{\sqrt{-g}}, \quad (7)$$

где u^i - 4-скорость заряда и τ - его собственное время. Мировая линия заряда задается функциями $\tilde{x}^k(\tau)$. Для заряда в состоянии покоя $u^i(1, 0, 0, 0)$ и векторный потенциал A_i не зависит от времени, что позволяет использовать следующий анзац: $A_i = (A_t, 0, 0, 0)$.

Результат вычислений имеет вид

$$A_t^{ren}(r) = \frac{e}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{a^{2l+1} (a^2 - 2l(l+1)(4q_1 + q_2))}{(l+1)(a^2 - l(4q_1 + q_2))} (a+r)^{-2l-2}. \quad (8)$$

Потенциал самодействия и тетрадная составляющая (компонента) силы самодействия имеют вид

$$U^{self} = -\frac{e}{2} A_t^{ren}, \quad (9)$$

$$F^{(r)} = -\frac{\partial U^{self}}{\partial r} = -\frac{e^2}{2} \sum_{l=0}^{\infty} \frac{a^{2l+1} (a^2 - 2l(l+1)(4q_1 + q_2))}{(a^2 - l(4q_1 + q_2))} (a+r)^{-2l-3} \quad (10)$$

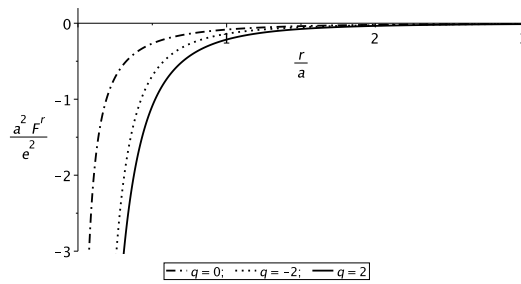


Рис. 1. График функции $F(r)$ для различных значений $q = \frac{4q_1 + q_2}{a^2}$.

В частном случае $4q_1 + q_2 = 0$ результат (10) совпадает с рассмотренным ранее в работе [8]

$$F(r) = -\frac{q^2 a^3}{2r_*^3(r^2 - a^2)}. \quad (11)$$

Литература

1. Poisson E., Pound A., and Vega I. *Living Rev. Rel.*, 2011, Vol. 14, pp. 1-190.
2. Oltean M., Epp R., Sopena C.F., Spallicci A., and Mann R. 2019, arXiv:1907.03012.
3. Zimmerman P. and Poisson E. *Phys.Rev. D*, 2014, Vol. 90, 084030.
4. Bini D. and Geralico A. *Phys. Rev. D*, 2019, Vol. 100, 104003.
5. Barack L. *Class. Quant. Grav.*, 2009, Vol. 26, 213001, arXiv:0908.1664.
6. Barack L. and Pound A. *Reports on Progress in Physics*, 2018, Vol. 82,016904 .
7. A.B. Balakin, J.P.S. *Class.Quant.Grav.*, 2005, Vol. 22, pp. 1867–11880.
8. Krasnikov S. *Class.Quant.Grav.*, 2008, Vol. 25, 245018.

SELF-ACTION OF ELECTROMAGNETIC CHARGE IN A WORMHOLE WITH AN INFINITELY SHORT THROAT

O. Asman, A.A. Popov

The self-force of the electromagnetic charge in the space-time of a wormhole with an infinitely short throat is calculated. It is assumed that the charge is a source of an electromagnetic field that is in non-minimal connection with the curvature of space-time.

Keywords: self-force; wormhole

**ТРУДЫ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦЕНТРА
ИМЕНИ Н.И. ЛОБАЧЕВСКОГО.**

Т.65

**ВСЕРОССИЙСКАЯ ШКОЛА-КОНФЕРЕНЦИЯ
”Лобачевские чтения 2022”**

**Материалы школы-конференции
(Казань, 28 ноября – 1 декабря 2022 г.)**

Разработка авторского LaTeX-стиля оформления - *А.А. Агафонов*
Техническая редакция, набор и верстка: *А.А. Агафонов, Д.Р. Хакимов,*
А.А. Попов