

Л.Р. СЕКАЕВА

О.Н. ТЮЛЕНЕВА

В.А. ХАЛЯМИНА

СБОРНИК

ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Часть 2

КАЗАНСКИЙ ФЕДЕРАЛЬНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Л.Р. СЕКАЕВА

О.Н. ТЮЛЕНЕВА

В.А. ХАЛЯМИНА

СБОРНИК ЗАДАЧ ПО МАТЕМАТИКЕ

Часть 2

Казань

2016

УДК 510(076.1)
ББК 22.1я73
С23

*Печатается по решению учебно-методической комиссии
ФГАОУ ВО «Казанский (Приволжский) федеральный университет»
Института математики и механики им. Н.И. Лобачевского
(протокол № 3 от 10 декабря 2015 г.);
заседания кафедры общей математики
(протокол № 3 от 24 ноября 2015 г.)*

Авторы:

кандидат физико-математических наук, доцент **Л.Р. Секаева**;
кандидат физико-математических наук, доцент **О.Н. Тюленева**;
старший преподаватель **В.А. Халямина**

Научный редактор, рецензент

доктор физико-математических наук, доцент **Е.А. Широкова**

Рецензент

доктор физико-математических наук, профессор **Н.Г. Гурьянов**

С 23 **Сборник задач по математике.** / Л.Р. Секаева, О.Н. Тюленева,
В.А. Халямина. – Казань: Изд-во Казан. ун-та, 2016. – Ч.2. – 114 с.

Сборник задач предназначен для проведения практических занятий по математике со студентами I и II курсов естественных специальностей. Он может быть использован также в процессе обучения студентов математике студентов гуманитарного направления.

УДК 510(076.1)
ББК 22.1я73

© Секаева Л.Р., Тюленева О.Н., Халямина В.А., 2016
© Издательство Казанского университета, 2016

СОДЕРЖАНИЕ

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ	5
1. Неопределенный интеграл	5
<i>Непосредственное интегрирование</i>	5
<i>Замена переменной</i>	6
<i>Интегрирование по частям</i>	12
<i>Интегрирование дробно-рациональных функций</i>	14
<i>Интегрирование тригонометрических функций</i>	15
<i>Интегрирование некоторых иррациональных и трансцендентных функций</i>	18
<i>Разные функции</i>	19
2. Определенный интеграл и его приложения	21
<i>Вычисление определенного интеграла</i>	21
<i>Площадь криволинейной фигуры</i>	23
<i>Объем тела вращения</i>	25
<i>Длина дуги плоской кривой</i>	26
<i>Приближенное вычисление определенного интеграла</i>	27
3. Несобственные интегралы	28
<i>Интегралы с бесконечными пределами</i>	28
<i>Интегралы от функций с бесконечными разрывами</i>	28
РЯДЫ	30
1. Числовые ряды	30
<i>Ряды с положительными членами</i>	31
<i>Знакопеременные ряды</i>	35
2. Функциональные ряды	37
<i>Степенные ряды</i>	38

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ	42
1. Основные свойства.....	42
2. Дифференцирование функций нескольких переменных.	46
<i>Производные и дифференциалы первого порядка</i>	46
<i>Производные и дифференциалы старших порядков</i>	49
<i>Производная по направлению и градиент функции</i>	50
<i>Экстремумы функции нескольких переменных</i>	52
<i>Метод наименьших квадратов</i>	54
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ.....	56
1. Дифференциальные уравнения первого порядка	56
<i>Уравнения с разделяющимися переменными</i>	56
<i>Однородные уравнения и приводящиеся к ним</i>	58
<i>Линейные уравнения</i>	59
<i>Уравнения Бернулли</i>	60
<i>Уравнения в полных дифференциалах</i>	61
2. Дифференциальные уравнения второго порядка.....	63
<i>Некоторые дифференциальные уравнения, допускающие</i> <i>понижение порядка</i>	63
<i>Линейные однородные уравнения с постоянными</i> <i>коэффициентами</i>	63
<i>Линейные неоднородные уравнения с постоянными</i> <i>коэффициентами</i>	64
3. Дифференциальные уравнения высших порядков	66
4. Системы линейных дифференциальных уравнений	67
ОТВЕТЫ.....	68

ИНТЕГРАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

1. Неопределенный интеграл

Непосредственное интегрирование

Найти интегралы, используя основные свойства и таблицу простейших интегралов:

1. $\int (x^2 + 3x^3 + x + 1) dx.$

2. $\int \left(\frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^3} \right) dx.$

3. $\int \left(x^4 + \sqrt[5]{x} + 3\sqrt{x} + \frac{1}{x^2} \right) dx.$

4. $\int \left(\frac{1}{\sqrt{x}} - \frac{1}{\sqrt[4]{x^3}} \right) dx.$

5. $\int (2^x + 3^x) dx.$

6. $\int \left(\frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} \right) dx.$

7. $\int (\sin x + 5 \cos x) dx.$

8. $\int \frac{dx}{x^2 - 16}.$

9. $\int \frac{dx}{x^2 + 4}.$

10. $\int \frac{dx}{\sqrt{7-x^2}}.$

11. $\int \frac{dx}{\sqrt{6+x^2}}.$

12. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2 - 3}}.$

13. $\int \frac{dx}{x^2 - 5}.$

14. $\int \frac{dx}{x^2 + 3}.$

15. $\int \frac{dx}{2-x^2}.$

16. $\int \left(\frac{5}{\sin^2 x} - \frac{1}{3 \cos^2 x} \right) dx.$

17. $\int \frac{5x^8 + 1}{x^4} dx.$

18. $\int \frac{x-1}{\sqrt[5]{x^4}} dx.$

$$19. \int \frac{(\sqrt{x}-1)^3}{x} dx.$$

$$20. \int 4^x \left(3 + \frac{4^{-x}}{\sqrt{x^3}} \right) dx.$$

$$21. \int e^x \left(2 - \frac{e^{-x}}{x^3} \right) dx.$$

$$22. \int e^x \left(1 + \frac{e^{-x}}{\cos^2 x} \right) dx.$$

$$23. \int \frac{\cos 2x}{\cos^2 x \cdot \sin^2 x} dx.$$

$$24. \int \frac{dx}{\sin^2 x \cdot \cos^2 x}.$$

$$25. \int \frac{3\operatorname{tg}^2 x + 4}{\sin^2 x} dx.$$

$$26. \int \frac{3 - 2\operatorname{ctg}^2 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$27. \int \frac{1 - \sin^3 x}{\sin^2 x} dx.$$

$$28. \int \operatorname{tg}^2 x dx.$$

$$29. \int \operatorname{ctg}^2 x dx.$$

$$30. \int \frac{\sqrt{1+x^2} - \sqrt{1-x^2}}{\sqrt{1-x^4}} dx.$$

$$31. \int 2 \sin^2 \frac{x}{2} dx.$$

Замена переменной

$$32. \int \cos 5x dx.$$

$$33. \int \sin 7x dx.$$

$$34. \int \cos \frac{x}{4} dx.$$

$$35. \int e^{-x} dx.$$

$$36. \int \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}} \right) dx.$$

$$37. \int \frac{dx}{\cos^2 3x}.$$

$$38. \int \frac{dx}{\sin^2 \frac{x}{2}}.$$

$$39. \int \frac{dx}{\sqrt{16x^2 - 3}}.$$

$$40. \int \frac{dx}{4x^2 + 5}.$$

$$41. \int \frac{dx}{\sqrt{25 - 4x^2}}.$$

$$42. \int \frac{dx}{\sqrt{3 + 2x^2}}.$$

$$43. \int \frac{dx}{9x^2 - 1}.$$

$$44. \int \frac{dx}{\sqrt{5 - 3x^2}}.$$

$$45. \int \frac{dx}{3 - 5x^2}.$$

$$46. \int \frac{dx}{\sqrt{9x^2 - 5}}.$$

$$47. \int (2 + 5x)^9 dx.$$

$$48. \int \frac{dx}{\sqrt{2 - 3x}}.$$

$$49. \int \sqrt{2x - 5} dx.$$

$$50. \int \frac{dx}{(5x + 3)^4}.$$

$$51. \int \sin(2x - 3) dx.$$

$$52. \int \cos\left(\frac{\pi}{6} + 7x\right) dx.$$

$$53. \int \frac{dx}{\cos^2\left(10x - \frac{\pi}{4}\right)}.$$

$$54. \int \sqrt[3]{3 - 7x} dx.$$

$$55. \int \frac{dx}{5x + 2}.$$

$$56. \int \frac{dx}{2 - 3x}.$$

$$57. \int \sqrt[5]{(8 - 3x)^6} dx.$$

$$58. \int \frac{xdx}{x^2 + 3}.$$

$$59. \int \operatorname{ctg} x dx.$$

$$60. \int \operatorname{tg} x dx.$$

$$61. \int \frac{\sin x dx}{1 + 3\cos x}.$$

$$62. \int \frac{dx}{x(1 + \ln x)^5}.$$

$$63. \int \frac{\cos 3x dx}{3 + \sin 3x}.$$

64. $\int \frac{\cos 2x}{\sin x \cos x} dx.$
65. $\int \sin^2 x \cos x dx.$
66. $\int \cos^3 x \sin x dx.$
67. $\int e^{\cos x} \sin x dx.$
68. $\int e^{-x^3} x^2 dx.$
69. $\int \frac{e^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}.$
70. $\int \frac{\cos x}{\sin^3 x} dx.$
71. $\int e^{\sin x} \cos x dx.$
72. $\int \frac{e^{\operatorname{tg} x} dx}{\cos^2 x}.$
73. $\int \frac{2^{\sqrt{x}} dx}{\sqrt{x}}.$
74. $\int \frac{3^x dx}{x^2}.$
75. $\int \frac{\sin x}{\cos^5 x} dx.$
76. $\int \frac{\sqrt[3]{2 + \ln x}}{x} dx.$
77. $\int \sqrt{3 + \cos 5x} \sin 5x dx.$
78. $\int \frac{\cos 3x}{\sqrt[7]{3 + 5 \sin 3x}} dx.$
79. $\int \frac{e^{4x}}{5 + 2e^{4x}} dx.$
80. $\int \frac{\operatorname{arctg}^2 x}{1 + x^2} dx.$
81. $\int \frac{\sqrt[3]{\operatorname{arcsin} x}}{\sqrt{1 - x^2}} dx.$
82. $\int \frac{xdx}{\sqrt{2 - x^4}}.$
83. $\int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^8 - 3}}.$
84. $\int \frac{e^x dx}{\sqrt{5 - e^{2x}}}$
85. $\int \frac{\sin 2x dx}{5 - \cos^2 2x}.$
86. $\int \frac{2x - 3}{x^2 - 4} dx.$
87. $\int \frac{x + 1}{\sqrt{x^2 + 1}} dx.$

$$88. \int \frac{x+1}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$89. \int \frac{3x+5}{\sqrt{4x+1}} dx.$$

$$90. \int \frac{5x-6}{\sqrt{1-3x}} dx.$$

$$91. \int \frac{2-4x}{\sqrt{7x-1}} dx.$$

$$92. \int \frac{e^{\operatorname{arctg} x}}{1+x^2} dx.$$

$$93. \int \frac{\sin \frac{1}{x^2}}{x^3} dx.$$

$$94. \int \frac{5e^x dx}{\sqrt{e^{2x}-4}}.$$

$$95. \int \frac{\cos 5x dx}{\sqrt{3\cos^2 5x-2}}.$$

$$96. \int \frac{\sin \frac{x}{3} dx}{4\cos^2 \frac{x}{3} + 9}.$$

$$97. \int \frac{x^4 dx}{\sqrt{4-x^{10}}}.$$

$$98. \int \frac{x^6 dx}{x^{14} + 5}.$$

$$99. \int \frac{e^{-x} dx}{e^{-2x} + 2}.$$

$$100. \int \frac{dx}{x\sqrt{3-\ln^2 x}}.$$

$$101. \int \frac{2x - \sqrt{\arcsin x}}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$102. \int \frac{\arccos x - x}{\sqrt{1-x^2}} dx.$$

$$103. \int \frac{x - \operatorname{arctg} x}{1+x^2} dx.$$

$$104. \int \frac{\sin 2x}{\sqrt{1+\cos^2 x}} dx.$$

Найти интегралы, используя прием «выделения полного квадрата»:

$$105. \int \frac{dx}{x^2 + 4x + 5}.$$

$$106. \int \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2x + 3}}.$$

$$107. \int \frac{dx}{\sqrt{4x - x^2}}.$$

$$108. \int \frac{dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

$$109. \int \frac{dx}{\sqrt{2 + 3x - 2x^2}}.$$

$$110. \int \frac{dx}{3x^2 - 2x - 1}.$$

$$111. \int \frac{3x + 1}{x^2 - 2x + 5} dx.$$

$$112. \int \frac{5x - 1}{x^2 + 3x + 3} dx.$$

$$113. \int \frac{(1 + x) dx}{x^2 + x - 1}.$$

$$114. \int \frac{2 - x}{x^2 + 4x + 29} dx.$$

$$115. \int \frac{3x - 2}{\sqrt{5 - 4x - x^2}} dx.$$

$$116. \int \frac{1 - 2x}{\sqrt{4x^2 + 4x + 3}} dx.$$

$$117. \int \frac{5x + 11}{\sqrt{6x - x^2 - 5}} dx.$$

$$118. \int \frac{1 - 3x}{\sqrt{6x - x^2}} dx.$$

$$119. \int \frac{3 + x}{\sqrt{3x + 2x^2}} dx.$$

$$120. \int \frac{4x + 11}{\sqrt{x^2 + 8x + 7}} dx.$$

$$121. \int \frac{7x - 1}{x^2 - 6x + 1} dx.$$

$$122. \int \frac{x - 4}{x^2 - 5x + 6} dx.$$

$$123. \int \frac{3 + x}{x^2 + 7x + 13} dx.$$

$$124. \int \frac{(x - 3) dx}{\sqrt{3 - 2x - x^2}}.$$

Найти интегралы, предварительно выделив «целую часть» подынтегральной дроби:

$$125. \int \frac{x}{x+4} dx.$$

$$126. \int \frac{3x-1}{2x+1} dx.$$

$$127. \int \frac{x^3}{x-2} dx.$$

$$128. \int \frac{3x^2+5}{x+1} dx.$$

$$129. \int \frac{x^4-2x^3}{x-3} dx.$$

$$130. \int \frac{2x^4+3x^2}{2x+1} dx.$$

$$131. \int \frac{(x^2-1)^2}{x+2} dx.$$

$$132. \int \frac{x^4}{x^2+a^2} dx, (a \neq 0).$$

$$133. \int \frac{(x+1)^3}{x^2-x} dx.$$

$$134. \int \frac{2x^2-1}{x^2-x+1} dx.$$

$$135. \int \frac{3x^2+1}{x^2-x+1} dx.$$

$$136. \int \frac{x^2+3x}{x^2+8x-7} dx.$$

$$137. \int \frac{3x^3-2x^2}{x^2-6x+10} dx.$$

$$138. \int \frac{x^3-2x}{x^2-8x+7} dx.$$

$$139. \int \frac{(2x-1)^3}{(x-1)^2} dx.$$

$$140. \int \frac{x^5-x^3+1}{x^2+1} dx.$$

$$141. \int \frac{x^4+1}{(x+1)^2} dx.$$

Интегрирование по частям

Найти интегралы:

142. $\int \ln x dx$

143. $\int x \ln x dx$

144. $\int x \ln(3x + 2) dx$

145. $\int (x^2 + 3x + 2) \ln x dx$

146. $\int \ln(x^2 + 1) dx$

147. $\int x e^{-x} dx$

148. $\int (x + 2) e^{5x} dx$

149. $\int (2x + 3) e^{2x} dx$

150. $\int x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$

151. $\int x^3 e^{-x} dx$

152. $\int x \cos x dx$

153. $\int x \sin x dx$

154. $\int (x + 1) \cos 3x dx$

155. $\int x^2 \cos x dx$

156. $\int x \cos^2 x dx$

157. $\int \frac{x dx}{\sin^2 x}$

158. $\int \frac{x}{\cos^2 x} dx$

159. $\int \operatorname{arctg} x dx$

160. $\int \arcsin x dx$

161. $\int x \operatorname{arctg} x dx$

162. $\int x \operatorname{arcctg}(1 - x) dx$

163. $\int \frac{\arcsin x}{\sqrt{1 + x}} dx$

164. $\int \operatorname{arctg} \sqrt{7x - 1} dx$

165. $\int x \ln \frac{1 + x}{1 - x} dx$

166. $\int e^x \sin x dx$

167. $\int e^x \cos x dx$

168. $\int e^{2x} \cos 3x dx$

169. $\int e^x \sin \frac{x}{2} dx$

- | | |
|--|--|
| 170. $\int \ln^2 x dx$ | 171. $\int \frac{\ln x}{\sqrt[5]{x}} dx$ |
| 172. $\int \ln(x^2 + 2) dx$ | 173. $\int \cos(\ln x) dx$ |
| 174. $\int \frac{x \cos x}{\sin^3 x} dx$ | 175. $\int x \operatorname{tg}^2 x dx$ |
| 176. $\int \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx$ | 177. $\int \frac{\arcsin \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ |
| 178. $\int \frac{\ln(x+2)}{x^2} dx$ | 179. $\int \frac{\operatorname{arctg} \sqrt{x}}{\sqrt{x}} dx$ |
| 180. $\int \frac{\ln x}{x\sqrt[3]{x}} dx$ | 181. $\int e^{\alpha x} \cos \beta x dx$ |
-

- | | |
|--|--|
| 182. $\int \sqrt{7-x^2} dx.$ | 183. $\int \sqrt{x^2-5} dx.$ |
| 184. $\int \sqrt{3-x^2} dx.$ | 185. $\int \sqrt{x^2+2} dx.$ |
| 186. $\int \sqrt{2-3x^2} dx.$ | 187. $\int \sqrt{2x^2-1} dx.$ |
| 188. $\int \sqrt{6x-x^2} dx.$ | 189. $\int \sqrt{x^2-4x} dx.$ |
| 190. $\int \sqrt{x^2+5x+4} dx.$ | 191. $\int \sqrt{3-2x-x^2} dx.$ |
| 192. $\int \sqrt{5+4x-x^2} dx.$ | 193. $\int \sqrt{2x-x^2} dx.$ |

$$194. \int \sin x \sqrt{2 - 3 \cos^2 x} dx.$$

$$195. \int e^x \sqrt{e^{2x} + 3} dx.$$

$$196. \int \cos x \sqrt{\sin^2 x + 3} dx.$$

$$197. \int e^{\frac{x}{2}} \sqrt{4 - e^x} dx.$$

$$198. \int \sqrt{\ln^2 x + 1} dx.$$

$$199. \int (2x - 1) \sqrt{3x - x^2} dx.$$

$$200. \int (x + 3) \sqrt{5x + 2x^2} dx.$$

$$201. \int (x - 1) \sqrt{-6x - x^2} dx.$$

Интегрирование дробно-рациональных функций

Найти интегралы:

$$202. \int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} dx.$$

$$203. \int \frac{xdx}{(x + 1)(x + 3)(x + 5)}.$$

$$204. \int \frac{dx}{(x - 1)^2 (x - 2)}.$$

$$205. \int \frac{x - 8}{x^3 - 4x^2 + 4x} dx.$$

$$206. \int \frac{3x + 2}{x(x + 1)^3} dx.$$

$$207. \int \frac{x^2}{(x + 2)^2 (x + 4)^2} dx.$$

$$208. \int \frac{dx}{x(x^2 + 1)}.$$

$$209. \int \frac{5x - 1}{x^3 - 3x - 2} dx.$$

$$210. \int \frac{2x^2 - 3x - 3}{(x - 1)(x^2 - 2x + 5)} dx.$$

$$211. \int \frac{3x - 7}{x^3 + x^2 + 4x + 4} dx.$$

$$212. \int \frac{x^2 + 2}{(x + 1)^3 (x - 2)} dx.$$

$$213. \int \frac{xdx}{(x^2 + 1)(x - 1)}.$$

$$214. \int \frac{dx}{6x^3 - 7x^2 - 3x}.$$

$$215. \int \frac{dx}{x^4 - x^2}.$$

$$216. \int \frac{x dx}{x^3 - 1}.$$

$$217. \int \frac{x^3 - 1}{4x^3 - x} dx.$$

$$218. \int \frac{(x^4 + 1) dx}{x^3 - x^2 + x - 1}.$$

$$219. \int \frac{x dx}{x^4 - 3x^2 + 2}.$$

$$220. \int \frac{2x^2 - 5}{x^4 - 5x^2 + 6} dx.$$

$$221. \int \frac{x^3 - 6}{x^4 + 6x^2 + 8} dx.$$

$$222. \int \frac{(7x^3 - 9) dx}{x^4 - 5x^3 + 6x^2}.$$

$$223. \int \frac{x^2 + x + 1}{x^5 - 2x^4 + x^3} dx.$$

$$224. \int \frac{dx}{(x+1)^2(x^2+1)}.$$

$$225. \int \frac{x^5 dx}{(x-1)^2(x^2-1)}.$$

$$226. \int \frac{x^6 - 2x^4 + 3x^3 - 9x^2 + 4}{x^5 - 5x^3 + 4x} dx.$$

$$227. \int \frac{x^5 + 2x^3 + 4x + 4}{x^4 + 2x^3 + 2x^2} dx.$$

$$228. \int \frac{x^5 + x^4 - 8}{x^3 - 4x} dx.$$

Интегрирование тригонометрических функций

Найти интегралы:

$$229. \int \sin^2 x dx.$$

$$230. \int \cos^2 x dx.$$

$$231. \int \sin^2 m x dx, (m \neq 0).$$

$$232. \int \cos^2 m x dx, (m \neq 0).$$

233. $\int \sin^3 x dx.$

234. $\int \cos^3 x dx.$

235. $\int \cos^4 x dx.$

236. $\int \sin^5 x dx.$

237. $\int \cos^2 x \sin^2 x dx.$

238. $\int \sin^3 \frac{x}{4} \cos^3 \frac{x}{4} dx.$

239. $\int \sin^2 x \cos^4 x dx.$

240. $\int \cos^2 x \sin^4 x dx.$

241. $\int \sin^3 x \cos^2 x dx.$

242. $\int \cos^7 x dx.$

243. $\int \sin^4 x \cos^4 x dx.$

244. $\int \cos^3 x \sin^5 x dx.$

245. $\int \sin^4 \frac{x}{2} dx.$

246. $\int (1 + 2 \cos x)^2 dx.$

247. $\int \cos^5 x dx.$

248. $\int \frac{dx}{\sin 2x}.$

249. $\int \frac{dx}{\cos \frac{x}{3}}.$

250. $\int \frac{dx}{\sin 9x}.$

251. $\int \frac{dx}{\cos 5x}.$

252. $\int \frac{\sin x + \cos x}{\sin 2x} dx.$

253. $\int \sin 3x \cos x dx.$

254. $\int \sin 3x \sin 5x dx.$

255. $\int \sin nx \sin mx dx,$

256. $\int \sin 3x \sin x dx.$

$$(m + n \neq 0, m - n \neq 0).$$

257. $\int \sin \left(5x - \frac{\pi}{4} \right) \cos x dx.$

258. $\int \sin \frac{x}{3} \cos \frac{2x}{3} dx.$

$$259. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^2 x} dx.$$

$$260. \int \frac{\sin^3 x}{\cos^2 x} dx.$$

$$261. \int \operatorname{ctg}^3 x dx.$$

$$262. \int \frac{\cos^3 x}{\sin^5 x} dx.$$

$$263. \int \frac{\sin^5 x}{\cos^3 x} dx.$$

$$264. \int \operatorname{tg}^4 x dx.$$

$$265. \int \frac{dx}{\sin^4 x}.$$

$$266. \int \frac{dx}{1 + 3\cos^2 x}.$$

$$267. \int \frac{dx}{5 + 3\cos x}.$$

$$268. \int \frac{dx}{3\sin x + 4\cos x}.$$

$$269. \int \frac{dx}{3 + \cos x}.$$

$$270. \int \operatorname{tg}^5 x dx.$$

$$271. \int \frac{dx}{2\sin x + \sin 2x}.$$

$$272. \int \frac{1 + \cos 2x}{\sin^4 x} dx.$$

$$273. \int \frac{dx}{\sin x - \cos x}.$$

$$274. \int \frac{dx}{\sin x + \cos x}.$$

$$275. \int \frac{dx}{3\sin^2 x + 5\cos^2 x}.$$

$$276. \int \frac{dx}{\sin^2 x + 3\sin x \cos x - \cos^2 x}.$$

$$277. \int \frac{dx}{\sin^2 x - 5\sin x \cos x}.$$

$$278. \int \frac{dx}{8 - 4\sin x + 7\cos x}.$$

$$279. \int \frac{dx}{(\sin x + \cos x)^2}.$$

$$280. \int \frac{\sin x dx}{b^2 + \cos^2 x}, (b \neq 0).$$

$$281. \int \frac{\cos^5 x}{\sin^3 x} dx.$$

$$282. \int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x} dx.$$

$$283. \int \frac{\sin x dx}{1 + \sin x}.$$

$$284. \int \frac{\cos x dx}{1 + \cos x}.$$

$$285. \int \frac{\sin 2x}{\cos^4 x + \sin^4 x} dx.$$

$$286. \int \frac{dx}{\sin^2 x + \operatorname{tg}^2 x}.$$

$$287. \int \frac{\cos^3 x + 1}{\sin^2 x}.$$

*Интегрирование некоторых иррациональных и
трансцендентных функций*

Найти интегралы:

$$288. \int \frac{\sqrt{x}}{\sqrt[4]{x^3} + 1} dx.$$

$$289. \int \frac{\sqrt{x^3} - \sqrt[3]{x}}{6\sqrt[4]{x}} dx.$$

$$290. \int \frac{\sqrt[6]{x} + 1}{\sqrt[6]{x^7} + \sqrt[4]{x^5}} dx.$$

$$291. \int \frac{2 + \sqrt[3]{x}}{\sqrt[6]{x} + \sqrt[3]{x} + \sqrt{x} + 1} dx.$$

$$292. \int \frac{dx}{x(\sqrt{x} + \sqrt[5]{x^2})}.$$

$$293. \int \frac{\sqrt[7]{x} + \sqrt{x}}{\sqrt[7]{x^8} + \sqrt[14]{x^{15}}} dx.$$

$$294. \int \sqrt{\frac{2+3x}{x-3}} dx.$$

$$295. \int \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \frac{dx}{x}.$$

$$296. \int \frac{x^2 + \sqrt{1+x}}{\sqrt[3]{1+x}} dx.$$

$$297. \int x^{-1} \left(1 + x^{\frac{1}{3}}\right)^{-3} dx.$$

$$298. \int \frac{e^{2x} - 2e^x}{e^{2x} + 1} dx.$$

$$299. \int \frac{e^{3x}}{e^x + 2} dx.$$

$$300. \int \frac{e^{4x} dx}{e^x - 1}.$$

$$301. \int \frac{e^{3x} dx}{e^{2x} - 1}.$$

$$\begin{array}{ll}
302. \int \frac{e^x + 1}{e^x - 1} dx. & 303. \int \frac{e^{3x} + 2e^x}{e^{2x} + e^x + 1} dx. \\
304. \int \frac{3e^{2x} - 4e^x}{e^{2x} + 4} dx. & 305. \int \frac{e^{5x} dx}{e^x + 1}. \\
306. \int \frac{5e^{2x} - 3e^x}{e^x + 4 - e^{2x}} dx. & 307. \int \frac{a^x dx}{a^{2x} + 1}. \\
308. \int \frac{a^{2x} dx}{\sqrt[4]{a^x + 1}}. & 309. \int \frac{dx}{e^x (3 + e^{-x})}.
\end{array}$$

Найти интегралы от дифференциальных биномов:

$$\begin{array}{ll}
310. \int \sqrt{x} (1 + \sqrt{x})^2 dx. & 311. \int \frac{dx}{x \cdot \sqrt[4]{1 + x^3}}. \\
312. \int \frac{\sqrt{1 - x^4}}{x^5} dx. & 313. \int \frac{\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}}}{\sqrt{x}} dx. \\
314. \int \sqrt{x^3 + x^4} dx. & 315. \int \frac{xdx}{\sqrt{1 + \sqrt[3]{x^2}}}.
\end{array}$$

Разные функции

Найти интегралы:

$$\begin{array}{ll}
316. \int \frac{dx}{\cos x + 2 \sin x + 3}. & 317. \int \sqrt{3 + 2x - x^2} dx. \\
318. \int \frac{(x + \sin x) dx}{1 + \cos x}. & 319. \int \frac{x^3 + x}{x^6 + 1} dx.
\end{array}$$

320. $\int \frac{x \arcsin x dx}{\sqrt{1-x^2}}$.
321. $\int \frac{3x^3 + x^2}{x^2 + 6x + 10} dx$.
322. $\int \cos mx \cos n x dx$.
323. $\int \frac{1 + \operatorname{tg}^2 x}{\sin 2x} dx$.
324. $\int x^2 \operatorname{arctg}(2x+1) dx$.
325. $\int \frac{dx}{1-x^4}$.
326. $\int \sin(\ln x) dx$.
327. $\int \frac{x^4 dx}{(x^2-1)(x+2)}$.
328. $\int \frac{\sqrt{\operatorname{tg} x} dx}{\sin 2x}$.
329. $\int \frac{\cos^2 x dx}{\sin x}$.
330. $\int (5x+3) \sqrt{x^2+3x+5} dx$.
331. $\int \frac{x \sqrt{1+x}}{\sqrt{1-x}} dx$.
332. $\int \frac{\ln(\cos x) dx}{\sin^2 x}$.
333. $\int \frac{dx}{\cos^4 x}$.
334. $\int \frac{\arcsin \frac{x}{2}}{\sqrt{2-x}} dx$.
335. $\int \frac{6x-10}{\sqrt{x^2+5x+17}} dx$.
336. $\int \frac{x^5}{x^3-1} dx$.
337. $\int \frac{e^{3x} + e^x}{e^{4x} - e^{2x} + 1} dx$.
338. $\int \frac{\ln(x + \sqrt{x^2-9})}{\sqrt{x-3}} dx$.
339. $\int \frac{dx}{x^2 \sqrt{(1+x^2)^3}}$.
340. $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+1-x}}$.
341. $\int \frac{\cos^3 x + 1}{\sin^2 x} dx$.
342. $\int \frac{dx}{x^4+4}$.

2. Определенный интеграл и его приложения

Вычисление определенного интеграла

Вычислить интегралы:

$$343. \int_0^1 x^4 dx.$$

$$344. \int_0^1 e^x dx.$$

$$345. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x dx.$$

$$346. \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}.$$

$$347. \int_0^{\frac{\sqrt{2}}{2}} \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$348. \int_0^5 \frac{dx}{x^2-9}.$$

$$349. \int_1^2 (x^2+1) dx.$$

$$350. \int_{-3}^3 \frac{dx}{\sqrt{x^2+16}}.$$

$$351. \int_1^4 \left(3\sqrt{x} - 2x + \frac{1}{x} \right) dx.$$

$$352. \int_{-1}^1 3^x (5+3^{-x}) dx$$

$$353. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{3}} \frac{dx}{\sin^2 x \cos^2 x}.$$

$$354. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin 4x dx.$$

$$355. \int_0^3 e^{-\frac{x}{3}} dx.$$

$$356. \int_1^3 \frac{dx}{2x-1}.$$

$$357. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x dx.$$

$$358. \int_0^1 \sqrt{1+t} dt.$$

$$359. \int_0^{\frac{\pi}{3}} \operatorname{tg} x dx.$$

$$360. \int_{-1}^1 x \cdot e^{-x^2} dx.$$

$$361. \int_0^1 \frac{xdx}{\sqrt{1+x^2}}.$$

$$362. \int_{\frac{1}{\pi}}^{\frac{2}{\pi}} \frac{\sin \frac{1}{x} dx}{x^2}.$$

$$363. \int_1^e \frac{1 + \ln t}{t} dt. \quad 364. \int_1^4 \frac{xdx}{\sqrt{2+4x}}. \quad 365. \int_{-1}^3 \frac{dx}{\sqrt{2x+3}+2}.$$

$$366. \int_1^5 \frac{\sqrt{x-1}}{x} dx. \quad 367. \int_0^1 \frac{xdx}{1+\sqrt{x}}. \quad 368. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^2+2x+2}.$$

$$369. \int_0^1 \frac{xdx}{x^2+x+1}. \quad 370. \int_{-\frac{1}{2}}^1 \frac{dx}{\sqrt{8+2x-x^2}}. \quad 371. \int_1^2 \frac{dx}{x^3+x}.$$

$$372. \int_0^{\frac{1}{2}} \frac{x^3 dx}{x^2-3x+2}. \quad 373. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \sin^3 \varphi d\varphi. \quad 374. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x \cos^2 x dx$$

$$375. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \operatorname{ctg}^4 t dt. \quad 376. \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{3+2\cos x}. \quad 377. \int_1^e \ln x dx.$$

$$378. \int_{2\pi}^{3\pi} x \sin x dx. \quad 379. \int_{-1}^1 x^2 e^{-x} dx. \quad 380. \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{3}{4}\pi} \frac{xdx}{\sin^2 x}.$$

$$381. \int_0^{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} x dx. \quad 382. \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos x dx. \quad 383. \int_0^1 \sqrt{2x+x^2} dx.$$

$$384. \int_0^4 \sqrt{4x-x^2} dx.$$

Площадь криволинейной фигуры

Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

385. $y = \frac{1}{x}$, $x = 1$, $x = e$, $y = 0$.

386. $y = x^2$, $y = 1$.

387. $y = x^2$, $y = 2 - x^2$.

388. $y = x^2 - 1$, $x = 2$, $y = 0$, где $x \geq 1$.

389. $y = \sin 3x$, $y = 0$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{3}$.

390. $y = \sin x$, $y = \sin^3 x$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

391. $y = x^2$, $y = x$.

392. $y = \arcsin 2x$, $x = 0$, $y = -\frac{\pi}{2}$.

393. $y = \sin 2x$, $y = 1$, $x = \frac{\pi}{2}$, $\frac{\pi}{4} \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

394. $x^2 - y^2 = 1$, $x = 2$.

395. $y = x^3$, $y = -1$, $x = 0$.

396. $y = \frac{1}{2} \left(e^{\frac{x}{2}} + e^{-\frac{x}{2}} \right)$, $x = 1$, $x = -1$, $y = 0$.

397. $y = x(3 - x)$, $y = x - 3$.

398. $y = 3x - x^2$, $y = x^2 - x$.

399. $xy = 5$, $x + y = 6$.

400. $xy = -2$, $y = x - 3$.

401. $xy = 4, x = 4, y = 4, x = 0, y = 0.$

402. $y^2 = (4 - x)^3, x = 0.$

403. $(y - x)^2 = x^3, x = 1.$

404. кардиоидой $\rho = a(1 + \cos \varphi).$

405. $\rho = a \cos 2\varphi.$

406. $\rho = a \sin 2\varphi.$

407. $\rho = 2 + \sin 2\varphi.$

408. $\rho = ae^\varphi$, где $0 \leq \varphi \leq 2\pi.$

409. $\rho = a \sin 3\varphi.$

410. $\rho = a \cos 3\varphi.$

411. одной аркой циклоиды $x = a(1 - \sin t), y = a(1 - \cos t),$
 $0 \leq t \leq 2\pi$ и осью $Ox.$

412. Вычислить площади фигур, ограниченных линиями:

1) $y = x^2 - x - 2, y = 0, x = 3.$

2) $y = e^x, y = 0, y = e, x = -1.$

3) $\rho^2 = a^2 \cos 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{4}.$

4) $y = \arccos x, y = 0, y = \pi.$

5)
$$\begin{cases} x = a \cos^3 t, \\ y = a \sin^3 t. \end{cases}$$

6)
$$\begin{cases} x = 2 \cos t, \\ y = 2 \sin t, \text{ где } 0 \leq t \leq \pi \text{ и } y = 1. \end{cases}$$

Объем тела вращения

Вычислить объемы тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями:

413. $y = 4 - x^2$, $y = 0$, $x = 0$, где $x \geq 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

414. $y = e^x$, $x = 0$, $x = 1$, $y = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

415. $y = x^2$, $y = 4$, $x = 0$, где $x \geq 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

416. $y = x^2 + 1$, $y = 0$, $x = 1$, $x = 2$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

417. $y = x^3$, $y = 1$, $x = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

418. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$, $y = 0$, где $y \geq 0$ вокруг оси Ox .

419. $y = \ln x$, $y = 0$, $x = e$ вокруг каждой из следующих прямых:

1) $y = 0$, 2) $x = 0$, 3) $y = -1$, 4) $x = 1$, 5) $x = -1$, 6) $y = 1$.

420. $y = \sin x$, $y = 0$, где $0 \leq x \leq \pi$ вокруг каждой из следующих прямых:

1) $y = 0$, 2) $x = 0$, 3) $x = 2\pi$.

421. $x^2 - y^2 = 4$, $y = 2$, $y = 0$ вокруг оси Ox .

422. $y = x$, $y = x^2$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

423. $y = \cos 2x$, $y = 0$, $x = 0$, где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{4}$ вокруг:

1) оси Ox , 2) оси Oy .

424. $y = 2x - x^2$, $y = 0$ вокруг каждой из следующих прямых:

1) $x = 0$, 2) $y = 0$, 3) $x = -1$, 4) $y = 1$.

425. $y = \frac{4}{x}$, $x = 1$, $x = 4$, $y = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

426. $y = \frac{1}{1+x^2}$, $x = 1$, $x = -1$, $y = 0$ вокруг: 1) оси Ox , 2) оси Oy .

Длина дуги плоской кривой

Вычислить длину дуги кривой:

427. $y = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$, отсеченной прямой $x = 3$.

428. $y^2 = x^3$, отсеченной прямой $x = 1$.

429. $y = \ln \cos x$, отсеченной прямыми $x = 0$, $x = \frac{\pi}{6}$.

430. $y^2 = (x+1)^3$, отсеченной прямой $x = 4$.

431. $y^2 = \frac{4}{9}(2-x)^3$, отсеченной прямой $x = -1$.

432. $y = \frac{a}{2} \left(e^{\frac{x}{a}} + e^{-\frac{x}{a}} \right)$ между осью Oy и прямой $x = a$.

433. $y = x^2 - 1$, отсеченной осью Ox .

434. $y = \ln \sin x$ от $x = \frac{\pi}{3}$ до $x = \frac{2\pi}{3}$.

435. астроиды $x = a \cos^3 t$, $y = a \sin^3 t$.

436. одной арки циклоиды $x = a(t - \sin t)$, $y = a(1 - \cos t)$,
 $0 \leq t \leq 2\pi$.

437. кардиоиды $\rho = 4(1 - \cos \varphi)$.

438. первого завитка спирали $\rho = a\varphi$, $0 \leq \varphi \leq 2\pi$.

439. $y = \frac{x^2}{4} - \frac{1}{2} \ln x$ от $x = 1$ до $x = e$.

Приближенное вычисление определенного интеграла

По формуле трапеций вычислить следующие интегралы:

440. $\int_2^9 \frac{dx}{x-1}$ при $n=7$.

441. $\int_2^7 \frac{dx}{\sqrt{x+2}}$ при $n=5$.

442. $\int_1^5 \frac{dx}{x}$ при $n=12$.

443. $\int_0^1 \sqrt{1-x^3} dx$ при $n=6$.

444. $\int_0^1 x\sqrt{1-x^2} dx$ при $n=10$.

445. $\int_0^1 \frac{dx}{1+x^3}$ при $n=10$.

По формуле трапеций вычислить интегралы с точностью до 0,01

446. $\int_1^2 \frac{dx}{x}$.

447. $\int_0^3 \frac{dx}{x+2}$.

448. $\int_1^3 \ln 2x dx$.

449. $\int_0^{1,2} \frac{dx}{1+x^2}$.

По формуле парабол вычислить интегралы, приняв $2n=10$.

450. $\int_0^2 \frac{dx}{x^2+4}$.

451. $\int_0^3 \sqrt{1+x^2} dx$.

452. $\int_0^2 \frac{\sin x}{1+x} dx$.

453. $\int_0^4 \frac{dx}{\sqrt{x^2+1}}$.

454. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \sqrt{1+3\sin^2 t} dt$.

455. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin x}{x} dx$.

456. По формуле парабол вычислить приближенные значения

1) $\ln 5$ из соотношения $\ln 5 = \int_1^5 \frac{dx}{x}$ при $n=12$.

2) π из соотношения $\frac{\pi}{4} = \int_0^1 \frac{dx}{1+x^2}$ при $n=10$.

3. Несобственные интегралы

Интегралы с бесконечными пределами

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

$$457. \int_0^{+\infty} e^{-x} dx.$$

$$459. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x}.$$

$$461. \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^5}.$$

$$463. \int_0^{+\infty} x \cdot \sin x dx.$$

$$465. \int_1^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x}{x^2} dx.$$

$$467. \int_6^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[3]{(x+2)^2}}.$$

$$469. \int_1^{+\infty} \frac{x dx}{\sqrt{4+x^4}}.$$

$$471. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x dx}{x^2+1}.$$

$$458. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^3}.$$

$$460. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{9+x^2}.$$

$$462. \int_0^{+\infty} x^2 e^{-x^3} dx.$$

$$464. \int_2^{+\infty} \frac{dx}{x^2+x-2}.$$

$$466. \int_e^{+\infty} \frac{dx}{x \ln^2 x}.$$

$$468. \int_0^{+\infty} \frac{dx}{1+x^3}.$$

$$470. \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}.$$

$$472. \int_0^{+\infty} \frac{\operatorname{arctg} x dx}{1+x^2}.$$

Интегралы от функций с бесконечными разрывами

Вычислить интегралы или установить их расходимость:

$$473. \int_{-1}^1 \frac{dx}{x^4}.$$

$$474. \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt{4-x^2}}.$$

$$\begin{array}{ll}
475. & \int_1^2 \frac{xdx}{\sqrt{x-1}}. \\
477. & \int_1^e \frac{dx}{x\sqrt{\ln x}}. \\
479. & \int_0^2 \frac{dx}{(x-1)^2}. \\
481. & \int_{-1}^1 \frac{3x^2+2}{\sqrt[3]{x^2}} dx. \\
483. & \int_{-1}^1 \frac{x-1}{\sqrt[3]{x^5}} dx. \\
485. & \int_{-1}^1 \frac{x^3+1}{x^4} dx. \\
476. & \int_0^1 x \ln x dx. \\
478. & \int_2^4 \frac{dx}{\sqrt[3]{(4-x)^2}}. \\
480. & \int_0^2 \frac{dx}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}. \\
482. & \int_{-1}^1 \frac{x+1}{\sqrt[5]{x^3}} dx. \\
484. & \int_0^2 \frac{dx}{x^2-4x+3}.
\end{array}$$

Исследовать сходимость интегралов:

$$\begin{array}{ll}
486. & \int_0^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt{1+x^3}}. \\
488. & \int_1^{+\infty} \frac{e^{-x} dx}{x}. \\
490. & \int_0^{+\infty} e^{-x^2} dx. \\
492. & \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^2(1+e^x)}. \\
494. & \int_0^{\pi} \frac{dx}{1-\cos x}. \\
487. & \int_2^{+\infty} \frac{dx}{\sqrt[8]{x^3-1}}. \\
489. & \int_1^{+\infty} \frac{\sin x dx}{x^2}. \\
491. & \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\ln \sin x}{\sqrt{x}} dx. \\
493. & \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x+4x^3}}. \\
495. & \int_1^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2-1}}.
\end{array}$$

РЯДЫ

1. Числовые ряды

Выписать первые пять членов ряда:

496. $a_n = \frac{3n}{2n-1}$.	497. $a_n = \frac{n-2}{3n+1}$.	498. $a_n = \frac{n+1}{n2^n}$.
499. $a_n = \frac{2n+1}{n!}$.	500. $a_n = \frac{3n}{(2n-1)!}$.	501. $a_n = \frac{3+(-1)^n}{n+4}$.
502. $a_n = \frac{(-1)^{n-1}}{(2n+1)^2}$.	503. $a_n = \frac{(-1)^{n+1}}{3n^2-1}$.	504. $a_n = \frac{n+2}{(n+2)!}$.
505. $a_n = \frac{1}{n(n+1)}$.	506. $a_n = \frac{n^3}{n+1}$.	507. $a_n = \frac{(n!)^2}{(2n)!}$.

Записать формулу общего члена ряда, если

508. $1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \dots$

509. $1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{4} - \frac{1}{8} + \frac{1}{16} - \dots$

510. $\frac{1}{5} + \frac{3}{5^2} + \frac{5}{5^3} + \frac{7}{5^4} + \dots$

511. $1 + \frac{1}{2\sqrt{2}} + \frac{1}{3\sqrt{3}} + \frac{1}{4\sqrt{4}} + \dots$

512. $3 - \frac{5}{2} + \frac{7}{2 \cdot 3} - \frac{9}{2 \cdot 3 \cdot 4} + \frac{11}{2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5} - \dots$

513. $\frac{1}{3^2-1} + \frac{1}{5^2-1} + \frac{1}{7^2-1} + \frac{1}{9^2-1} + \dots$

514. $\frac{1}{2} + \frac{3!}{2 \cdot 4} + \frac{5!}{2 \cdot 4 \cdot 6} + \frac{7!}{2 \cdot 4 \cdot 6 \cdot 8} + \dots$

Ряды с положительными членами

Установить сходимость или расходимость рядов с помощью теорем о сравнении рядов:

515. $\frac{1}{4} + \frac{1}{11} + \frac{1}{30} + \dots + \frac{1}{3^n + n} + \dots$

516. $\frac{2}{3} + \frac{4}{10} + \frac{8}{27} + \dots + \frac{2^n}{n(2^n + 1)} + \dots$

517. $\sin \frac{\pi}{2} + \sin \frac{\pi}{4} + \sin \frac{\pi}{8} + \dots + \sin \frac{\pi}{2^n} + \dots$

518. $\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} + \dots + \frac{1}{n^2 + 1} + \dots$

519. $\frac{1}{\ln 2} + \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} + \dots + \frac{1}{\ln(n+1)} + \dots$

520. $\frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{8}} + \frac{1}{\sqrt{15}} + \dots + \frac{1}{\sqrt{n^2 + 2n}} + \dots$

521. $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{3 \cdot 2^3} + \frac{1}{5 \cdot 3^5} + \frac{1}{(2n-1)2^{2n-1}} + \dots$

522. $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt{n} - \sqrt{n-1})$.

523. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} (\sqrt{n+1} - \sqrt{n-1})$.

524. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n - \sin n}$.

525. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(n+1)}$.

526. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{5^n}{n^4}$.

С помощью признака Даламбера исследовать сходимость следующих рядов:

$$527. \frac{1}{9} + \frac{2}{9^2} + \frac{3}{9^3} + \frac{4}{9^4} \dots + \frac{n!}{9^n} + \dots$$

$$528. 1 + \frac{2}{2!} + \frac{4}{3!} + \frac{8}{4!} + \dots + \frac{2^{n-1}}{n!} + \dots$$

$$529. 1 + \frac{3}{2 \cdot 3} + \frac{3^2}{2^2 \cdot 5} + \frac{3^3}{2^3 \cdot 7} + \dots + \frac{3^{n-1}}{2^{n-1} \cdot (2n-1)} + \dots$$

$$530. \frac{\sqrt{1!}}{3} + \frac{\sqrt{2!}}{3^2} + \frac{\sqrt{3!}}{3^3} + \frac{\sqrt{4!}}{3^4} + \dots + \frac{\sqrt{n!}}{3^n} + \dots$$

$$531. \frac{(1!)^2}{3!} + \frac{(2!)^2}{5!} + \frac{(3!)^2}{7!} + \dots + \frac{(n!)^2}{(2n+1)!} + \dots$$

$$532. \sum_{n=1}^{\infty} ne^{-n}.$$

$$533. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!}.$$

$$534. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n+1}{n!}$$

$$535. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2n-1)!}{2^n \cdot n!}.$$

$$536. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln n}{n!}.$$

$$537. \sum_{n=1}^{\infty} n^2 e^{-\sqrt[3]{n}}.$$

$$538. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n}{3^n (2n-1)}.$$

$$539. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^2}{2^n}.$$

$$540. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{\sqrt{n+2} - \sqrt{n-2}}{\sqrt[3]{n^2} \cdot 2^n}$$

$$541. \sum_{n=3}^{\infty} \frac{n}{\left(3 + \frac{1}{n}\right)^n}.$$

$$542. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{\ln n}{e^n}.$$

С помощью признака Коши исследовать сходимость следующих рядов:

$$543. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n-3}{n+1} \right)^n.$$

$$544. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\arcsin \frac{1}{n} \right)^n.$$

$$545. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{(\ln n)^n}.$$

$$546. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+5}{3n-1} \right)^n.$$

$$547. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\ln \frac{2n+3}{n+1} \right)^n.$$

$$548. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n}{n+1} \right)^{n^2}.$$

С помощью интегрального признака исследовать сходимость следующих рядов:

$$549. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{10n}}.$$

$$550. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n}}.$$

$$551. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{n}.$$

$$552. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt[3]{n+6}}.$$

$$553. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2}{5n+1}.$$

$$554. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{1+n^2}.$$

$$555. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n^2+1}.$$

$$556. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n \ln^2 n}.$$

$$557. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{(n+1)^2}.$$

$$558. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{2n+5}.$$

$$559. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + 2n + 3}.$$

$$560. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n}} \ln \frac{n+1}{n-1}.$$

$$561. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{9n^2 - 1}}.$$

$$562. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1+n}{1+n^2}.$$

Применяя различные признаки, исследовать сходимость следующих рядов:

$$563. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n-1}{3^n}.$$

$$564. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{8^n}{n^4}.$$

$$565. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^n}{2^n \cdot n!}.$$

$$566. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos \frac{1}{n}}{5^n}.$$

$$567. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2n+5}{n^2 + 5n + 1}.$$

$$568. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} \ln n.$$

$$569. \sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{\ln n}.$$

$$570. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{e^n n!}{n^n}. *)$$

$$571. \sum_{n=1}^{\infty} \ln \frac{n+1}{2n+5}.$$

$$572. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n\sqrt{n+1}}.$$

$$573. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{4n+1}{\sqrt{n \cdot 5^n}}.$$

$$574. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{9n^2 - 1}}.$$

*) Применить формулу Стирлинга $n! = \sqrt{2\pi n} \cdot n^n e^{-n} q_n$, где $\lim_{n \rightarrow \infty} q_n = 1$.

$$575. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \left(1 + \frac{1}{n}\right)^{n^2}.$$

$$576. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{n^{10}}.$$

$$577. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n}{5^n + 1}.$$

$$578. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{10^n}{n!}.$$

$$579. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10}{11}\right)^n \cdot n^5.$$

$$580. \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{10}{11}\right)^n \cdot \frac{1}{n^5}.$$

$$581. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{4 \cdot 2^n - 3}.$$

$$582. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{\sqrt{7^n}}.$$

$$583. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(3n-2)(n+1)}.$$

Знакопеременные ряды

Исследовать на абсолютную и условную сходимость следующие ряды:

$$584. \frac{1}{2} - \frac{2}{2^2 + 1} + \frac{3}{3^3 + 1} - \frac{4}{4^2 + 1} + \frac{5}{5^2 + 1} - \dots$$

$$585. 1.1 - 1.01 + 1.001 - 1.0001 + \dots$$

$$586. 1 - \frac{1}{2} - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{2^5} + \dots$$

$$587. \frac{1}{2} - \frac{4}{5} + \frac{7}{8} - \frac{10}{11} + \frac{13}{14} + \dots$$

$$588. \frac{1}{10} + \frac{7}{10^2} - \frac{13}{10^3} + \frac{19}{10^4} + \frac{25}{10^5} - \frac{31}{10^6} + \dots$$

$$589. 1 - \frac{1}{2} + \frac{1}{3} - \frac{1}{4} + \frac{1}{5} - \frac{1}{6} + \dots$$

$$590. 1 - \frac{1}{3^2} + \frac{1}{5^2} - \frac{1}{7^2} + \frac{1}{9^2} - \dots$$

$$591. \frac{\ln 2}{2} - \frac{\ln 3}{3} + \frac{\ln 4}{4} - \frac{\ln 5}{5} + \dots$$

$$592. \frac{2}{2^3+1} - \frac{3}{3^3+2} + \frac{4}{4^3+3} - \frac{5}{5^3+4} + \dots$$

$$593. 1 - \frac{1}{2^4} - \frac{1}{3^4} + \frac{1}{4^4} - \frac{1}{5^4} - \frac{1}{6^4} + \dots$$

$$594. \frac{1}{\ln 2} - \frac{1}{\ln 3} + \frac{1}{\ln 4} - \frac{1}{\ln 5} + \dots$$

$$595. 1 - \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \frac{1}{4^2} + \dots$$

$$596. 1 - \frac{2}{1!} + \frac{2^2}{2!} - \frac{2^3}{3!} + \dots$$

$$597. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \cdot \left(\frac{3n+1}{4n+5} \right)^n.$$

$$598. \sum_{n=4}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \sqrt{n}}{n+1}.$$

$$599. \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \cdot \frac{2n}{3n+2}.$$

$$600. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} \cdot (n+1)}{n^2+n+1}.$$

2. Функциональные ряды

601. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{4-x}{7x+2} + \frac{1}{3} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^2 + \frac{1}{5} \left(\frac{4-x}{7x+2} \right)^3 + \dots \text{ в точках } x=0 \text{ и } x=1.$$

602. Исследовать сходимость ряда

$$\frac{3x+1}{x^2+x+1} + \left(\frac{3x+1}{x^2+x+1} \right)^2 + \left(\frac{3x+1}{x^2+x+1} \right)^3 + \dots \text{ в точках } x=1, x=2, \\ x=3.$$

Найти область сходимости следующих функциональных рядов:

603. $1 + e^{-x} + e^{-2x} + e^{-3x} + \dots$

604. $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{1+x^4} + \frac{1}{1+x^6} + \dots$

605. $\frac{1}{1+x^2} + \frac{1}{2^2(x^2+1)^2} + \frac{1}{3^2(x^2+1)^3} + \dots$

606. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \left(\frac{2x-3}{4x+5} \right)^n$

607. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^x}$

608. $\sum_{n=1}^{\infty} \sin \frac{x}{n\sqrt{n}}$

609. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos nx}{n^3}$

610. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^5 x^n}{n+2}$

611. $\sum_{n=1}^{\infty} \ln^n x$

612. Показать, что ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + n\sqrt{n}}$ сходится равномерно в промежутке $(-\infty; +\infty)$.

613. Показать, что ряд $x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{4} + \frac{x^4}{8} + \dots$ в промежутке $(-2; 2)$ сходится неравномерно.

Исследовать следующие ряды на равномерную сходимость:

$$614. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{x^2 + 3^n}.$$

$$615. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^2}{(1 + x^2)^n}.$$

$$616. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(\sin x + \sqrt{3} \cos x)^n}{3^n}.$$

$$617. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin^n nx.$$

Степенные ряды

Определить области сходимости следующих степенных рядов:

$$618. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n}.$$

$$619. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n^2}.$$

$$620. \sum_{n=1}^{\infty} n!(x-5)^n.$$

$$621. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}.$$

$$622. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3(n-1)}}{10^{n-1}}.$$

$$623. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n \cdot x^{5n}}{2n-1}.$$

$$624. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n!}.$$

$$625. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-4)^n}{\sqrt{n}}.$$

$$626. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{2^n}.$$

$$627. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{(2n-1)!}.$$

$$628. \sum_{n=1}^{\infty} (nx)^n.$$

$$629. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(5x)^n}{n!}.$$

$$630. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}.$$

$$631. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{3n}}{8^n \cdot (4n-3)}.$$

$$632. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{2^n + 3^n}.$$

$$633. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{x-1}{2}\right)^n.$$

$$634. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n(n+1)}.$$

$$635. \sum_{n=1}^{\infty} e^{-n} x^n.$$

$$636. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{(\sqrt{n}+1)^n}.$$

$$637. \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{n+5}.$$

Применяя почленное дифференцирование и интегрирование, найти суммы рядов:

$$638. x + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$639. x - \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} - \frac{x^4}{4} + \dots$$

$$640. x + \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} + \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$641. \frac{x^2}{2} + \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} + \frac{x^8}{8} + \dots$$

$$642. \frac{x^2}{2} - \frac{x^4}{4} + \frac{x^6}{6} - \frac{x^8}{8} + \dots$$

$$643. x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots$$

$$644. 1 + 2x + 3x^2 + 4x^3 + \dots$$

$$645. 1 - 2x + 3x^2 - 4x^3 + \dots$$

$$646. 1 + 3x^2 + 5x^4 + 7x^6 + \dots$$

$$647. 1 - 3x^2 + 5x^4 - 7x^6 + \dots$$

Разложить следующие функции в ряд Маклорена и найти интервалы сходимости:

648. $f(x) = 3^x$.

649. $f(x) = e^{-2x}$.

650. $f(x) = \frac{1}{x} \operatorname{arctg} x$.

651. $f(x) = \frac{e^x + e^{-x}}{2}$.

652. $f(x) = \frac{1}{2+3x}$.

653. $f(x) = \sin \frac{x}{3}$.

654. $f(x) = \cos^2 x$.

655. $f(x) = \frac{1}{3-2x}$.

656. $f(x) = \ln(x+5)$.

657. $f(x) = \ln(1-x^2)$.

Написать разложения следующих функций в ряд Тейлора и найти интервалы сходимости:

658. $x^3 - x$ по степеням $x+1$.

659. e^x по степеням $x+2$.

660. $\frac{1}{x}$ по степеням $x+3$.

661. \sqrt{x} по степеням $x-4$.

662. $\sqrt[3]{x}$ по степеням $x+1$.

663. $\frac{1}{2-x-x^2}$ по степеням $x+3$.

664. $\frac{1}{x^2+3x+2}$ по степеням $x+4$.

665. $\ln x$ по степеням $x-1$.

666. $\sin 3x$ по степеням $x + \frac{\pi}{3}$.

667. $\sin \frac{\pi x}{4}$ по степеням $x - 2$.

668. $\sin \frac{\pi x}{3}$ по степеням $x - 1$.

Пользуясь соответствующими разложениями, вычислить с точностью до 0,001:

669. $\sqrt[3]{10}$.

670. \sqrt{e} .

671. $\sqrt[3]{30}$.

672. $\sin 18^\circ$.

673. $\cos 50^\circ$.

674. $\operatorname{arctg} 0,2$.

675. $\arcsin 1$.

676. $\ln 3$.

677. Вычислить число e с точностью 0,00001.

678. Вычислить число π с точностью 0,0001.

679. Разлагая подынтегральную функцию в ряд, вычислить интегралы:

a) $\int_0^1 \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью 0,0001; b) $\int_0^1 e^{-x^2} dx$ с точностью 0,0001;

c) $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \sin(x^2) dx$ с точностью 0,0001; d) $\int_0^{0,5} e^{\sqrt{x}} dx$ с точностью 0,01.

e) $\int_0^{0,5} \frac{\operatorname{arctg} x}{x} dx$ с точностью 0,001; f) $\int_0^1 \frac{\ln(1+x)}{x} dx$ с точностью 0,001.

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

1. Основные свойства

680. Выразить объем прямоугольного параллелепипеда, как функцию его диагонали d и x, y – сторон основания.

681. Выразить площадь треугольника как функцию его трех сторон a, b, c .

682. Составить таблицу значений функции $z = \sqrt{x^2 + y^2}$, давая независимым переменным значения от 0 до 1 через 0,1. Значения функции вычислять с точностью до 0,01.

683. Найти частные значения функций:

$$z = \left(\frac{\operatorname{arctg}(x+y)}{\operatorname{arctg}(x-y)} \right)^2 \text{ при } x = \frac{1+\sqrt{3}}{2}, y = \frac{1-\sqrt{3}}{2}.$$

684. $z = e^{\sin(x+y)}$ при $x = y = \frac{\pi}{2}$.

685. $z = y^{x^2-1} + x^{y^2-1}$ при $x=2, y=2; x=1, y=2; x=2, y=1$.

686. Проверить, что функция $z = F(x, y) = xy$ удовлетворяет функциональному уравнению

$$F(ax + bu, cy + dv) = acF(x, y) + bcF(u, y) + adF(x, v) + bdF(u, v).$$

687. Проверить, что функция $z = F(x, y) = \ln x \ln y$ удовлетворяет функциональному уравнению

$$F(xy, uv) = F(x, u) + F(x, v) + F(y, u) + F(y, v),$$

где x, y, u, v - положительные.

- 688.** Из уравнения $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ определить z как явную функцию x и y . Будет ли эта функция однозначной?
- 689.** Дана сложная функция $z = u^v$, где $u = x + y$, $v = x - y$. Найти частное значение функции: 1) при $x = 0$, $y = 1$; 2) при $x = 1$, $y = 1$; 3) при $x = 2$, $y = 3$; 4) при $x = 0$, $y = 0$; 5) при $x = -1$, $y = -1$.
- 690.** Исследовать методом сечений «график» функции $z = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$. Что представляют собой сечения плоскостями $x = const$? $y = const$? $z = const$?
- 691.** Исследовать методом сечений «график» функции $z = xy$. Что представляют собой сечения плоскостями $x = const$? $y = const$? $z = const$?
- 692.** Исследовать методом сечений «график» функции $z = y^2 - x^3$.

Какие поверхности изображают следующие уравнения:

693. $x + y + z - 1 = 0$.

694. $3x + 4y + 5z - 2 = 0$.

695. $2x + 3y - 4z - 12 = 0$.

696. $2x - z + 4 = 0$.

697. $x + y = 0$.

698. $3x + 2 = 0$.

699. $2z + 3 = 0$.

700. $x^2 + y^2 = 4$.

701. $x^2 + y^2 = 2x$.

702. $xy = 4$.

703. $x^2 + y^2 + z^2 = z$.

704. $x^2 + z^2 = y + 2$.

$$705. \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} = z.$$

$$706. \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{25} = 1.$$

$$707. \frac{x^2}{4} + \frac{y^2 + z^2}{16} = 1.$$

$$708. \frac{x^2}{9} - \frac{y^2}{4} + z^2 = 1.$$

$$709. \frac{x^2}{4} + y^2 - z^2 = 1.$$

$$710. x^2 + y^2 - z^2 = 0.$$

$$711. x^2 + z^2 = 4y^2.$$

$$712. x^2 + y^2 - z^2 + 1 = 0.$$

$$713. \frac{x^2}{9} + \frac{z^2}{4} - \frac{y^2}{25} = -1.$$

$$714. x^2 - y^2 - z^2 = 25.$$

$$715. 2z = y^2 - x^2.$$

$$716. 2y = z^2 - x^2.$$

Найти области определения функций, заданных следующими формулами:

$$717. z = \frac{1}{x^2 + y^2}.$$

$$718. z = \sqrt{9 - x^2}.$$

$$719. z = \frac{1}{x + y}.$$

$$720. z = \sqrt{x^2 - y^2}.$$

$$721. z = \sqrt{2xy}.$$

$$722. z = \sqrt{x} + y.$$

$$723. z = \sqrt{a^2 - x^2 - y^2}.$$

$$724. z = \frac{1}{1 + x^2 + y^2}.$$

$$725. z = \frac{1}{\sqrt{x^2 + y^2 - a^2}}.$$

$$726. z = \sqrt{1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}}.$$

$$727. z = \arcsin \frac{y}{x^2}.$$

$$728. z = \ln(x + y)$$

$$729. u = \ln(z^2 - x^2 - y^2 - a^2).$$

$$730. u = \frac{1}{\sqrt{a^2 - x^2 - y^2 + z^2}}.$$

$$731. z = \arcsin \frac{y-1}{x}.$$

$$732. z = \sqrt{x - \sqrt{y}}.$$

$$733. z = \frac{\sqrt{4x - y^2}}{\ln(1 - x^2 - y^2)}.$$

$$734. z = xy + \sqrt{\ln \frac{R^2}{x^2 + y^2}} + \sqrt{x^2 + y^2 - R^2}.$$

$$735. z = \operatorname{ctg} \pi(x + y).$$

$$736. z = \sqrt{\sin \pi(x^2 + y^2)}.$$

$$737. z = \sqrt{x \sin y}.$$

$$738. z = \ln x - \ln \sin y.$$

Построить линии уровня следующих функций:

$$739. z = x^2 + y^2. \quad 740. z = 4x^2 + y^2. \quad 741. z = x + y.$$

$$742. z = y^2 - x^2. \quad 743. z = y - e^x. \quad 744. z = \frac{1}{3x^2 + 2y^2}.$$

Найти поверхности уровня следующих функций:

$$745. u = x^2 + y^2 + z^2.$$

$$746. u = \frac{x^2}{9} + \frac{y^2}{4} + z^2.$$

$$747. u = x^2 - y^2 + z^2.$$

$$748. u = \frac{x^2 + y^2}{z}.$$

2. Дифференцирование функций нескольких переменных.

Производные и дифференциалы первого порядка

Найти частные производные следующих функций:

749. $z = xy$.

750. $z = \sqrt{x^2 - y^2}$.

751. $z = \sin(xy^2)$.

752. $z = \operatorname{tg} \frac{x}{y}$.

753. $z = \ln(x + 5y^2)$.

754. $z = y^x$.

755. $z = \operatorname{arctg} \frac{y}{\sqrt{x}}$.

756. $z = xy \cos(xy)$.

757. $z = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$.

758. $z = \ln \operatorname{tg} \frac{x+y}{x-y}$.

759. $z = \arccos \frac{x-y}{2x+y}$.

760. $z = e^{\sin^2(x^2+y^2)}$.

761. $z = x^2 \sin^2 y$.

762. $z = x^{y^2}$.

763. $u = e^{x^2+y^2+z^2}$.

764. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}$.

765. $z = \operatorname{arctg}(xy)$.

766. $u = e^{\frac{x}{y}} + e^{\frac{z}{y}}$.

767. $z = \ln \frac{\sqrt{x^2 + y^2} - x}{\sqrt{x^2 + y^2} + x}$.

768. $z = \operatorname{arcctg} \sqrt{\frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2}}$.

769. $z = 2 \sqrt{\frac{1 - \sqrt{xy}}{1 + \sqrt{xy}}}$.

770. $z = \ln \left[xy^2 + yx^2 + \sqrt{1 + (xy^2 + yx^2)^2} \right]$.

$$771. z = \sqrt{1 - \left(\frac{x+y}{xy}\right)^2} + \arcsin \frac{x+y}{xy}.$$

$$772. u = \operatorname{arctg}(x-y)^z.$$

$$773. u = \ln \frac{1 - \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}{1 + \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}}.$$

Вычислить:

$$774. \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} \quad \text{при } x=2, \quad y=3, \quad \text{если } f(x; y) = x^2 + y^3.$$

$$775. \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{при } x=0, \quad y=0, \quad z = \frac{\pi}{4}, \quad \text{если } u = \sqrt{\sin^2 x + \sin^2 y + \sin^2 y}.$$

$$776. \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial u}{\partial z} \quad \text{при } x=y=z=1, \quad \text{если } u = \ln(1+x+y^2+z^3).$$

Найти полные дифференциалы следующих функций:

$$777. z = x^2 + xy^2 + \sin y.$$

$$778. z = \ln(xy).$$

$$779. z = e^{x^2+y^2}.$$

$$780. u = \operatorname{tg}(3x-y) + 6^{y+z}.$$

$$781. z = \arcsin \frac{x}{y}.$$

$$782. \text{Вычислить } df(x, y) \text{ при } x=1, \quad y=0, \quad dx = \frac{1}{2}, \quad dy = \frac{1}{4}, \quad \text{если}$$

$$f(x, y) = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$783. \text{Вычислить } df(x, y) \text{ при } x=2, \quad y=1, \quad \Delta x = 0,01, \quad \Delta y = 0,03,$$

$$\text{если } f(x, y) = \frac{xy}{x^2 - y^2}.$$

Найти $\frac{dz}{dt}$:

784. $z = x e^y$, $x = t^3$, $y = \sin^2 t$.

785. $z = x^y$, $x = t^2$, $y = \ln t$.

786. $z = \sin \frac{y}{x}$, $x = t^2$, $y = e^t$.

787. $z = \ln \sin(x^2 + y^2)$,
 $x = \sqrt{t^2 + 1}$, $y = \ln t$.

Найти $\frac{du}{dt}$, если:

788. $u = e^{x-2y}$, $x = \sin t$, $y = t^3$.

789. $u = z^2 + y^2 + zy$, $z = \sin t$, $y = e^t$.

790. $z = \arcsin(x - y)$, $x = 3t$, $y = 4t^3$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial u}$ и $\frac{\partial z}{\partial v}$, если:

791. $z = e^{\frac{x^2}{y}}$, $x = u \sin v$, $y = uv$.

792. $z = \sqrt{x} \ln y$, $x = u^2 + v^2$, $y = e^{uv}$.

793. $z = x^2 y - y^2 x$, $x = u \cos v$, $y = u \sin v$.

794. $z = x^2 \ln y$, $x = \frac{u}{v}$, $y = 3u - 2v$.

Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$, если:

795. $z = u + v^2$, $u = x^2 + \sin y$, $v = \ln(x + y)$.

796. $z = e^{u-2v}$, $u = \sin x$, $v = x^3 + y^2$.

Найти dz , если:

797. $z = \operatorname{arctg}(xy)$, $y = e^x$.

798. $z = \ln(e^x + e^y)$, $y = x^3$.

799. $z = uv$, $u = \frac{1}{2}(x^2 + y^2)$, $v = \frac{1}{2}(x^2 - y^2)$.

800. $z = ue^{\frac{u}{v}}$, $u = x^2 + y^2$, $v = xy$.

Производные и дифференциалы старших порядков

Найти частные производные второго порядка:

801. $z = x^2 + y^2 - xy$.

802. $z = x^3 - 4x^2y + 5y^2$.

803. $z = x^3 + y^3 - x^2y + xy^2$.

804. $z = \cos(2x - 3y)$.

805. $z = \sin(xy)$.

806. $z = \frac{x - y}{x + y}$.

807. $z = \frac{xy}{x + y}$.

808. $z = e^x \ln y + \sin y \ln x$.

809. $u = e^{xyz}$.

810. $u = \ln \sqrt{x^2 + y^2}$.

Найти d^2z , если:

811. $z = \frac{x}{x + y}$.

812. $z = e^{3x-2y}$.

813. $z = \sin(x^2 + y^2)$.

814. $z = y \ln x$.

815. $z = x \ln \frac{y}{x}$.

816. $z = \sqrt{x^2 + y^2}$.

Производная по направлению и градиент функции

- 817.** Найти производную по направлению функции $z = x^2 + y^2$ в точке $M(1; 1)$. Рассмотреть случаи, когда направление составляет с Ox угол: а) $\frac{\pi}{3}$, б) $\frac{\pi}{6}$, в) $\frac{\pi}{2}$.
- 818.** Найти производную функции $z = 3x^4 - xy + y^2$ в точке $M(1; 2)$ по направлению биссектрисы второго координатного угла.
- 819.** Найти производную функции $u = \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - z^2$ в точке $M(2; 3; 1)$. Рассмотреть случаи, когда направление совпадает: а) с направлением радиус-вектора этой точки, б) с направлением вектора $\vec{a} = 4\vec{i} - 3\vec{j}$.
- 820.** Найти производную функции $z = 5x^2 - 3x - y - 1$ в точке $M(2; 1)$ в направлении, идущем от этой точки к точке $N(5; 5)$.
- 821.** Найти производную функции $z = \ln(e^x + e^y)$ в точке $(0; 0)$ в направлении, параллельном биссектрисе первого координатного угла.
- 822.** Найти производную функции $z = x^3 + y^3 + z^3 + 3xyz$ в точке $M(1; 1; 1)$ по направлению вектора \overrightarrow{MN} , если $N(-1; 0; 3)$.
- 823.** Найти производную функции $u = x^2 + y^3 - z^4$ в точке $M(2; 3; 1)$ по направлению вектора, образующего с координатными осями тупые углы α, β, γ , если $\beta = 135^\circ, \gamma = 120^\circ$.
- 824.** Доказать, что в точке $M\left(\frac{2}{3}; -\frac{4}{3}\right)$ производная в любом направлении функции $f(x, y) = x^3 + 3x^2 + 4xy + y^2$ равна нулю.

Найти градиенты функций в соответствующих точках и их длины:

825. $z = \operatorname{arctg} \frac{x}{y}, M(2; 3).$

826. $z = \arcsin \frac{x-y}{2x+y}, M(2; 1).$

827. $z = e^{\frac{x}{2}} (x + y^2), M(2; 1).$

828. $u = xyz, M(3; -1; 2).$

829. $u = x^2 + y^2 - z^2, M(1; -1; 2).$

830. $u = 4 - x^2 - y^2 + z^2, M(3; 2; 1).$

831. $u = \sqrt{x^2 + y^2 + z^2}, M(-1; 2; 0).$

832. Найти производную функции $u = u(x, y)$ в точке $M(x_0, y_0)$ по направлению градиента функции $v = v(x, y)$ в этой точке. В каком случае эта производная равна нулю?

833. Найти производную функции $z = x - y$ в точке $M(0; 0)$ по направлению градиента этой же функции в точке M .

834. Найти производную функции $u = \ln(xy) - z^6$ в точке $M\left(2; \frac{1}{2}; 1\right)$ по направлению градиента функции $u = 2x^2 + 4xy + 3y^2 + 2z$ в точке M .

835. Найти направление наибыстрейшего возрастания функции $u = (x + y)^2 + xyz + \frac{z^2}{2}$ в точке $M(1; 1 - 2)$.

Экстремумы функции нескольких переменных

Найти экстремум функции:

836. $z = x^2 + y^2 + xy - 4x - 5y.$

837. $z = y^2 - x^2 + xy - 2x - 6y.$

838. $z = x^3 - y^3 - 3xy.$

839. $z = (x-1)^2 + 4y^2.$

840. $z = x^3 + 3xy^2 - 51x - 24y.$

841. $z = xy(1-x-y).$

842. $z = y\sqrt{x} - y^2 - x + 6y.$

843. $z = e^{\frac{x}{2}}(x+y^2).$

844. $z = e^{-x^2-y^2}(3x^2+y^2).$

845. $z = \sin x + \sin y + \sin(x+y),$ где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}.$

846. $z = \sin x + \cos y + \cos(x-y),$ где $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, 0 \leq y \leq \frac{\pi}{2}.$

847. $z = (\cos x + \cos y)^2 + (\sin x + \sin y)^2.$

Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = f(x, y)$ в ограниченной замкнутой области D :

848. $z = 5x^2 - 3xy + y^2, D: 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1.$

849. $z = -x^2 - y^2 + 4(x-y), D: x = 0, x + 2y - 4 = 0, x - 2y - 4 = 0.$

850. $z = x^2 + 2xy - y^2 - 4x, D: y = 0, x = 3, x - y + 1 = 0.$

- 851.** $z = x^2 + xy - 2$, $D: y \leq 0, y \geq 4x^2 - 4$.
- 852.** $z = x^2 - xy + 2y^2 + 3x + 2y + 1$, $D: y = 0, x = 0, x + y + 5 = 0$.
- 853.** $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y + 2$, D – прямоугольник $ABCD$,
 $A(4; -3), B(4; 2), C(1; 2), D(1; -3)$.

Найти условный экстремум функций:

- 854.** $z = 8 - 2x - 4y$ при $x^2 + 2y^2 = 12$.
- 855.** $z = 16 - 10x - 24y$ при $x^2 + y^2 = 169$.
- 856.** $z = x^2 - y^2$ при $x + 2y - 6 = 0$.
- 857.** $z = x^2 + y^2$ при $x - 2y - 5 = 0$.
- 858.** $z = x^2 + y^2 + xy - 5x - 4y + 10$ при $x + y = 4$.
- 859.** $z = e^{-xy}$, $x + y = 1$.
- 860.** $z = xy$, $x^2 + y^2 = 1$.
- 861.** $z = 6 - 4x - 3y$, $x^2 + y^2 = 1$.
- 862.** $z = 5 - 3x - 4y$, $x^2 + y^2 = 25$.
- 863.** $z = 8 - (x + 2)^2 - (y - 4)^2$, $x + 3y = 0$.
- 864.** $z = 1 - 4x - 8y$, $x^2 - 8y^2 = 2$.
- 865.** Из всех прямоугольных параллелепипедов, имеющих данный объем V , найти тот, полная поверхность которого наименьшая.
- 866.** При каких размерах открытый прямоугольный бассейн объема 500 м^3 имеет наименьшую поверхность.
- 867.** Каковы должны быть размеры консервной банки цилиндрической формы, чтобы на изготовление банки пошло наименьшее количество материала, если объем банки 500 см^3 .

- 868.** Найти прямоугольный параллелепипед с данной площадью поверхности S , имеющий наибольший объем.
- 869.** Найти наибольший объем кругового цилиндра, периметр осевого сечения которого равен 30 см.
- 870.** Найти прямоугольный параллелепипед с длиной диагонали равной d , имеющий наибольший объем.
- 871.** На эллипсе $x^2 + 4y^2 = 4$ даны две точки $A\left(-\sqrt{3}; \frac{1}{2}\right)$ и $B\left(1; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. На этом же эллипсе найти третью точку C , чтобы треугольник ABC имел наибольшую площадь.

Метод наименьших квадратов

В результате эксперимента были получены значения искомой функции. Методом наименьших квадратов найти функциональную зависимость $y = ax + b$:

872.

x	-1	0	1	2	3	4
y	0	2	3	3,5	3	4,5

873.

x	-2	0	1	2	4
y	0,5	1	1,5	2	3

874.

x	1	2	3	4	5
y	5,3	6,3	4,8	3,8	3,3

875.

x	1	2	3	4	5	6
y	5,2	6,3	7,1	8,5	9,2	10,0

876.

x	0	1	2	4	5
y	2,1	2,4	2,6	2,8	3

877.

x	0,5	1,0	2,0	2,5	3,0
y	0,62	1,64	3,70	5,02	6,04

Методом наименьших квадратов найти функциональную зависимость $y = ax^2 + bx + c$:

878.

x	-3	-1	0	1	3
y	5,2	6,3	7,1	8,5	9,2

879.

x	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1.0
y	2,13	2,153	2,161	2,151	2,128	2,080	2,026	1,859	1,875	1,772

ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

Проверить, будут ли указанные функции решениями следующих уравнений:

880. $y = \sin x, \quad y' - y = 0.$

881. $y = c_1 x, \quad y' x - y = 0.$

882. $y = c_1 + c_2 e^{-9x}, \quad y'' + 9y' = 0.$

883. $y = c_1 \cos 5x + c_2 \sin 5x, \quad y'' + 25y = 0.$

884. $y = -5 \ln x + c_1 x^2 + c_2 x + c_3, \quad y''' = \frac{5}{x^2},$

где c_1, c_2, c_3 - произвольные постоянные.

Составить дифференциальные уравнения семейства линий:

885. $y = cx.$

886. $y = x^2 + cx.$

887. $cy = x^2 + y^2.$

888. $y = ce^{2x}.$

889. $y = c_1 e^x + c_2 x.$

890. $y = c \sin x.$

1. Дифференциальные уравнения первого порядка

Уравнения с разделяющимися переменными

Найти общие решения данных дифференциальных уравнений:

891. $2dy - xdx = 0.$

892. $(2x + 5)dy + ydx = 0.$

893. $yx - y' = 0.$

894. $yy' = 3.$

$$895. y' - (2x + 2)\sqrt{1 - y^2} = 0.$$

$$896. ydy - xdx = 0.$$

$$897. y'\sqrt{1 + x^2} - y = 0.$$

$$898. y'x + \sqrt{4 - y^2} = 0.$$

$$899. y'(4 + x^2) + y^2 = 0.$$

$$900. y'(4 - x^2) - 4y = 0.$$

$$901. \sqrt{x}dy - ydx = dx.$$

$$902. 3xdx - 2xdy = dx + dy.$$

$$903. y'\sqrt{x^2 - 4x + 8} - \sqrt{16 - y^2} = 0.$$

Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений, удовлетворяющие данным начальным условиям:

$$904. y' - 2xy - y = 0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = \sqrt{3}.$$

$$905. \sqrt{9 - x^2}dy - ydx = 0, \quad x_0 = \frac{3}{2}, \quad y_0 = 1.$$

$$906. dy - 2ydx = dx, \quad x_0 = \ln 2, \quad y_0 = \frac{5}{2}.$$

$$907. 2dy - (1 + 4y^2)dx = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{12}, \quad y_0 = -\frac{1}{2}.$$

$$908. x\sqrt{25 - y^2} - e^{-x}y' = 0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0.$$

$$909. y' \sec 5x - 5y = 0, \quad x_0 = \pi, \quad y_0 = \frac{1}{5}.$$

$$910. \sqrt{2 + y} \operatorname{cosec}^2 x - y' \cos^2 x = 0, \quad x_0 = \frac{\pi}{4}, \quad y_0 = 2.$$

Однородные уравнения и приводящиеся к ним

Проинтегрировать данные уравнения:

911. $y' = \operatorname{tg} \frac{y}{x} + \frac{y}{x}$.

912. $y' = \frac{y^2}{x^2} - \frac{y}{x}$.

913. $xy' \cos \frac{y}{x} = y \cos \frac{y}{x} - x$.

914. $xy' = y \left(1 + \ln \frac{y}{x} \right)$.

915. $(2x + y)dy - (x + 2y)dx = 0$.

916. $xy' = y + \sqrt{25x^2 - y^2}$.

917. $2x^2 y' = 3x^2 + 6xy + y^2$.

918. $x^2 dy = (x^2 + xy + y^2) dx$

919. $xdy + (2\sqrt{xy} - y)dx = 0$.

920. $xy' = y + \sqrt{y^2 - x^2}$.

921. $\frac{2x}{y^3} dx + \frac{y^2 - 3x^2}{y^4} dy = 0$.

922. $\left(1 + e^{\frac{x}{y}} \right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0$.

Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие заданным начальным условиям:

923. $(xy' - y) \operatorname{arctg} \frac{y}{x} = x$,

$x_0 = 1, \quad y_0 = 0$.

924. $(y^2 - 3x^2) dy + 2xy dx = 0$,

$x_0 = 0, \quad y_0 = 1$.

925. $y' = \frac{y^2 - 2xy - x^2}{y^2 + 2xy - x^2}$,

$x_0 = 1, \quad y_0 = -1$.

Проинтегрировать данные уравнения:

926. $y' = \frac{x + y + 3}{3x + 3y + 1};$

927. $(x + 2y + 1)dx - (2x - 4y + 3)dy = 0;$

928. $y' = \frac{2x - y + 1}{x - 2y + 1};$

929. $(x + y + 1)dx - (1 - 2x - 2y)dy = 0;$

930. $y' = \frac{x + 2y + 1}{2x - 3}.$

Линейные уравнения

Найти общие решения данных уравнений:

931. $y' + y = x.$

932. $y' - y = e^x.$

933. $xy' - 2y = x^3 + x.$

934. $xy' - 4y = 2x^2 - 3x.$

935. $y' - 5x^4 y = e^{x^5}.$

936. $xy' - y = x\sqrt{x}.$

937. $y' \sin x - y = \sin x \sin \frac{x}{2}.$

938. $\sqrt{1 - x^2} (xy' + y) = 1.$

939. $y' \sin x - y \cos x = \sin x - x \cos x.$

940. $xy' + y = \ln x + 1.$

941. $y' - y \operatorname{tg} x = \operatorname{ctg} x.$

942. $x dy + y dx = \sin x dx.$

943. $x dy + y dx + e^x dx = 0.$

944. $e^x dy + ye^x dx = \sin 2x dx.$

945. $2xy dx + x^2 dy = \cos x dx.$

$$946. \quad xdy - ydx = \frac{x^2 dx}{\sqrt{1-x^2}}.$$

$$947. \quad xdy - ydx = x^2 \sqrt{4+x^2} dx$$

$$948. \quad y' \arcsin x - \frac{y}{\sqrt{1-x^2}} = \arcsin x - \frac{x}{\sqrt{1-x^2}}.$$

Уравнения Бернулли

Решить уравнения Бернулли:

$$949. \quad xy' + y + xy^2 = 0$$

$$950. \quad y' - xy + y^3 e^{-x^2} = 0.$$

$$951. \quad 2y' + y = \frac{x}{y}.$$

$$952. \quad xy' - 4y - 2x^2 \sqrt{y} = 0.$$

$$953. \quad 2y' = \frac{xy}{x^2-1} + \frac{x}{y} = 0.$$

$$954. \quad (y'+3y)e^x - (1+x)\sqrt[3]{y^2} = 0.$$

$$955. \quad y' + xy = xy^3.$$

$$956. \quad 3y' + y - \frac{1}{y^2} = 0.$$

Найти частные решения следующих дифференциальных уравнений:

$$957. \quad xy' + 2y = 2x^2 \sqrt{y}, \quad y(3) = 1.$$

$$958. \quad x^2 + y^2 - 4xy \cdot y' = 0, \quad y(1) = 2.$$

$$959. \quad 2xy' + 3y + x^4 y^3 = 0, \quad y(1) = 1.$$

$$960. \quad \sqrt{1-x^2} \cdot y' + y = y^2 \arcsin x, \quad y(0) = -1.$$

Решить следующие дифференциальные уравнения, если заданы начальные условия, найти частные решения:

961. $xy' + y = y^2 \ln x$.

962. $y' + 2xy = 2x^3 y^3$.

963. $y' - y \operatorname{tg} x - y^4 \cos x = 0$, $y\left(\frac{\pi}{4}\right) = -\sqrt{2}$.

964. $(1 - x^2)y' - xy - xy^2 = 0$.

965. $y - y' \cos x = y^2 \cos x(1 - \sin x)$.

966. $y' - x\sqrt{y} = \frac{xy}{x^2 - 1}$, $y(2) = 4$.

967. $e^{-x}y' + 2y - 2\sqrt{y} = 0$.

968. $y' + \frac{y - y^2}{x^2 + 1} = 0$, $y(0) = \frac{1}{4}$.

Уравнения в полных дифференциалах

Проверить, что данные уравнения являются уравнениями в полных дифференциалах и решить их:

969. $(x^2 + y)dx + (x - 2y)dy = 0$.

970. $(y - 3x^2)dx - (4y - x)dy = 0$.

971. $(\cos x + 2xy)dx + (x^2 + \sin y)dy = 0$.

972. $(y^3 - x)y' = y$.

$$973. \left(\frac{y^2}{(x-y)^2} - \frac{1}{x} \right) dx + \left(\frac{1}{y} - \frac{x^2}{(x-y)^2} \right) dy = 0.$$

$$974. 2(3xy^2 + 2x^3)dx + 3(2x^2y + y^2)dy = 0.$$

$$975. \frac{xdx + (2x + y)dy}{(x + y)^2} = 0.$$

$$976. \left(\frac{1}{x^2} + \frac{3y^2}{x^4} \right) dx = \frac{2ydy}{x^3}.$$

$$977. \frac{x^2 dy - y^2 dx}{(x - y)^2} = 0.$$

$$978. xdx + ydy = \frac{ydx - xdy}{x^2 + y^2}.$$

$$979. \frac{xdx + ydy}{\sqrt{x^2 + y^2}} = \frac{ydx - xdy}{x^2}.$$

$$980. \left(1 + e^{\frac{x}{y}} \right) dx + e^{\frac{x}{y}} \left(1 - \frac{x}{y} \right) dy = 0.$$

Найти интегрирующий множитель данных уравнений и решить их:

$$981. ydx + x \ln x dy = 0.$$

$$982. (x^2 + y)dx - x dy = 0.$$

$$983. (y + xy^2)dx - x dy = 0.$$

$$984. \left(\frac{2}{\sqrt{x}} + \sin x \right) dx + (\cos y + 2y) dy = 0.$$

$$985. \frac{y}{x} dx + (y^3 - \ln x) dy = 0.$$

2. Дифференциальные уравнения второго порядка

Некоторые дифференциальные уравнения, допускающие понижение порядка

Найти общие решения уравнений:

986. $y'' = 3x^2 - 4x + 1.$

987. $y'' = \ln x.$

988. $y'' = \sin 2x.$

989. $y'' = x^2 - \cos x.$

990. $y'' = 4y.$

991. $y'' = \frac{5}{y^3}.$

992. $(1 + x^2)y'' + (y')^2 + 1 = 0.$

993. $xy'' = y' \ln \frac{y'}{x}.$

994. $y'' + y' \operatorname{tg} x = \sin 2x.$

995. $xy'' - y' = x^2 e^x.$

996. $1 + (y')^2 = 2yy''.$

997. $2(y')^2 = (y - 1)y''.$

998. $y'' \operatorname{tgy} = 2(y')^2.$

999. $y'' + (y')^3 e^y = 0.$

Линейные однородные уравнения с постоянными коэффициентами

Найти общее решение следующих уравнений:

1000. $y'' - 9y = 0.$

1001. $y'' + 9y = 0.$

1002. $y'' - y' = 0.$

1003. $y'' + 25y = 0.$

1004. $y'' + 25y' = 0.$

1005. $y'' - 8y = 0.$

1006. $y'' - 25y = 0.$

1007. $y'' - 2y' + y = 0.$

1008. $y'' - 6y' + 9y = 0.$

1009. $y'' + 4y' + 10y = 0.$

1010. $y'' + 100y = 0.$

1011. $y'' - 20y' + 19y = 0.$

1012. $2y'' - 3y' - 2y = 0.$

1013. $y'' + 7y' + 6y = 0.$

1014. $y'' + 6y' + 10y = 0.$

1015. $y'' + 3y = 0.$

1016. $y'' + 4y' + 13y = 0.$

1017. $y'' - 2 \cdot \sqrt{3} y' + 7y = 0.$

1018. $y'' + y' - 12y = 0.$

1019. $y'' + 4y' + 4y = 0.$

1020. $y'' - 4y' - 7y = 0.$

1021. $y'' + 9y' - 10y = 0.$

1022. $y'' + 10y' + 100y = 0.$

1023. $y'' + 7y' + 2y = 0.$

1024. $y'' + 4y' = 0.$

*Линейные неоднородные уравнения с постоянными
коэффициентами*

Найти общие решения следующих уравнений:

1025. $y'' + 3y' + 2y = 5e^{5x}.$

1026. $y'' + 3y' + 2y = 3e^{2x}.$

1027. $y'' + 7y' + 20y = e^x.$

1028. $y'' + y' + 10y = 3x^2.$

1029. $y'' + y' + y = 3\cos 2x.$

1030. $y'' - 4y' = 4e^{4x}.$

1031. $y'' + y = \sin 5x.$

1032. $y'' + 100y = \sin 2x.$

1033. $y'' + 9y = \cos 3x.$

1034. $y'' - 9y = e^{2x}.$

1035. $y'' - 6y' + 9y = e^{3x}.$

1036. $y'' - y' = 4 + x.$

1037. $y'' + 2y' + y = e^{-x}.$

1038. $y'' - 3y' = x^3 + 2.$

1039. $y'' + 3y' = 1.$

1040. $y'' + y = x \cos x.$

1041. $y'' - y = xe^x.$

1042. $y'' - y' + 2y = x \sin x.$

1043. $y'' + y' + y = x^2 e^x.$

1044. $y'' - 9y = e^{3x}.$

1045. $y'' + y = \cos x + \sin 5x$

1046. $y'' + y' = x \sin x.$

1047. $y'' + y' - 2y = 2e^{-2x} + e^{2x}.$

1048. $y'' - 4y = e^{2x} + 3e^{-2x}.$

1049. $y'' - y' - 2y = \sin x + x^2.$

1050. $y'' + 9y = 4 \sin 3x + x.$

Применив метод вариации произвольных постоянных, проинтегрировать следующие уравнения:

1051. $y'' - 7y' + 6y = \sin x.$

1052. $y'' + y = \cos x.$

1053. $y'' - 2y' - 3y = x^2.$

1054. $y'' + y' = x e^x.$

1055. $y'' + 4y' = x + e^{-4x}.$

1056. $y'' + y = \frac{1}{\cos x}.$

1057. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x}.$

1058. $y'' + 3y' + 2y = \frac{1}{e^x + 1}.$

1059. $y'' + 2y' + y = 3e^{-x} \sqrt{x+1}.$

1060. $y'' + y = \cos x + \sin 5x.$

1061. $y'' - 4y = e^{2x} + 3e^{-2x}$

1062. $y'' - 4y' + 5y = \frac{e^{2x}}{\cos x}.$

1063. $y'' + 4y = \operatorname{ctg} 2x.$

1064. $y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2}.$

1065. $y'' - 6y' + 8y = \frac{4e^{2x}}{1 + e^{-2x}}.$

Найти частные решения дифференциальных уравнений, удовлетворяющие указанным начальным условиям:

$$1066. \quad y'' + y = 0 \quad x_0 = \frac{\pi}{2}, \quad y_0 = 2, \quad y'_0 = -1.$$

$$1067. \quad y'' - 2y' + y = 0 \quad x_0 = 2, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = -2.$$

$$1068. \quad y''(e^x + 1) + y' = 0 \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 3, \quad y'_0 = 2.$$

$$1069. \quad yy'' + (y')^2 = 0 \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 2, \quad y'_0 = 4.$$

$$1070. \quad 4y'' + 4y' + y = 0 \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = -1.$$

$$1071. \quad y'' - 3y' = 2 - 6x \quad x_0 = 2, \quad y_0 = 3, \quad y'_0 = 7.$$

$$1072. \quad y'' + y = 4e^x \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 4, \quad y'_0 = -3.$$

$$1073. \quad y'' + 6y' + 5y = e^{2x} \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = \frac{10}{21}.$$

$$1074. \quad y'' + 2y' + 2y = xe^x \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 0, \quad y'_0 = 0.$$

3. Дифференциальные уравнения высших порядков

Решить уравнения. Если даны начальные условия, найти частные решения:

$$1075. \quad y''' - 2y' = 0.$$

$$1076. \quad y''' + y'' = 0.$$

$$1077. \quad y''' + y = 0.$$

$$1078. \quad y''' - 5y'' + 8y' - 4y = 0.$$

$$1079. \quad y^{IV} - x = 0.$$

$$1080. \quad y^{IV} - y'' = 0.$$

$$1081. \quad y^{IV} - 16y = 0.$$

$$1082. y^{IV} - y = 0, \quad x_0 = 0, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = 0, \quad y''_0 = -1, \quad y'''_0 = 0.$$

$$1083. xy''' = 2, \quad x_0 = 1, \quad y_0 = 1, \quad y'_0 = 1, \quad y''_0 = 3.$$

$$1084. y''' - 3y'' + 3y' - y = e^x.$$

$$1085. y''' - 4y'' + 5y' - 2y = 2x + 3.$$

$$1086. y^{IV} + 5y'' + 4y = 3\sin x.$$

4. Системы линейных дифференциальных уравнений

Решить системы дифференциальных уравнений

$$1087. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = 3x + 4y. \end{cases}$$

$$1088. \begin{cases} x' = y, \\ y' = x. \end{cases}$$

$$1089. \begin{cases} x' = 2x + y, \\ y' = -x + 4y. \end{cases}$$

$$1090. \begin{cases} x' = x - 5y, \\ y' = 2x - y. \end{cases}$$

$$1091. \begin{cases} x' = 3x + y, \\ y' = 8x + y. \end{cases}$$

$$1092. \begin{cases} x' = 3x + 5y, & x(0) = 2, \\ y' = -2x - 8y, & y(0) = 5. \end{cases}$$

$$1093. \begin{cases} x' - 2x + 5y = e^t, \\ y' - 4x + 2y = 2e^{3t}. \end{cases}$$

$$1094. \begin{cases} x' = 3x - 2y, & x(0) = 1, \\ y' = 2x - y, & y(0) = 2. \end{cases}$$

$$1095. \begin{cases} x' + 2x + 4y = 1 + 4t, \\ y' + x - y = \frac{3}{2}t^2. \end{cases}$$

$$1096. \begin{cases} x' = x + 3y + \sin t, \\ y' = x - y - 4\sin t. \end{cases}$$

$$1097. \begin{cases} x' = x - y + 4e^t, \\ y' = 2x - y + e^{2t}. \end{cases}$$

$$1098. \begin{cases} x' = 3x + y + 2t^2 + 3, \\ y' = 3x + y + e^{-3t}. \end{cases}$$

$$1099. \begin{cases} x' = -2x + 4y + 3t^2 + t, \\ y' = -5x + 2y + 2\sin t. \end{cases}$$

$$1100. \begin{cases} x' = x - y - 2e^{2t}, \\ y' = -4x - 2y + e^{4t}. \end{cases}$$

ОТВЕТЫ

1. $\frac{x^3}{3} + \frac{3x^4}{4} + \frac{x^2}{2} + x + c.$

2. $\ln|x| - \frac{2x+1}{2x^2} + c.$

3. $\frac{x^5}{5} + \frac{5}{6}x\sqrt[5]{x} + 2x\sqrt{x} - \frac{1}{x} + c.$

4. $2\sqrt{x} - 4\sqrt[4]{x} + c.$

5. $\frac{2^x}{\ln 2} + \frac{3^x}{\ln 3} + c.$

6. $2 \operatorname{arctg} x - 3 \arcsin x + c$

7. $5 \sin x - \cos x + c.$

8. $\frac{1}{8} \ln \left| \frac{x-4}{x+4} \right| + c.$

9. $\frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c.$

10. $\arcsin \frac{x}{\sqrt{7}} + c.$

11. $\ln \left| x + \sqrt{6+x^2} \right| + c.$

12. $\ln \left| x + \sqrt{x^2-3} \right| + c.$

13. $\frac{1}{2\sqrt{5}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{5}}{x+\sqrt{5}} \right| + c.$

14. $\frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{x}{\sqrt{3}} + c.$

15. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x+\sqrt{2}}{x-\sqrt{2}} \right| + c.$

16. $-5 \operatorname{ctg} x - \frac{1}{3} \operatorname{tg} x + c.$

17. $x^5 - \frac{1}{3x^3} + c.$

18. $\frac{5}{6} \sqrt[5]{x}(x-6) + c.$

19. $\frac{2}{3} x\sqrt{x} - 3x + 6\sqrt{x} - \ln|x| + c.$

20. $\frac{3 \cdot 4^x}{\ln 4} - \frac{2}{\sqrt{x}} + c.$

21. $2e^x + \frac{1}{2x^2} + c.$

22. $e^x + \operatorname{tg} x + c.$

23. $-(\operatorname{tg} x + \operatorname{ctg} x) + c.$

24. $\operatorname{tg} x - \operatorname{ctg} x + c.$

25. $3 \operatorname{tg} x - 4 \operatorname{ctg} x + c.$

26. $3 \operatorname{tg} x + 2 \operatorname{ctg} x + c.$

27. $\cos x - \operatorname{ctg} x + c.$

28. $\operatorname{tg} x - x + c.$

29. $-(x + \operatorname{ctg} x) + c.$

30. $\arcsin x - \ln \left| x + \sqrt{1+x^2} \right| + c.$

$$31. x - \sin x + c.$$

$$32. \frac{1}{5} \sin 5x + c.$$

$$33. -\frac{1}{7} \cos 7x + c.$$

$$34. 4 \sin \frac{x}{4} + c.$$

$$35. -e^{-x} + c.$$

$$36. 2 \left(e^{\frac{x}{2}} - e^{-\frac{x}{2}} \right) + c.$$

$$37. \frac{1}{3} \operatorname{tg} 3x + c.$$

$$38. -2 \operatorname{ctg} \frac{x}{2} + c.$$

$$39. \frac{1}{4} \ln \left| 4x + \sqrt{16x^2 - 3} \right| + c.$$

$$40. \frac{1}{2\sqrt{5}} \operatorname{arctg} \frac{2x}{\sqrt{5}} + c.$$

$$41. \frac{1}{2} \arcsin \frac{2x}{5} + c.$$

$$42. \frac{1}{\sqrt{2}} \ln \left| \sqrt{2}x + \sqrt{3 + 2x^2} \right| + c.$$

$$43. \frac{1}{3} \ln \left| \frac{3x-1}{3x+1} \right| + c.$$

$$44. \frac{1}{\sqrt{3}} \arcsin \frac{\sqrt{15}x}{5} + c.$$

$$45. \frac{1}{2\sqrt{15}} \ln \left| \frac{\sqrt{5}x + \sqrt{3}}{\sqrt{5}x - \sqrt{3}} \right| + c.$$

$$46. \frac{1}{3} \ln \left| 3x + \sqrt{9x^2 - 5} \right| + c.$$

$$47. \frac{(2+5x)^{10}}{50} + c.$$

$$48. -\frac{2}{3} \sqrt{2-3x} + c.$$

$$49. \frac{1}{3} (2x-5)^{\frac{3}{2}} + c.$$

$$50. -\frac{1}{15(5x+3)^3} + c.$$

$$51. -\frac{1}{2} \cos(2x-3) + c.$$

$$52. \frac{1}{7} \sin \left(\frac{\pi}{6} + 7x \right) + c.$$

$$53. \frac{1}{10} \operatorname{tg} \left(10x - \frac{\pi}{4} \right) + c.$$

$$54. -\frac{3}{28} (3-7x)^{\frac{4}{3}} + c.$$

$$55. \frac{1}{5} \ln |5x+2| + c.$$

$$56. -\frac{1}{3} \ln |2-3x| + c.$$

$$57. -\frac{5}{33} (8-3x)^{\frac{11}{5}} + c.$$

$$58. \frac{1}{2} \ln |x^2 + 3| + c.$$

$$59. \ln |\sin x| + c.$$

$$60. -\ln |\cos x| + c.$$

$$61. -\frac{1}{3} \ln|1 + 3 \cos x| + c.$$

$$62. -\frac{1}{4(\ln x + 1)^4} + c.$$

$$63. \frac{1}{3} \ln|3 + \sin 3x| + c.$$

$$64. \ln|\sin 2x| + c.$$

$$65. \frac{\sin^3 x}{3} + c.$$

$$66. -\frac{\cos^4 x}{4} + c.$$

$$67. -e^{\cos x} + c.$$

$$68. -\frac{1}{3} e^{-x^3} + c.$$

$$69. 2e^{\sqrt{x}} + c.$$

$$70. -\frac{1}{2 \sin^2 x} + c.$$

$$71. e^{\sin x} + c.$$

$$72. e^{\operatorname{tg} x} + c.$$

$$73. \frac{2^{\sqrt{x}+1}}{\ln 2} + c.$$

$$74. -\frac{\frac{1}{3^x}}{\ln 3} + c.$$

$$75. \frac{1}{4 \cos^4 x} + c.$$

$$76. \frac{3}{4} (2 + \ln x)^{\frac{4}{3}} + c.$$

$$77. -\frac{2}{15} (3 + \cos 5x)^{\frac{3}{2}} + c$$

$$78. \frac{7}{90} (3 + 5 \sin 3x)^{\frac{6}{7}} + c$$

$$79. \frac{1}{8} \ln(5 + 2e^{4x}) + c.$$

$$80. \frac{\operatorname{arctg}^3 x}{3} + c.$$

$$81. \frac{3(\arcsin x)^{\frac{4}{3}}}{4} + c.$$

$$82. \frac{1}{2} \arcsin \frac{x^2}{\sqrt{2}} + c.$$

$$83. \frac{1}{4} \ln|x^4 + \sqrt{x^8 - 3}| + c.$$

$$84. \arcsin \frac{e^x}{\sqrt{5}} + c.$$

$$85. \frac{1}{4\sqrt{5}} \ln \left| \frac{\sqrt{5} - \cos 2x}{\sqrt{5} + \cos 2x} \right| + c.$$

$$86. \frac{1}{4} \ln|(x-2)(x+2)^7| + c.$$

$$87. \sqrt{x^2 + 1} + \ln|x + \sqrt{x^2 + 1}| + c.$$

$$88. \arcsin x - \sqrt{1 - x^2} + c.$$

$$89. \frac{2x+9}{4} \sqrt{4x+1} + c.$$

- 90.** $\frac{2(44-15x)}{27}\sqrt{1-3x} + c.$
105. $\operatorname{arctg}(x+2) + c.$
- 91.** $\frac{4(17-14x)}{147}\sqrt{7x-1} + c.$
106. $\ln\left|x+1+\sqrt{x^2+2x+3}\right| + c.$
- 92.** $e^{\operatorname{arctg} x} + c.$
107. $\arcsin\frac{x-2}{2} + c.$
- 93.** $\frac{1}{2}\cos\frac{1}{x^2} + c.$
108. $\arcsin\frac{x+1}{2} + c.$
- 94.** $5\ln\left(e^x + \sqrt{e^{2x}-4}\right) + c.$
109. $\frac{1}{\sqrt{2}}\arcsin\frac{4x-3}{5} + c.$
- 95.** $\frac{1}{5\sqrt{3}}\arcsin\left(\sqrt{3}\sin 5x\right) + c.$
110. $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{x-1}{3x+1}\right| + c.$
- 96.** $-\frac{1}{2}\operatorname{arctg}\frac{2\cos\frac{x}{3}}{3} + c.$
111. $\frac{3}{2}\ln(x^2-2x+5) + 2\operatorname{arctg}\frac{x-1}{2} + c.$
- 97.** $\frac{1}{5}\arcsin\frac{x^5}{2} + c.$
112. $\frac{5}{2}\ln(x^2+3x+3) - \frac{17}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x+3}{\sqrt{3}} + c.$
- 98.** $\frac{1}{7\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{x^7}{\sqrt{5}} + c.$
113. $\frac{1}{2}\ln|x^2+x-1| + \frac{1}{2\sqrt{5}}\ln\left|\frac{2x+1-\sqrt{5}}{2x+1+\sqrt{5}}\right| + c.$
- 99.** $-\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{e^{-x}}{\sqrt{2}} + c.$
114. $-\frac{1}{2}\ln(x^2+4x+29) + \frac{4}{5}\operatorname{arctg}\frac{x+2}{5} + c.$
- 100.** $\arcsin\frac{\ln x}{\sqrt{3}} + c.$
115. $-3\sqrt{5-4x-x^2} - 8\arcsin\frac{x+2}{3} + c.$
- 101.** $-2\sqrt{1-x^2} - \frac{2}{3}(\arcsin x)^{\frac{3}{2}} + c.$
116. $\ln\left|2x+1+\sqrt{4x^2+4x+3}\right| - \frac{1}{2}\sqrt{4x^2+4x+3} + c.$
- 102.** $\sqrt{1-x^2} - \frac{1}{2}(\arccos x)^2 + c.$
117. $-5\sqrt{6x-x^2-5} + 26\arcsin\frac{x-3}{2} + c.$
- 103.** $\ln\sqrt{x^2+1} - \frac{1}{2}(\operatorname{arctg} x)^2 + c.$
118. $3\sqrt{6x-x^2} - 8\arcsin\frac{x-3}{3} + c.$
- 104.** $-2\sqrt{1+\cos^2 x} + c.$
119. $\frac{1}{2}\sqrt{3x+2x^2} + \frac{9}{4\sqrt{2}}\ln\left|x+\frac{3}{4}+\sqrt{x^2+\frac{3}{2}x}\right| + c.$

$$120. 4\sqrt{x^2 + 8x + 7} - 5 \ln|x + 4 + \sqrt{x^2 + 8x + 7}| + c.$$

$$121. \frac{7}{2} \ln|x^2 - 6x + 1| + \frac{5}{\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x - 3 - 2\sqrt{2}}{x - 3 + 2\sqrt{2}} \right| + c.$$

$$122. \ln \frac{(x-2)^2}{|x-3|} + c.$$

$$123. \frac{1}{2} \ln \sqrt{x^2 + 7x + 13} - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+7}{\sqrt{3}} + c.$$

$$124. -\sqrt{3-2x-x^2} - 4 \arcsin \frac{x+1}{2} + c.$$

$$125. x - 4 \ln|x + 4| + c.$$

$$126. \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} \ln|2x + 1| + c.$$

$$127. \frac{x^3}{3} + x^2 + 4x + 8 \ln|x - 2| + c.$$

$$128. \frac{3}{2}x^2 - 3x + 8 \ln|x + 1| + c.$$

$$129. \frac{x^4}{4} + \frac{x^3}{3} + \frac{3x^2}{2} + 9x + 27 \ln|x - 3| + c.$$

$$130. \frac{x^4}{4} - \frac{x^3}{6} + \frac{7x^2}{8} - \frac{7x}{8} + \frac{7}{16} \ln|2x + 1| + c.$$

$$131. \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + x^2 - 4x + 9 \ln|x + 2| + c.$$

$$132. \frac{x^3}{3} - a^2x + a^3 \operatorname{arctg} \frac{x}{a} + c.$$

$$133. \frac{(x+4)^2}{2} + \ln \frac{(x-1)^8}{|x|} + c.$$

$$134. 2x + \ln(x^2 - x + 1) - \frac{4}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + c.$$

135. $3x + \frac{3}{2} \ln(x^2 - x + 1) - \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x-1}{\sqrt{3}} + c.$
136. $x - \frac{5}{2} \ln|x^2 + 8x - 7| + \frac{27}{2\sqrt{23}} \ln \left| \frac{x+4-\sqrt{23}}{x+4+\sqrt{23}} \right| + c.$
137. $\frac{3}{2}x^2 + 16x + 33 \ln(x^2 - 6x + 10) + 38 \operatorname{arctg}(x-3) + c.$
138. $\frac{(x+8)^2}{2} + \frac{55}{2} \ln|x^2 - 8x + 7| + \frac{82}{3} \ln \left| \frac{x-7}{x-1} \right| + c.$
139. $\frac{4x^3 - 4x - 1}{x-1} + 6 \ln|x-1| + c.$
140. $\frac{x^4}{4} - x^2 + \ln(x^2 + 1) + \operatorname{arctg} x + c.$
141. $\frac{x^3}{3} - x^2 + 3x - 4 \ln|x+1| - \frac{2}{x+1} + c.$
142. $x(\ln x - 1) + c.$
143. $\frac{x^2}{4}(2 \ln x - 1) + c.$
144. $\left(\frac{x^2}{2} - \frac{2}{9} \right) \ln(3x+2) - \frac{x^2}{4} + \frac{x}{3} + c.$
145. $\left(\frac{x^3}{3} + \frac{3}{2}x^2 + 2x \right) \ln x - \frac{x^3}{9} - \frac{3x^2}{4} - 2x + c.$
146. $x \ln(x^2 + 1) - 2x + 2 \operatorname{arctg} x + c.$
147. $-e^{-x}(x+1) + c.$
148. $\frac{1}{5} e^{5x} \left(x + \frac{9}{5} \right) + c.$
149. $e^{2x}(x+1) + c.$
150. $-2e^{-\frac{x}{2}}(x^2 + 4x + 8) + c.$
151. $-e^{-x}(x^3 + 3x^2 + 6x + 6) + c.$

152. $x \sin x + \cos x + c$
153. $\sin x - x \cos x + c$
154. $\frac{x+1}{3} \sin 3x + \frac{\cos 3x}{9} + c.$
155. $(x^2 - 2) \sin x + 2x \cos x + c.$
156. $\frac{x^2}{4} + \frac{x}{4} \sin 2x + \frac{1}{8} \cos 2x + c.$
157. $\ln|\sin x| - x \operatorname{ctg} x + c.$
158. $x \operatorname{tg} x + \ln|\cos x| + c.$
159. $x \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} \ln(x^2 + 1) + c.$
160. $x \arcsin x + \sqrt{1-x^2} + c.$
161. $\frac{x^2+1}{2} \operatorname{arctg} x - \frac{1}{2} x + c.$
162. $\frac{x^2}{2} \operatorname{arcctg}(1-x) - \frac{x}{2} - \frac{1}{2} \ln(x^2 - 2x + 2) + c.$
163. $\sqrt{1+x} \arcsin x + 4\sqrt{1-x} + c.$
164. $x \operatorname{arctg} \sqrt{7x-1} - \frac{1}{7} \sqrt{7x-1} + c.$
165. $\frac{x^2-1}{2} \ln \left| \frac{1+x}{1-x} \right| + c.$
166. $\frac{1}{2} e^x (\sin x - \cos x) + c.$
167. $\frac{1}{2} e^x (\sin x + \cos x) + c.$
168. $\frac{1}{13} e^{2x} (3 \sin 3x + 2 \cos 3x) + c.$
169. $\frac{2}{5} e^x (2 \sin \frac{x}{2} - \cos \frac{x}{2}) + c.$
170. $x \left(1 + (\ln x - 1)^2 \right) + c.$

171. $\frac{5}{4}\sqrt[5]{x^4}\left(\ln x - \frac{5}{4}\right) + c.$
172. $x\ln(x^2 + 2) - 2x + \frac{4}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg}\frac{x}{\sqrt{2}} + c.$
173. $\frac{x}{2}(\cos(\ln x) + \sin(\ln x)) + c.$
174. $-\frac{x}{2\sin^2 x} - \frac{1}{2}\operatorname{ctg} x + c.$
175. $\ln|\cos x| - \frac{x^2}{2} + x\operatorname{tg} x + c.$
176. $-\frac{\operatorname{arctg} x}{x} - \frac{1}{2}\ln\left(1 + \frac{1}{x^2}\right) + c.$
177. $2\sqrt{x}\arcsin\sqrt{x} + 2\sqrt{1-x} + c.$
178. $\frac{1}{2}\ln\left|\frac{x}{x+2}\right| - \frac{\ln(x+2)}{x} + c.$
179. $2\sqrt{x}\operatorname{arctg}\sqrt{x} - \ln|1+x| + c.$
180. $\frac{3}{\sqrt[3]{x}}(3 - \ln x) + c.$
181. $\frac{e^{\alpha x}(\beta \sin \beta x + \alpha \cos \beta x)}{\alpha^2 + \beta^2} + c.$
182. $\frac{x}{2}\sqrt{7-x^2} + \frac{7}{2}\arcsin\frac{x}{\sqrt{7}} + c.$
183. $\frac{x}{2}\sqrt{x^2-5} - \frac{5}{2}\ln|x + \sqrt{x^2-5}| + c.$
184. $\frac{x}{2}\sqrt{3-x^2} + \frac{3}{2}\arcsin\frac{x}{\sqrt{3}} + c.$
185. $\frac{x}{2}\sqrt{x^2+2} + \ln|x + \sqrt{x^2+2}| + c.$
186. $\frac{\sqrt{3}}{2}\left(x\sqrt{\frac{2}{3}-x^2} + \frac{2}{3}\arcsin\frac{\sqrt{6}x}{2}\right) + c.$

187. $\frac{\sqrt{2}}{2} \left(x\sqrt{x^2 - \frac{1}{2}} - \frac{1}{2} \ln \left| x + \sqrt{x^2 - \frac{1}{2}} \right| \right) + c.$
188. $\frac{x-3}{2} \sqrt{6x-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x-3}{3} + c.$
189. $\frac{x-2}{2} \sqrt{x^2-4x} - 2 \ln \left| x-2 + \sqrt{x^2-4x} \right| + c.$
190. $\frac{2x+5}{4} \sqrt{x^2+5x+4} - \frac{9}{8} \ln \left| x + \frac{5}{2} + \sqrt{x^2+5x+4} \right| + c.$
191. $\frac{x+1}{2} \sqrt{3-2x-x^2} + 2 \arcsin \frac{x+1}{2} + c.$
192. $\frac{x-2}{2} \sqrt{5+4x-x^2} + \frac{9}{2} \arcsin \frac{x-2}{3} + c.$
193. $\frac{x-1}{2} \sqrt{2x-x^2} + \frac{1}{2} \arcsin(x-1) + c.$
194. $-\frac{1}{\sqrt{3}} \left(\frac{\sqrt{3} \cos x}{2} \sqrt{2-3\cos^2 x} + \arcsin \frac{\sqrt{6} \cos x}{2} \right) + c.$
195. $\frac{e^x}{2} \sqrt{e^{2x}+3} + \frac{3}{2} \ln \left(e^x + \sqrt{e^{2x}+3} \right) + c.$
196. $\frac{\sin x}{2} \sqrt{\sin^2 x+3} + \frac{3}{2} \ln(\sin x + \sqrt{\sin^2 x+3}) + c.$
197. $\frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} \sqrt{4-e^x} + 4 \arcsin \frac{e^{\frac{x}{2}}}{2} + c.$
198. $\frac{\ln x}{2} \sqrt{\ln^2 x+1} + \frac{1}{2} \ln(\ln x + \sqrt{\ln^2 x+1}) + c.$
199. $\frac{9}{4} \arcsin \frac{2x-3}{3} + \left(x - \frac{3}{2} \right) \sqrt{3x-x^2} - \frac{2}{3} \sqrt{(3x-x^2)^3} + c.$
200. $\frac{1}{6} \sqrt{(5x+2x^2)^3} + \frac{7}{4\sqrt{2}} \left(\left(x + \frac{5}{4} \right) \sqrt{\frac{5}{2}x+x^2} - \frac{25}{16} \ln \left| x + \frac{5}{4} + \sqrt{\frac{5}{2}x+x^2} \right| \right) + c.$
201. $-\frac{1}{3} \sqrt{(-6x-x^2)^3} - 2 \left((x+3) \sqrt{-6x-x^2} + 9 \arcsin \frac{x+3}{3} \right) + c.$

202. $\ln \left| \frac{(x-2)^3}{x-1} \right| + c.$
203. $\frac{1}{8} \ln \frac{(x+3)^6}{|(x+5)^5(x+1)|} + c.$
204. $\frac{1}{x-1} + \ln \left| \frac{x-2}{x-1} \right| + c.$
205. $\frac{3}{x-2} + 2 \ln \left| \frac{x-2}{x} \right| + c.$
206. $\frac{4x+3}{2(x+1)^2} + 2 \ln \left| \frac{x}{x+1} \right| + c.$
207. $\frac{-(5x+12)}{x^2+6x+8} + 2 \ln \left| \frac{x+4}{x+2} \right| + c.$
208. $\ln \frac{|x|}{\sqrt{x^2+1}} + c.$
209. $\frac{-2}{x+1} + \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + c.$
210. $\ln \frac{\sqrt{(x^2-2x+5)^3}}{|x-1|} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x-1}{2} + c.$
211. $\ln \frac{x^2+4}{(x+1)^2} + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} + c.$
212. $\frac{-(2x-1)}{6(x+1)^2} + \frac{2}{9} \ln \left| \frac{x-2}{x+1} \right| + c.$
213. $-\frac{1}{4} \ln(x^2+1) + \frac{1}{2} \operatorname{arctg} x + \frac{1}{2} \ln|x-1| + c.$
214. $\frac{3}{11} \ln|3x+1| + \frac{2}{33} \ln|2x-3| - \frac{1}{3} \ln|x| + c.$
215. $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{x+1} \right| + c.$

216. $\frac{1}{3} \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+x+1}} + \frac{1}{\sqrt{3}} \operatorname{arctg} \frac{2x+1}{\sqrt{3}} + c.$
217. $\frac{1}{4} x + \ln|x| - \frac{7}{16} \ln|2x-1| - \frac{9}{16} \ln|2x+1| + c.$
218. $\frac{(x+1)^2}{2} + \ln \frac{|x-1|}{\sqrt{x^2+1}} - \operatorname{arctg} x + c.$
219. $\ln \sqrt{\frac{x^2-2}{x^2-1}} + c.$
220. $\frac{1}{2\sqrt{2}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} \right| + \frac{1}{2\sqrt{3}} \ln \left| \frac{x-\sqrt{3}}{x+\sqrt{3}} \right| + c.$
221. $\ln \frac{x^2+4}{\sqrt{x^2+2}} + \frac{3}{2} \operatorname{arctg} \frac{x}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2} \operatorname{arctg} \frac{x\sqrt{2}}{2} + c.$
222. $\frac{3}{2x} - \frac{5}{4} \ln|x| + 20 \ln|x-3| - \frac{47}{4} \ln|x-2| + c.$
223. $-6 \ln \left| \frac{x-1}{x} \right| - \frac{12x^2-5x-1}{2(x^3-x^2)} + c.$
224. $\frac{1}{2} \ln|x+1| - \frac{1}{4} \ln(x^2+1) - \frac{1}{2(x+1)} + c.$
225. $\frac{(x+2)^2}{2} - \frac{1}{4(x-1)^2} - \frac{9}{4(x-1)} + \frac{31}{8} \ln|x-1| + \frac{1}{8} \ln|x+1| + c.$
226. $\frac{x^2}{2} + \ln \left| \frac{x(x-2)\sqrt{(x-1)(x+1)^3}}{x+2} \right| + c.$
227. $\frac{x^2}{2} - 2x - \frac{2}{x} + 2 \ln(x^2+2x+2) - 2 \operatorname{arctg}(x+1) + c.$
228. $\frac{x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + 4x + \ln \left| \frac{x^2(x-2)^5}{(x+2)^3} \right| + c.$

229. $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin 2x + c.$
230. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin 2x + c.$
231. $\frac{x}{2} - \frac{1}{4m} \sin 2mx + c.$
232. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4m} \sin 2mx + c.$
233. $-\cos x + \frac{\cos^3 x}{3} + c.$
234. $\sin x - \frac{\sin^3 x}{3} + c.$
235. $\frac{3x}{8} + \frac{\sin 2x}{4} + \frac{\sin 4x}{32} + c.$
236. $\frac{2\cos^3 x}{3} - \frac{\cos^5 x}{5} - \cos x + c.$
237. $\frac{x}{8} - \frac{\sin 4x}{32} + c.$
238. $\frac{2\cos^3 \frac{x}{2}}{12} - \frac{\cos \frac{x}{2}}{4} + c.$
239. $\frac{x}{16} - \frac{\sin 4x}{64} + \frac{\sin^3 2x}{48} + c.$
240. $\frac{x}{16} - \frac{\sin 4x}{64} + \frac{\sin^3 2x}{48} + c.$
241. $-\frac{\cos^3 x}{3} + \frac{\cos^5 x}{5} + c.$
242. $\sin x - \sin^3 x + \frac{3\sin^5 x}{5} - \frac{\sin^7 x}{7} + c.$
243. $\frac{3x}{128} - \frac{\sin 4x}{128} + \frac{\sin 8x}{1024} + c.$
244. $\frac{\sin^6 x}{6} - \frac{\sin^8 x}{8} + c.$
245. $\frac{3x}{8} - \frac{\sin x}{2} + \frac{\sin 2x}{16} + c.$
246. $3x + 4\sin x + \sin 2x + c.$
247. $\sin x - \frac{2\sin^3 x}{3} + \frac{\sin^5 x}{5} + c.$
248. $\frac{1}{2} \ln |tg x| + c.$
249. $3 \ln \left| tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{6} \right) \right| + c.$
250. $\frac{1}{9} \ln \left| tg \frac{9x}{2} \right| + c.$
251. $\frac{1}{5} \ln \left| tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{5x}{2} \right) \right| + c.$
252. $\frac{1}{2} \left[\ln \left| tg \frac{x}{2} \right| + \ln \left| tg \left(\frac{\pi}{4} + \frac{x}{2} \right) \right| \right] + c.$
253. $-\frac{1}{8} (\cos 4x + 2\cos 2x) + c.$
254. $\frac{1}{4} \sin 2x - \frac{1}{16} \sin 8x + c.$
255. $\frac{1}{2} \left(\frac{\sin(m-n)x}{(m-n)} - \frac{\sin(m+n)x}{(m+n)} \right) + c.$
256. $\frac{1}{8} (2\sin 2x - \sin 4x) + c.$
257. $-\frac{1}{12} \cos \left(6x - \frac{\pi}{4} \right) - \frac{1}{8} \cos \left(4x - \frac{\pi}{4} \right) + c.$
258. $\frac{3}{2} \cos \frac{x}{3} - \frac{1}{2} \cos x + c.$

$$259. -\frac{1}{\sin x} - \sin x + c.$$

$$260. \frac{1}{\cos x} + \cos x + c.$$

$$261. -\frac{\operatorname{ctg}^2 x}{2} - \ln|\sin x| + c.$$

$$262. -\frac{\operatorname{ctg}^4 x}{4} + c.$$

$$263. \frac{1}{2\cos^2 x} + 2\ln|\cos x| - \frac{\cos^2 x}{2} + c.$$

$$264. \frac{1}{3}\operatorname{tg}^3 x - \operatorname{tg} x + x + c.$$

$$265. -\frac{1}{3}\operatorname{ctg}^3 x - \operatorname{ctg} x + c.$$

$$266. \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \frac{\operatorname{tg} x}{2} + c.$$

$$267. \frac{1}{2}\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{2}\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) + c.$$

$$268. \frac{1}{5}\ln \left| \frac{2\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 2} \right| + c.$$

$$269. \frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{arctg} \left(\frac{1}{\sqrt{2}}\operatorname{tg} \frac{x}{2} \right) + c.$$

$$270. \frac{\operatorname{tg}^4 x}{4} - \frac{\operatorname{tg}^2 x}{2} - \ln|\cos x| + c.$$

$$271. \frac{1}{4}\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + \frac{1}{8}\operatorname{tg}^2 \frac{x}{2} + c.$$

$$272. -\frac{\operatorname{ctg}^3 x}{3} - \operatorname{ctg} x - \frac{1}{3\sin^3 x} + c.$$

$$273. \frac{1}{\sqrt{2}}\ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 - \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1 + \sqrt{2}} \right| + c.$$

$$274. \frac{1}{\sqrt{2}}\ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 + \sqrt{2}}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 1 - \sqrt{2}} \right| + c.$$

$$275. \frac{1}{\sqrt{15}}\operatorname{arctg} \left(\frac{\sqrt{3}\operatorname{tg} x}{\sqrt{5}} \right) + c.$$

$$276. \frac{1}{\sqrt{13}}\ln \left| \frac{2\operatorname{tg} x + 3 - \sqrt{13}}{2\operatorname{tg} x + 3 + \sqrt{13}} \right| + c.$$

$$277. \frac{1}{5}\ln|1 - 5\operatorname{ctg} x| + c.$$

$$278. \ln \left| \frac{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 5}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} - 3} \right| + c.$$

$$279. -\frac{1}{\operatorname{tg} x + 1} + c.$$

$$280. -\frac{1}{b}\operatorname{arctg} \left(\frac{\cos x}{b} \right) + c.$$

$$281. -\frac{1}{2\sin^2 x} - 2\ln|\sin x| + \frac{\sin^2 x}{2} + c.$$

$$282. \operatorname{tg}^2 x + c.$$

$$283. \frac{2}{\operatorname{tg} \frac{x}{2} + 1} + x + c.$$

284. $x - \operatorname{tg} \frac{x}{2} + c.$
285. $\operatorname{arctg}(2\sin^2 x - 1) + c.$
286. $-\frac{1}{2} \left(\operatorname{ctg} x + \frac{1}{\sqrt{2}} \operatorname{arctg} \left(\frac{\operatorname{tg} x}{\sqrt{2}} \right) \right) + c.$
287. $-\frac{1 + \cos x + \sin^2 x}{\sin x} + c.$
288. $\frac{4}{3} \left(\sqrt[4]{x^3} - \ln(\sqrt[4]{x^3} + 1) \right) + c.$
289. $\frac{2}{27} \sqrt[4]{x^9} - \frac{2}{13} \sqrt[12]{x^{13}} + c.$
290. $-\frac{6}{\sqrt[6]{x}} + \frac{12}{\sqrt[12]{x}} + 2\ln x - 24\ln(\sqrt[12]{x} + 1) + c.$
291. $\frac{6}{5} \sqrt[6]{x^5} - \frac{3}{2} \sqrt[3]{x^2} + 4\sqrt{x} - 6\sqrt[3]{x} + 6\sqrt[6]{x} + 9\ln(\sqrt[6]{x} + 1) + \frac{3}{2} \ln(\sqrt[3]{x} + 1) + 3\operatorname{arctg} \sqrt[6]{x} + c.$
292. $\ln \frac{x}{(\sqrt[10]{x} + 1)^{10}} + \frac{10}{\sqrt[10]{x}} - \frac{5}{\sqrt[5]{x}} + \frac{10}{3\sqrt[10]{x^3}} - \frac{5}{2\sqrt[5]{x^2}} + c.$
293. $14 \left(\sqrt[14]{x} - \frac{1}{2} \sqrt[7]{x} + \frac{1}{3} \sqrt[14]{x^3} - \frac{1}{4} \sqrt[7]{x^2} + \frac{1}{5} \sqrt[14]{x^5} \right) + c.$
294. $\sqrt{3x^2 - 7x - 6} + \frac{11}{2\sqrt{3}} \ln \left| x - \frac{7}{6} + \sqrt{x^2 - \frac{7}{6}x - 2} \right| + c.$
295. $\ln \left| \frac{\sqrt{1+x} - \sqrt{1-x}}{\sqrt{1+x} + \sqrt{1-x}} \right| + 2\operatorname{arctg} \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} + c.$
296. $6\sqrt[3]{(1+x)^2} \left(\frac{(1+x)^2}{16} - \frac{1+x}{5} + \frac{\sqrt{1+x}}{7} + \frac{1}{4} \right) + c.$
297. $3\ln \left| \frac{\sqrt[3]{x}}{1 + \sqrt[3]{x}} \right| + \frac{2\sqrt[3]{x} + 3}{2(1 + \sqrt[3]{x})^2} + c.$

298. $\frac{1}{2} \ln(e^{2x} + 1) - 2 \operatorname{arctg}(e^x) + c.$
299. $\frac{e^{2x}}{2} - 2e^x + 4 \ln(e^x + 2) + c.$
300. $\frac{e^{3x}}{3} + \frac{e^{2x}}{2} + e^x + \ln|e^x - 1| + c.$
301. $e^x + \ln \left| \frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right| + c.$
302. $2 \ln|e^x - 1| - x + c.$
303. $e^x - \frac{1}{2} \ln(e^{2x} + e^x + 1) + \sqrt{3} \operatorname{arctg} \frac{2e^x + 1}{\sqrt{3}} + c.$
304. $\frac{3}{2} \ln(e^{2x} + 4) - 2 \operatorname{arctg} \frac{e^x}{2} + c.$
305. $\frac{e^{4x}}{4} + \frac{e^{3x}}{3} + \frac{e^{2x}}{2} + e^x + \ln(e^x + 1) + c.$
306. $\frac{1}{2\sqrt{17}} \ln \left| \frac{2e^x - 1 - \sqrt{17}}{2e^x - 1 + \sqrt{17}} \right| - \frac{5}{2} \ln|e^x + 4 - e^{2x}| + c.$
307. $\frac{1}{\ln a} \operatorname{arctg}(a^x) + c.$
308. $\frac{4}{21 \ln a} \sqrt[4]{(a^x + 1)^3} (3a^x - 4) + c.$
309. $-\ln(e^{-x} + 3) + c.$
310. $\frac{2}{3} \sqrt{x^3} + \frac{12}{11} \sqrt[6]{x^{11}} + \frac{6}{13} \sqrt[6]{x^{13}} + c.$
311. $\frac{1}{3} \ln \left| \frac{\sqrt[4]{1+x^3} - 1}{\sqrt[4]{1+x^3} + 1} \right| + \frac{2}{3} \operatorname{arctg}(\sqrt[4]{1+x^3}) + c.$
312. $\frac{1}{4} \left(\ln \frac{\sqrt{1-x^4} + 1}{x^2} - \frac{\sqrt{1-x^4}}{x^4} \right) + c.$

313. $\frac{3}{7}(4\sqrt{x} + \sqrt[4]{x} - 3)\sqrt[3]{1 + \sqrt[4]{x}} + c.$
314. $\frac{1}{3}\sqrt{(x+x^2)^3} - \frac{1+2x}{8}\sqrt{x+x^2} + \frac{1}{8}\ln(\sqrt{x} + \sqrt{1+x}) + c, \quad x > 0.$
315. $\frac{3}{5}\sqrt{(1+\sqrt[3]{x^2})^5} - 2\sqrt{(1+\sqrt[3]{x^2})^3} + 3\sqrt{1+\sqrt[3]{x^2}} + c.$
316. $\operatorname{arctg}\left(\operatorname{tg}\frac{x}{2} + 1\right) + c.$
317. $\frac{x-1}{2}\sqrt{3+2x-x^2} + 2\arcsin\frac{x-1}{2} + c.$
318. $x\operatorname{tg}\frac{x}{2} + c.$
319. $\frac{1}{\sqrt{3}}\operatorname{arctg}\frac{2x^2-1}{\sqrt{3}} + c.$
320. $x - \sqrt{1-x^2}\arcsin x + c.$
321. $\frac{3}{2}x^2 - 17x + 36\ln(x^2 + 6x + 10) + 46\operatorname{arctg}(x+3) + c.$
322. $\frac{1}{2}\left(\frac{\sin(m+n)x}{(m+n)} + \frac{\sin(m-n)x}{(m-n)}\right) + c.$
323. $\frac{1}{2}(\operatorname{tg} x + \ln|\operatorname{tg} x|) + c.$
324. $-\frac{1}{12}x^2 + \frac{x}{16} - \frac{1}{24}\ln(x^2 + x + 1) + \left(\frac{x^3}{3} - \frac{1}{12}\right)\operatorname{arctg}(2x+1) + c.$
325. $\frac{1}{4}\ln\left|\frac{1+x}{1-x}\right| + \frac{1}{2}\operatorname{arctg} x + c.$
326. $\frac{x}{2}(\sin(\ln x) - \cos(\ln x)) + c.$
327. $\frac{x^2}{2} - 2x + \frac{1}{6}\ln\frac{|x-1|}{|x+1|^3} + \frac{16}{3}\ln|x+2| + c.$
328. $\sqrt{\operatorname{tg} x} + c.$

329. $\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right| + \cos x + c.$
330. $\frac{5}{3} \sqrt{(x^2 + 3x + 5)^3} - \frac{9}{4} \left(\left(x + \frac{3}{2} \right) \sqrt{x^2 + 3x + 5} + \frac{11}{4} \ln \left| x + \frac{3}{2} + \sqrt{x^2 + 3x + 5} \right| \right) + c.$
331. $\frac{1}{2} \arcsin x - \frac{x+2}{2} \sqrt{1-x^2} + c.$
332. $-\operatorname{ctg} x \ln(\cos x) - x + c.$
333. $\frac{\operatorname{tg}^3 x}{3} + \operatorname{tg} x + c.$
334. $4\sqrt{2+x} - 2\sqrt{2-x} \arcsin \frac{x}{2} + c.$
335. $6\sqrt{x^2 + 5x + 17} - 25 \ln \left| x + \frac{5}{2} + \sqrt{x^2 + 5x + 17} \right| + c.$
336. $\frac{1}{3} \left(x^3 + \ln |x^3 - 1| \right) + c.$
337. $\operatorname{arctg} \left(e^x - e^{-x} \right) + c.$
338. $2\sqrt{x-3} \ln \left(x + \sqrt{x^2 - 9} \right) - 4\sqrt{x+3} + c.$
339. $-\frac{1+2x^2}{x\sqrt{1+x^2}} + c.$
340. $\frac{1}{2} \left(x\sqrt{x^2+1} + \ln \left| x + \sqrt{x^2+1} \right| + x^2 \right) + c.$
341. $-\frac{1 + \cos x + \sin^2 x}{\sin x} + c.$
342. $\frac{1}{16} \ln \frac{x^2 + 2x + 2}{x^2 - 2x + 2} + \frac{1}{8} \operatorname{arctg} \frac{2x}{2-x^2} + c.$
343. $\frac{1}{5}.$
344. $e - 1.$

- 345.** 1.
346. $\frac{\pi}{4}$.
347. $\frac{\pi}{4}$.
348. $-\frac{1}{6}\ln 4$.
349. $\frac{10}{3}$.
350. $\ln 4$.
351. $\ln 4 - 1$.
352. $\frac{40}{3\ln 3} + 2$.
353. $\frac{2\sqrt{3}}{3}$.
354. 0.
355. $\frac{3}{e}(e-1)$.
356. $\frac{1}{2}\ln 5$.
357. $\frac{\pi}{4}$.
358. $\frac{2}{3}(\sqrt{2}-1)$.
359. $\ln 2$.
360. 0.
361. $\sqrt{2}-1$.
- 362.** 1.
363. $\frac{3}{2}$.
364. $\frac{3\sqrt{2}}{2}$.
365. $2-2\ln\frac{5}{3}$.
366. $2(2-\operatorname{arctg}2)$.
367. $\frac{5}{3}-2\ln 2$.
368. $\operatorname{arctg}2$.
369. $\frac{1}{2}\ln 3-\frac{\pi}{6\sqrt{3}}$.
370. $\frac{\pi}{6}$.
371. $\frac{1}{2}\ln\frac{8}{5}$.
372. $8\ln 3-15\ln 2+\frac{13}{8}$.
373. $\frac{5}{6\sqrt{2}}$.
374. $\frac{1}{3}$.
375. $\frac{\pi}{4}-\frac{2}{3}$.
376. $\frac{2}{\sqrt{5}}\operatorname{arctg}\frac{1}{\sqrt{5}}$.
377. 1.
378. 5π .
- 379.** $\frac{e^2-5}{e}$.
380. $\frac{\pi(9-4\sqrt{3})}{36}+\frac{1}{2}\ln\frac{3}{2}$.
381. $\frac{\pi}{\sqrt{3}}-\ln 2$.
382. $\frac{e^\pi-2}{5}$.
383. $\sqrt{3}-\frac{1}{2}\ln(2+\sqrt{3})$.
384. 2π .
385. 1.
386. $\frac{4}{3}$.
387. $\frac{8}{3}$.
388. $\frac{4}{3}$.
389. $\frac{2}{3}$.
390. $\frac{1}{3}$.
391. $\frac{1}{6}$.
392. $\frac{1}{2}$.
393. $\frac{\pi-2}{4}$.
394. $2\sqrt{3}-\ln(2+\sqrt{3})$.
395. $\frac{3}{4}$.

396. $\frac{2(e-1)}{\sqrt{e}}$.
397. $\frac{32}{3}$.
398. $\frac{8}{3}$.
399. $12 - 5\ln 5$.
400. $\frac{3}{2} - 2\ln 2$.
401. $4(\ln 4 + 1)$.
402. 25, 6.
403. 0, 8.
404. $\frac{3\pi a^2}{2}$.
405. $\frac{\pi a^2}{4}$.
406. $\frac{\pi a^2}{4}$.
407. $\frac{9\pi}{2}$.
408. $\frac{a^2(e^{4\pi} - 1)}{4}$.
409. $\frac{\pi a^2}{4}$.
410. $\frac{\pi a^2}{4}$.
411. $3\pi a^2$.
412. 1) $19/3$,
2) $\frac{2e-1}{e}$,
3) $a^2/4$,
4) 2,
5) $\frac{3\pi a^2}{8}$,
6) $\frac{4\pi}{3} - \sqrt{3}$.
413. $\frac{256\pi}{15}; 8\pi$.
414. $\frac{\pi(e^2 - 1)}{2}; 2\pi$.
415. $\frac{128\pi}{5}; 8\pi$.
416. $\frac{178\pi}{15}; \frac{21\pi}{2}$.
417. $\frac{6\pi}{7}; \frac{3\pi}{5}$.
418. $\frac{4\pi ab^2}{3}$.
419. 1) $\pi(e - 2)$.
2) $\frac{\pi(e^2 + 1)}{2}$.
3) πe .
4) $\frac{\pi(e^2 - 3)}{2}$.
5) $\frac{\pi(e^2 + 5)}{2}$.
6) $\pi(4 - e)$.
420. $\frac{\pi^2}{2}; 2\pi^2; 6\pi^2$.
421. $\frac{32\pi}{3}(2\sqrt{2} - 1)$.
422. $\frac{2\pi}{15}; \frac{\pi}{6}$.
423. $\frac{\pi^2}{8}; \frac{\pi}{4}(\pi - 2)$.
424. 1) $\frac{8\pi}{3}$;
2) $\frac{16\pi}{15}$;
3) $\frac{16\pi}{3}$;
4) $\frac{8\pi}{5}$;
425. $12\pi; 24\pi$.
426. $\frac{\pi(\pi + 2)}{4}; \pi \ln 2$.
427. $\frac{14}{3}$.
428. $\frac{2}{27}(13\sqrt{13} - 8)$.
429. $\frac{1}{2}\ln 3$.
430. $\frac{670}{27}$.
431. $\frac{28}{3}$.
432. $\frac{a(e^2 - 1)}{2e}$.
433. $\sqrt{5} + \frac{1}{2}\ln(2 + \sqrt{5})$.
434. $\ln 3$.
435. $6a$.

436. $8a$.
437. 32.
438. $\pi a\sqrt{1+4\pi^2} + \frac{a}{2}\ln\left(2\pi + \sqrt{1+4\pi^2}\right)$.
439. $\frac{e^2+1}{4}$.
440. $\frac{3621}{1680}$.
441. 2,002.
442. 1,6182.
443. 0,8109.
444. 0,32962.
445. 0,83502.
446. 0,693.
447. 0,916.
448. 2,682..
449. 0,876.
450. 0,39266.
451. 5,652639.
452. 0,670873.
453. 2,094596.
454. 2,4219.
455. 1,371.
457. 1.
458. $\frac{1}{8}$.
459. *Расходится.*
460. $\frac{\pi}{6}$.
461. $\frac{1}{4}$.
462. $\frac{1}{3}$.
463. *Расходится.*
464. $\frac{2}{3}\ln 2$.
465. $\frac{\pi}{4} + \frac{1}{2}\ln 2$.
466. 1.
467. *Расходится.*
468. $\frac{2\pi}{3\sqrt{3}}$.
469. *Расходится.*
470. π .
471. *Расходится.*
472. $\frac{\pi^2}{8}$.
473. *Расходится.*
474. $\frac{\pi}{2}$.
475. $\frac{8}{3}$.
476. $-\frac{1}{4}$.
477. 2.
478. $3\sqrt[3]{2}$.
479. *Расходится.*
480. 6.
481. $14\frac{4}{7}$.
482. $\frac{10}{7}$.
483. *Расходится.*
484. *Расходится.*
485. *Расходится.*
486. *Сходится.*

- 487.** *Расходится.*
488. *Сходится.*
489. *Сход. абсол.*
490. *Сходится.*
491. *Сходится.*
492. *Сходится.*
493. *Сходится.*
494. *Расходится.*
495. *Сходится.*
508. $\frac{1}{n}$.
509. $(-1)^{n-1} \frac{1}{2^{n-1}}$.
510. $\frac{2n-1}{5^n}$.
511. $\frac{1}{n\sqrt{n}}$.
512. $(-1)^{n-1} \frac{2n+1}{n!}$.
513. $\frac{1}{(2n+1)^2 - 1}$.
514. $\frac{(2n-1)!}{2^n n!}$.
515. *Сходится.*
516. *Расходится.*
517. *Сходится.*
518. *Сходится.*
519. *Расходится.*
520. *Расходится.*
521. *Сходится.*
522. *Расходится.*
523. *Сходится.*
524. *Расходится.*
525. *Сходится.*
526. *Расходится.*
527. *Сходится.*
528. *Сходится.*
529. *Расходится.*
530. *Расходится.*
531. *Сходится.*
532. *Сходится.*
533. *Сходится.*
534. *Сходится.*
535. *Расходится.*
536. *Сходится.*
537. *Сходится.*
538. *Сходится.*
539. *Сходится.*
540. *Сходится.*
541. *Сходится.*
542. *Сходится.*
543. *Расходится.*
544. *Сходится.*
545. *Сходится.*
546. *Сходится.*
547. *Сходится.*
548. *Сходится.*
549. *Расходится.*
550. *Сходится.*
551. *Расходится.*
552. *Расходится.*
553. *Расходится.*
554. *Сходится.*
555. *Расходится.*
556. *Сходится.*
557. *Расходится.*
558. *Расходится.*
559. *Сходится.*
560. *Сходится.*
561. *Расходится.*
562. *Расходится.*
563. *Сходится.*
564. *Расходится.*
565. *Расходится.*
566. *Сходится.*
567. *Расходится.*
568. *Сходится.*
569. *Расходится.*
570. *Расходится.*
571. *Расходится.*
572. *Сходится.*
573. *Сходится.*
574. *Расходится.*
575. *Сходится.*
576. *Расходится.*
577. *Расходится.*
578. *Сходится.*
579. *Сходится.*
580. *Расходится.*
581. *Сходится.*
582. *Сходится.*
583. *Сходится.*
584. *Сход. услов.*
585. *Расходится.*
586. *Сход. абсол.*
587. *Расходится.*
588. *Сход. абсол.*
589. *Сход. усл.*

590. *Сходится абсолютно.*
591. *Сходится условно.*
592. *Сходится абсолютно.*
593. *Сходится абсолютно.*
594. *Сходится условно.*
595. *Сходится абсолютно.*
596. *Сходится абсолютно.*
597. *Сходится абсолютно.*
598. *Сходится условно.*
599. *Расходится.*
600. *Сходится условно.*
601. *В точке $x = 0$ ряд расходится, а в точке $x = 1$ - сходится.*
602. *В точках $x = 1$, $x = 2$ ряд расходится, а в точке $x = 3$ - сходится.*
603. $(0; +\infty)$
604. $(-\infty; -1) \cup (1; +\infty)$.
605. $(-\infty; +\infty)$
606. $\left(-\infty; -\frac{5}{4}\right) \cup \left(-\frac{5}{4}; +\infty\right)$.
607. $(1; +\infty)$
608. $(-\infty; +\infty)$
609. $(-\infty; +\infty)$
610. $(-1; 1)$
611. $\left(\frac{1}{e}; e\right)$
614. *Сходится равномерно при всех $x \in R$.*
615. *Сходится при всех $x \in R$, но неравномерно.*
616. *Сходится равномерно при всех $x \in R$.*
617. *Сходится равномерно при всех $x \in R$.*
618. $[-1; 1)$.
619. $[1; 3]$.

620. $\{5\}$.
621. $(-\infty; +\infty)$.
622. $(-\sqrt[3]{10}; \sqrt[3]{10})$.
623. $\left[-\frac{1}{\sqrt[5]{2}}; \frac{1}{\sqrt[5]{2}}\right)$.
624. $(-\infty; +\infty)$.
625. $[3; 5)$.
626. $(-1; 3)$.
627. $(-\infty; +\infty)$.
628. $\{0\}$.
629. $(-\infty; +\infty)$.
630. $(-1; 1)$.
631. $[-2; 2)$.
632. $(-3; 3)$.
633. $(-1; 3)$.
634. $[-1; 1]$.
635. $(-e; e)$.
636. $(-\infty; +\infty)$.
637. $[-4; 6)$.
638. $\ln \frac{1}{1-x}$.
639. $\ln(1+x), -1 < x \leq 1$.
640. $\frac{1}{2} \ln \frac{1+x}{1-x}, |x| < 1$.
641. $-\frac{1}{2} \ln(1-x^2), |x| < 1$.
642. $\frac{1}{2} \ln(1+x^2), |x| \leq 1$.
643. $\operatorname{arctg} x, |x| \leq 1$.
644. $\frac{1}{(1-x)^2}, |x| < 1$.
645. $\frac{1}{(1+x)^2}, |x| < 1$.
646. $\frac{1+x^2}{(1-x^2)^2}, |x| < 1$.
647. $\frac{1-x^2}{(1+x^2)^2}, |x| < 1$.
648. $1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\ln^n 3}{n!}, |x| < +\infty$.
649. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2x)^n}{n!} + 1, |x| < +\infty$.
650. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n x^{2n}}{2n+1}, |x| \leq 1$.
651. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{x^{2n}}{(2n)!}, |x| < +\infty$.
652. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n 3^n}{2^{n+1}} x^{2n}, |x| < \sqrt{\frac{2}{3}}$.
653. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1} x^{2n-1}}{3^{2n-1} (2n-1)!}, |x| < +\infty$.
654. $1 + \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \frac{2^{n-1}}{(2n)!} x^{2n}, |x| < +\infty$.
655. $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{2^n x^n}{3^{n+1}}, |x| < \frac{3}{2}$.

$$656. \ln 5 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n-1}}{n} \left(\frac{x}{5}\right)^n, \quad |x| < 5.$$

$$657. -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^{2n}}{n}, \quad |x| < 1.$$

$$658. 2(x+1) - 3(x+1)^2 + (x+1)^3 \quad |x| < +\infty.$$

$$659. e^2 \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+2)^n}{n!}, \quad |x| < +\infty.$$

$$660. -\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x+3)^n}{3^{n-1}}, \quad -6 < x < 0.$$

$$661. 2 + \frac{x-4}{4} + \sum_{n=2}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots \cdot (2n-3)}{2^{3n-1} n!} (x-4)^n, \quad 0 \leq x \leq 8.$$

$$662. -1 + \frac{x+1}{3} + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 \cdot 5 \cdot 8 \dots \cdot (3n-1)}{3^{n+1} (n+1)!} (x+1)^{n+1}, \quad -2 \leq x \leq 0.$$

$$663. \frac{1}{3} \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{4^{n-1}} - 1\right) (x+3)^n, \quad -4 < x < -2.$$

$$664. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{2^{n-1}} - \frac{1}{3^{n-1}}\right) (x+4)^n, \quad -6 < x < -2.$$

$$665. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{(x-1)^n}{n}, \quad 0 < x \leq 2.$$

$$666. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{3^{2n+1}}{(2n+1)!} \left(x + \frac{\pi}{3}\right)^{2n+1}, \quad |x| < +\infty.$$

$$667. \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\pi^{2n}}{4^{2n} (2n)!} (x-2)^{2n}, \quad |x| < +\infty.$$

$$668. \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{\pi}{3}\right)^n \frac{(x-1)^n}{n!} \sin\left(\frac{\pi}{3} + n\frac{\pi}{2}\right), \quad |x| < +\infty.$$

$$669. 2,154.$$

$$670. 1,649.$$

671. 3,107.

672. 0,309.

673. 0,643.

674. 0,197.

675. 1,571.

676. 1,099.

677. 2,71828.

678. 3,1416.

679. a) 0,9461; b) 0,7468; c) 0,1571; d) 0,81; e) 0,487; f) 0,098.

680. $v = xy\sqrt{d^2 - x^2 - y^2}$.

681. $S = \frac{1}{4}\sqrt{(a+b+c)(a+b-c)(a-b+c)(-a+b+c)}$.

683. $\frac{9}{16}$.

684. 1.

685. 16; 2; 2.

689. 1) 1; 2) 1; 3) $\frac{1}{5}$; 4) не определена; 5) 1;

690. $x = \text{const}$ – парабола; $y = \text{const}$ – парабола; $z = \text{const} \neq 0$ – гипербола; $z = 0$ – пара прямых.

691. $x = \text{const}$ – прямая; $y = \text{const}$ – прямая; $z = \text{const} \neq 0$ – гипербола; $z = 0$ – пара прямых.

692. $x = \text{const}$ – парабола; $y = \text{const}$ – кубическая парабола; $z = \text{const} \neq 0$ – кривая 3-го порядка; $z = 0$ – полукубическая парабола.

717. $x^2 + y^2 \neq 0$.

718. $|x| \leq 3$, y – любое.

719. $y \neq -x$.

720. $|y| \leq |x|$.

721. $x \geq 0, y \geq 0; x \leq 0, y \leq 0.$

722. $x \geq 0.$

723. $x^2 + y^2 \leq a^2.$

724. $-\infty < x < +\infty, -\infty < y < +\infty.$

725. $x^2 + y^2 > a^2.$

726. $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} \leq 1.$

727. $|y| \leq x^2, x \neq 0.$

728. $x + y > 0.$

729. $x^2 + y^2 - z^2 < -a^2.$

730. $x^2 + y^2 - z^2 < a^2.$

731. $1 - x \leq y \leq 1 + x, x > 0; 1 + x \leq y \leq 1 - x, x < 0.$

732. $x \geq 0, y \geq 0, x^2 \geq y.$

733. $y^2 \leq 4x, x^2 + y^2 < 1, x \neq 0, y \neq 0.$

734. $x^2 + y^2 = R^2.$

735. $x + y \neq n, n \in \mathbb{Z}.$

736. $2n \leq x^2 + y^2 \leq 2n + 1, n \in \mathbb{Z}.$

737. $x \geq 0, 2\pi n \leq y \leq (2n + 1)\pi; x < 0, (2n + 1)\pi \leq y \leq (2n + 2)\pi, n \in \mathbb{Z}.$

738. $x > 0, 2\pi n < y < (2n + 1)\pi, n \in \mathbb{Z}.$

749. $\frac{\partial z}{\partial x} = y, \frac{\partial z}{\partial y} = x.$

750. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2 - y^2}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-y}{\sqrt{x^2 - y^2}}.$

751. $\frac{\partial z}{\partial x} = y^2 \cos(xy^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2xy \cos(xy^2).$

752. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{y \cos^2 \frac{x}{y}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-x}{y^2 \cos^2 \frac{x}{y}}.$

753. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{1}{x+5y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{10y}{x+5y^2}.$
754. $\frac{\partial z}{\partial x} = y^x \ln y, \frac{\partial z}{\partial y} = xy^{x-1}.$
755. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y}{2\sqrt{x}(x+y^2)}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sqrt{x}}{(x+y^2)}$
756. $\frac{\partial z}{\partial x} = y(\cos xy - xy \sin xy), \frac{\partial z}{\partial y} = x(\cos xy - xy \sin xy).$
757. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-xy}{\sqrt{(x^2+y^2)^3}}.$
758. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-4y}{(x-y)^2 \sin \frac{2(x+y)}{x-y}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{4x}{(x-y)^2 \sin \frac{2(x+y)}{x-y}}.$
759. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-\sqrt{3}y}{|y+2x|\sqrt{x(x+2y)}}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{\sqrt{3}x}{|y+2x|\sqrt{x(x+2y)}}.$
760. $\frac{\partial z}{\partial x} = 2xe^{\sin^2(x^2+y^2)} \sin 2(x^2+y^2), \frac{\partial z}{\partial y} = 2ye^{\sin^2(x^2+y^2)} \sin 2(x^2+y^2).$
761. $\frac{\partial z}{\partial x} = 2x \sin^2 y, \frac{\partial z}{\partial y} = x^2 \sin 2y.$
762. $\frac{\partial z}{\partial x} = y^2 x^{y^2-1}, \frac{\partial z}{\partial y} = 2yx^{y^2} \ln x, x > 0.$
763. $\frac{\partial u}{\partial x} = 2xe^{x^2+y^2+z^2}, \frac{\partial u}{\partial y} = 2ye^{x^2+y^2+z^2}, \frac{\partial u}{\partial z} = 2ze^{x^2+y^2+z^2}.$
764. $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{x}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{y}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}, \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{z}{\sqrt{x^2+y^2+z^2}}.$
765. $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y}{1+x^2y^2}, \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x}{1+x^2y^2}.$

$$766. \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{e^y}{y}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{xe^y + ze^y}{y^2}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{e^y}{y}.$$

$$767. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-2}{\sqrt{x^2 + y^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{2x}{y\sqrt{x^2 + y^2}}.$$

$$768. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y^2}{x\sqrt{x^4 - y^4}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-y}{\sqrt{x^4 - y^4}}.$$

$$769. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{-y}{(1 + \sqrt{xy})\sqrt{xy - x^2y^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{-x}{(1 + \sqrt{xy})\sqrt{xy - x^2y^2}}.$$

$$770. \frac{\partial z}{\partial x} = \frac{y(y + 2x)}{\sqrt{1 + (xy^2 + xy^2)^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \frac{x(x + 2y)}{\sqrt{1 + (xy^2 + xy^2)^2}}.$$

$$771. \frac{\partial z}{\partial x} = -\frac{1}{x^2} \sqrt{\frac{xy - x - y}{xy + x + y}}, \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -\frac{1}{y^2} \sqrt{\frac{xy - x - y}{xy + x + y}}.$$

$$772. \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{z(x - y)^{z-1}}{1 + (x - y)^{2z}}, \quad \frac{\partial u}{\partial y} = \frac{-z(x - y)^{z-1}}{1 + (x - y)^{2z}}, \quad \frac{\partial u}{\partial z} = \frac{(x - y)^z \ln(x - y)}{1 + (x - y)^{2z}}.$$

$$773. \frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (x^2 + y^2 + z^2 - 1)};$$

$$\frac{\partial u}{\partial y} = \frac{2y}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (x^2 + y^2 + z^2 - 1)};$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} = \frac{2z}{\sqrt{x^2 + y^2 + z^2} (x^2 + y^2 + z^2 - 1)}.$$

$$774. 31.$$

$$775. \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$776. \frac{3}{2}.$$

$$777. dz = (2x + y^2)dx + (2xy + \cos y)dy.$$

$$778. dz = \frac{dx}{x} + \frac{dy}{y}.$$

$$779. dz = 2e^{x^2+y^2} (x dx + y dy).$$

$$780. du = \frac{3dx}{\cos^2(3x-y)} + \left(-\frac{1}{\cos^2(3x-y)} + 6^{y+z} \ln 6 \right) dy + 6^{y+z} \ln 6 dz.$$

$$781. dz = \frac{y dx - x dy}{|y| \sqrt{y^2 - x^2}}.$$

$$782. \frac{1}{2}.$$

$$783. \frac{1}{36}.$$

$$784. t^2 e^{\sin^2 t} (3 + t \sin 2t).$$

$$785. 4t^{2 \ln t - 1} \cdot \ln t.$$

$$786. \left(\frac{1}{t^2} - \frac{2}{t^3} \right) e^t \cos \frac{e^t}{t^2}$$

$$787. 2ctg(t^2 + 1 + \ln^2 t) \cdot \left(t + \frac{\ln t}{t} \right)$$

$$788. e^{\sin t - 2t^3} (\cos t - 6t^2).$$

$$789. \sin 2t + 2e^{2t} + e^t (\sin t + \cos t).$$

$$790. \frac{3 - 12t^2}{\sqrt{1 - (3t - 4t^3)^2}}.$$

$$791. \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{\sin^2 v}{v} e^{\frac{u \sin^2 v}{v}}, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u}{v} e^{\frac{u \sin^2 v}{v}} \left(\sin 2v - \frac{\sin^2 v}{v} \right).$$

$$792. \frac{\partial z}{\partial u} = \frac{v(2u^2 + v^2)}{\sqrt{u^2 + v^2}}, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = \frac{u(2v^2 + u^2)}{\sqrt{u^2 + v^2}}.$$

$$793. \frac{\partial z}{\partial u} = 3u^2 \sin v \cos v (\cos v - \sin v), \quad \frac{\partial z}{\partial v} = u^3 (\sin v + \cos v) (1 - 3 \sin v \cos v).$$

$$794. \frac{\partial z}{\partial u} = 2 \frac{u}{v^2} \ln(3u - 2v) + \frac{3u^2}{v^2(3u - 2v)}, \quad \frac{\partial z}{\partial v} = -2 \frac{u^2}{v^3} \ln(3u - 2v) - \frac{2u^2}{v^2(3u - 2v)}.$$

$$795. \frac{\partial z}{\partial x} = 2 \left(x + \frac{\ln(x+y)}{x+y} \right), \quad \frac{\partial z}{\partial y} = \cos y + \frac{2 \ln(x+y)}{x+y}.$$

$$796. \frac{\partial z}{\partial x} = e^{\sin x - 2(x^3 + y^2)} (\cos x - 6x^2), \quad \frac{\partial z}{\partial y} = -4y e^{\sin x - 2(x^3 + y^2)}.$$

$$797. dz = \frac{e^x(x+1)}{1+x^2 e^{2x}} dx.$$

$$798. dz = \frac{e^x + 3x^2 e^{x^3}}{e^x + e^{x^3}} dx.$$

$$799. dz = x^3 dx - y^3 dy.$$

$$800. dz = \frac{e^{xy}}{x^2 y^2} \cdot \left[(x^4 - y^4 + 2x^3 y) y dx + (y^4 - x^4 + 2xy^3) x dy \right].$$

$$801. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = -1.$$

$$802. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x - 8y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = -8x, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 10.$$

$$803. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = 6x - 2y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = -2x + 2y, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = 2x + 6y.$$

$$804. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -4 \cos(2x - 3y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = 6 \cos(2x - 3y), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -9 \cos(2x - 3y).$$

$$805. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -y^2 \sin(xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \cos(xy) - xy \sin(xy), \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -x^2 \sin(xy).$$

$$806. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{4y}{(x+y)^3}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{2(x-y)}{(x+y)^3}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{4x}{(x+y)^3}.$$

$$807. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = -\frac{2y^2}{(x+y)^3}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{2xy}{(x+y)^3}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{2x^2}{(x+y)^3}.$$

$$808. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = e^x \ln y - \frac{\sin y}{x^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{\partial^2 z}{\partial y \partial x} = \frac{e^x}{y} + \frac{\cos y}{x}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = -\frac{e^x}{y^2} + \sin y \ln x.$$

$$809. \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = y^2 z^2 e^{xyz}, & \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = x^2 z^2 e^{xyz}, & \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = x^2 y^2 e^{xyz}, \\ \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} = z(1 + xyz)e^{xyz}, & \frac{\partial^2 u}{\partial y \partial z} = x(1 + xyz)e^{xyz}, & \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial z} = y(1 + xyz)e^{xyz}. \end{cases}$$

$$810. \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \frac{y^2 - x^2}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} = \frac{-2xy}{(x^2 + y^2)^2}, \quad \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} = \frac{x^2 - y^2}{(x^2 + y^2)^2}.$$

$$811. d^2 z = \frac{-2y dx^2 + 2(y-x) dx dy - 2x dy^2}{(x+y)^3}.$$

$$812. d^2 z = e^{3x-2y} (3dx - 2dy)^2.$$

$$813. d^2 z = -4 \sin(x^2 + y^2) (xdx + ydy)^2 + 2 \cos(x^2 + y^2) (dx^2 + dy^2).$$

$$814. d^2 z = \frac{1}{x} \left(2 dx dy - \frac{y}{x} dx^2 \right).$$

$$815. d^2 z = \frac{2}{y} dx dy - \frac{x}{y^2} dy^2 - \frac{dx^2}{x}.$$

$$816. d^2 z = \frac{(y dx - x dy)^2}{\sqrt{(x^2 + y^2)^3}}.$$

$$817. \text{ a) } 1 + \sqrt{3}; \quad \text{ b) } 1 + \sqrt{3}; \quad \text{ c) } 2.$$

$$818. \frac{7\sqrt{2}}{2}.$$

$$819. \text{ a) } \frac{2}{\sqrt{14}}; \quad \text{ b) } \frac{2}{5}.$$

$$820. 9, 4.$$

$$821. \frac{\sqrt{2}}{2}.$$

$$822. -2.$$

$$823. \frac{-27\sqrt{2}}{2}.$$

$$825. \overline{\text{grad } z} = \frac{3}{13}\vec{i} - \frac{2}{13}\vec{j}.$$

$$826. \overline{\text{grad } z} = \frac{3}{10\sqrt{6}}(\vec{i} - 2\vec{j}).$$

$$827. \overline{\text{grad } z} = e\left(\frac{5}{2}\vec{i} + 2\vec{j}\right).$$

$$828. \overline{\text{grad } u} = -2\vec{i} + 6\vec{j} - 3\vec{k}.$$

$$829. \overline{\text{grad } u} = 2\vec{i} - 2\vec{j} - 4\vec{k}.$$

$$830. \overline{\text{grad } u} = 2(-3\vec{i} - 2\vec{j} + \vec{k}).$$

$$831. \overline{\text{grad } u} = \frac{1}{\sqrt{5}}(-\vec{i} + 2\vec{j}).$$

$$832. \frac{\overline{\text{grad } u}(x_0, y_0) \cdot \overline{\text{grad } v}(x_0, y_0)}{|\overline{\text{grad } v}(x_0, y_0)|}, \overline{\text{grad } u} \perp \overline{\text{grad } v}.$$

$$833. \sqrt{2}$$

$$834. 1.$$

$$835. \text{grad } u|_M = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}.$$

$$836. z_{\min} = -7 \text{ при } x = 1, y = 2.$$

837. Экстремумов нет.

$$838. z_{\max} = 1 \text{ при } x = -1, y = 1.$$

$$839. z_{\min} = 0 \text{ при } x = 1, y = 0.$$

$$840. z_{\max} = 152 \text{ при } x = -4, y = -1; z_{\min} = -152 \text{ при } x = 4, y = 1.$$

$$841. z_{\max} = \frac{1}{27} \text{ при } x = y = \frac{1}{3}.$$

$$842. z_{\max} = 12 \text{ при } x = y = 4.$$

843. $z_{\min} = -\frac{2}{e}$ *npu* $x = -2, y = 0$.
844. $z_{\max} = \frac{3}{e}$ *npu* $x = -1, y = 0$; $z_{\min} = 0$ *npu* $x = y = 0$.
845. $z_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ *npu* $x = y = \frac{\pi}{3}$.
846. $z_{\max} = \frac{3\sqrt{3}}{2}$ *npu* $x = \frac{\pi}{3}, y = \frac{\pi}{6}$.
847. $z_{\min} = 0$ *npu* $x \in R, y = x + \pi(2n+1), n \in z$; $z_{\max} = 4$ *npu* $x \in R, y = x + 2\pi k, k \in z$.
848. $z_{\max} = 5$ *npu* $x = 1, y = 0$; $z_{\min} = 0$ *npu* $x = y = 0$.
849. $z_{\max} = 7,2$ *npu* $x = 1,6, y = -1,2$; $z_{\min} = -12$ *npu* $x = 0, y = 2$.
850. $z_{\max} = 6$ *npu* $x = y = 3$; $z_{\min} = -4$ *npu* $x = 2, y = 0$.
851. $z_{\max} = -\frac{2}{27}$ *npu* $x = -\frac{2}{3}, y = -\frac{20}{9}$; $z_{\min} = -\frac{13}{4}$ *npu* $x = \frac{1}{2}, y = -3$.
852. $z_{\max} = 41$ *npu* $x = 0, y = -5$; $z_{\min} = -3$ *npu* $x = -2, y = -1$.
853. $z_{\max} = 9$ *npu* $x = 1, y = 2$; $z_{\min} = -11$ *npu* $x = 3, y = -2$.
854. $z_{\min} = -4$ *npu* $x = y = 2$.
855. $z_{\min} = -322$ *npu* $x = 5, y = 12$.
856. $z_{\min} = -12$ *npu* $x = -2, y = 4$.
857. $z_{\min} = 5$ *npu* $x = 1, y = -2$.
858. $z_{\min} = \frac{15}{4}$ *npu* $x = \frac{5}{2}, y = \frac{3}{2}$.
859. $z_{\min} = e^{0,25}$ *npu* $x = y = 0,5$.
860. $z_{\max} = \frac{1}{2}$ *npu* $x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$ *u* $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$;
 $z_{\min} = -\frac{1}{2}$ *npu* $x = \frac{\sqrt{2}}{2}, y = -\frac{\sqrt{2}}{2}$ *u* $x = -\frac{\sqrt{2}}{2}, y = \frac{\sqrt{2}}{2}$.

861. $z_{\max} = 11$ при $x = -\frac{4}{5}$, $y = -\frac{3}{5}$; $z_{\min} = 1$ при $x = \frac{4}{5}$, $y = \frac{3}{5}$.

862. $z_{\max} = 30$ при $x = -3$, $y = -4$; $z_{\min} = -20$ при $x = 3$, $y = 4$.

863. $z_{\max} = -2$ при $x = -3$, $y = 1$.

864. $z_{\max} = 5$ при $x = -2$, $y = \frac{1}{2}$; $z_{\min} = -3$ при $x = 2$, $y = -\frac{1}{2}$.

865. Куб со стороной $\sqrt[3]{V}$.

866. 10 м, 10 м, 5 м.

867. $R = 5 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ см, $H = 10 \cdot \sqrt[3]{\frac{2}{\pi}}$ см.

868. Куб со стороной $\sqrt{\frac{S}{6}}$.

869. 125π .

870. Куб со стороной $\frac{d}{\sqrt{3}}$.

871. $S_{\max} = \frac{1}{2} + \sqrt{2}$ при $x = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 - \sqrt{3})$, $y = \frac{\sqrt{2}}{4}(1 + \sqrt{3})$

(площадь треугольника выразить через координаты его вершин).

872. $y = 0,74x + 1,55$

873. $y = 0,425x + 1,175$

874. $y = -0,65x + 6,65$

875. $y = 0,98x + 4,3$

876. $y = 0,165x + 2,184$

877. $y = 2,08x - 0,5$

878. $y = -0,279x^2 + 0,98x + 1,234$

879. $y = -0,77x^2 + 0,44x + 2,10$

885. $xy' - y = 0$.

886. $xy' - y = x^2$.

887. $y'(x^2 - y^2) = 2xy$.

$$888. y' = 2y.$$

$$889. y''(1-x) + xy' - y = 0.$$

$$890. y' \sin x - y \cos x = 0.$$

$$891. y = \frac{x^2}{4} + c.$$

$$892. y = \frac{c}{\sqrt{2x+5}}.$$

$$893. y = ce^{\frac{x^2}{2}}.$$

$$894. y^2 = 6x + c.$$

$$895. y = \sin(x^2 + 2x + c).$$

$$896. y^2 - x^2 = c.$$

$$897. y = c \left(x + \sqrt{1+x^2} \right).$$

$$898. y = 2 \sin \ln \left| \frac{c}{x} \right|.$$

$$899. y = \frac{2}{\arctg \frac{x}{2} + c}.$$

$$900. y = \frac{c(2+x)}{2-x}.$$

$$901. y = ce^{2\sqrt{x}} - 1.$$

$$902. y = \frac{3}{2}x - \frac{5}{4} \ln |c(2x+1)|.$$

$$903. y = 4 \sin \ln \left| c \left(x - 2 + \sqrt{x^2 - 4x + 8} \right) \right|.$$

$$904. y = ce^{x^2+x}, y = \sqrt{3}e^{x^2+x}.$$

$$905. y = ce^{\arcsin \frac{x}{3}}, y = e^{\arcsin \frac{x}{3} - \frac{\pi}{6}}.$$

$$906. y = \frac{ce^{2x} - 1}{2}, y = \frac{3e^{2x} - 2}{4}.$$

$$907. y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}(x + c), y = \frac{1}{2} \operatorname{tg}\left(x - \frac{\pi}{3}\right).$$

$$908. y = 5 \sin(xe^x - e^x + c), y = 5 \sin(xe^x - e^x + 1).$$

$$909. y = ce^{\sin 5x}, y = \frac{1}{5} e^{\sin 5x}.$$

$$910. \sqrt{2 + y} = c - \operatorname{ctg} 2x, \sqrt{2 + y} = 2 - \operatorname{ctg} 2x.$$

$$911. \sin \frac{y}{x} = cx.$$

$$912. y = \frac{2x}{1 - cx^2}.$$

$$913. \sin \frac{y}{x} + \ln|x| = c.$$

$$914. y = xe^{cx}.$$

$$915. (y - x)^3 = c^2(x + y).$$

$$916. y = 5x \sin(\ln|cx|).$$

$$917. y = \frac{3cx^2 - x}{1 - cx}.$$

$$918. y = x \operatorname{tg}(\ln|cx|).$$

$$919. y = x \ln^2 \left| \frac{c}{x} \right|.$$

$$920. x^2 = c^2 + 2cy.$$

$$921. x^2 - y^2 = cy^3.$$

$$922. x + ye^{\frac{x}{y}} = c.$$

$$923. \sqrt{x^2 + y^2} = e^{\frac{y}{x} \operatorname{arctg} \frac{y}{x}}.$$

$$924. y^3 = y^2 - x^2.$$

$$925. y = -x.$$

$$926. 3y - x - 2 \ln|x + y + 1| = c.$$

$$927. \ln|4x + 8y + 5| + 8y - 4x = c.$$

$$928. x^2 - xy + y^2 + x - y = c.$$

$$929. x + 2y + 3 \ln|x + y + 1| = x + c.$$

$$930. \ln|2x - 3| - \frac{4y + 5}{2x - 3} = c.$$

$$931. y = ce^{-x} + x - 1.$$

$$932. y = e^x(c + x).$$

$$933. y = cx^2 + x^3 - x.$$

$$934. y = cx^4 - x^2 + x.$$

$$935. y = e^{x^5}(c + x).$$

$$936. y = 2x\sqrt{x} + cx.$$

$$937. y = \left(2 \sin \frac{x}{2} + c\right) \operatorname{tg} \frac{x}{2}.$$

$$938. y = \frac{1}{x} (\arcsin x + c).$$

$$939. y = c \sin x + x.$$

$$940. y = \ln|x| + \frac{c}{x}.$$

$$941. y = 1 + \frac{\ln \left| \operatorname{tg} \frac{x}{2} \right|}{\cos x} + c.$$

$$942. y = \frac{c - \cos x}{x}.$$

$$943. y = \frac{c - e^x}{x}.$$

$$944. y = \frac{c - \cos 2x}{2e^x}.$$

$$945. y = \frac{c + \sin x}{x^2}.$$

$$946. y = x(\arcsin x + c).$$

$$947. y = \frac{x^2}{2} \sqrt{4 + x^2} + 2x \ln \left| c \left(x + \sqrt{4 + x^2} \right) \right| + cx.$$

$$948. y = c \arcsin x + x.$$

$$949. y = \frac{1}{x \ln |cx|}.$$

$$950. y^2 = \frac{e^{x^2}}{2x + c}.$$

$$951. y^2 = ce^{-x} + x - 1.$$

$$952. y = x^4 \ln^2 |cx|.$$

$$953. y^2 = x^2 - 1 + c\sqrt{x^2 - 1}.$$

$$954. y = \frac{1}{27} e^{-3x} \left(\frac{x^2}{2} + x + c \right)^3.$$

$$955. y^2 = \frac{1}{1 + ce^{x^2}}.$$

$$956. y = \sqrt[3]{1 + ce^{-x}}.$$

$$957. x\sqrt{y} = \frac{x^3}{3} - 6.$$

$$958. y = x\sqrt{\ln \sqrt{x} + 4}.$$

$$959. y = \frac{1}{x^2}.$$

$$960. y = \frac{1}{-2 \cdot e^{\arcsin x} + \arcsin x + 1}.$$

$$961. y(\ln |x| + 1 + cx) = 1.$$

$$962. y^2 \left(x^2 + \frac{1}{2} + ce^{2x^2} \right) = 1.$$

$$963. \quad \frac{1}{y^3} = \cos^2 x \cdot (c \cos x - 3 \sin x); \quad \frac{1}{y^3} = \cos^2 x \cdot (2 \cos x - 3 \sin x).$$

$$964. \quad y = \frac{1}{c\sqrt{1-x^2} - 1}.$$

$$965. \quad y = \frac{1 + \sin x}{\cos x(\sin x + c)}.$$

$$966. \quad 3\sqrt{y} = c \cdot \sqrt[4]{x^2 - 1} + x^2 - 1; \quad 3\sqrt{y} = \sqrt[4]{27(x^2 - 1)} + x^2 - 1.$$

$$967. \quad y = (ce^{-e^x} + 1)^2.$$

$$968. \quad y = \frac{1}{ce^{\operatorname{arctg}x+1}}; \quad y = \frac{1}{3e^{\operatorname{arctg}x+1}}.$$

$$969. \quad \frac{x^3}{3} + xy - y^2 = c.$$

$$970. \quad 2y^2 - xy + x^3 = c.$$

$$971. \quad \sin x + x^2 y - \cos y = c.$$

$$972. \quad y^4 = 4xy + c.$$

$$973. \quad \ln \left| \frac{y}{x} \right| - \frac{xy}{x-y} = c.$$

$$974. \quad x^4 + 3x^2 y^2 + y^3 + c.$$

$$975. \quad \ln|x+y| + \frac{y}{x+y} = c.$$

$$976. \quad x^2 + y^2 = cx^3.$$

$$977. \quad \frac{xy}{x-y} = c.$$

$$978. \quad x^2 + y^2 - 2\operatorname{arctg} \frac{x}{y} = c.$$

$$979. \quad \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{y}{x} = c.$$

$$980. \quad x + ye^{\frac{x}{y}} = c.$$

981. $\mu(x) = \frac{1}{x}, y \ln|x| = c.$
982. $\mu(x) = \frac{1}{x^2}, x^2 - y = cx.$
983. $\mu(x) = \frac{1}{y^2}, \frac{x}{y} + \frac{x^2}{2} + c = 0.$
984. $\mu(x) = \frac{1}{\sqrt{x}}, 4\sqrt{x} + \sin y - \cos x + y^2 = c.$
985. $\mu(x) = \frac{1}{y^2}, \frac{y^2}{2} + \frac{\ln|x|}{y} = c.$
986. $y = \frac{x^4}{4} - \frac{2x^3}{3} + \frac{x^2}{2} + c_1x + c_2.$
987. $y = \frac{x^2}{2} \ln|x| - \frac{3x^2}{4} + c_1x + c_2.$
988. $y = -\frac{1}{4} \sin 2x + c_1x + c_2.$
989. $y = \frac{x^4}{12} + \cos x + c_1x + c_2.$
990. $2x = \ln \left| 2y + \sqrt{4y^2 + c_1} \right| + c_2$ или $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-2x}.$
991. $c_1 y^2 - 5 = (c_1 x + c_2)^2.$
992. $y = (1 + c_1^2) \ln|x + c_1| - c_1 x + c_2.$
993. $y = (c_1 x - c_1^2) e^{c_1^{\frac{x}{c_1} + 1}} + c_2.$
994. $y = c_2 + c_1 \sin x - x - \frac{1}{2} \sin 2x.$
995. $y = e^x (x - 1) + c_1 x^2 + c_2.$
996. $(x - c_1)^2 = 4c_2 (y - c_2).$

997. $y(c_2 + x) = c_1 + x.$
998. $\operatorname{ctgy} = c_2 - c_1x.$
999. $x = e^y + c_1y + c_2.$
1000. $y = c_1e^{3x} + c_2e^{-3x}.$
1001. $y = c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x.$
1002. $y = c_1 + c_2e^x.$
1003. $y = c_1 \cos 5x + c_2 \sin 5x.$
1004. $y = c_1 + c_2e^{-25x}.$
1005. $y = c_1e^{2\sqrt{2}x} + c_2e^{-2\sqrt{2}x}.$
1006. $y = c_1e^{5x} + c_2e^{-5x}.$
1007. $y = e^x(c_1 + c_2x).$
1008. $y = e^{3x}(c_1 + c_2x).$
1009. $y = e^{-2x}(c_1 \cos \sqrt{6}x + c_2 \sin \sqrt{6}x).$
1010. $y = c_1 \cos 10x + c_2 \sin 10x.$
1011. $y = c_1e^{19x} + c_2e^x.$
1012. $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-\frac{x}{2}}.$
1013. $y = c_1e^{-x} + c_2e^{-6x}.$
1014. $y = e^{-3x}(c_1 \cos x + c_2 \sin x).$
1015. $y = (c_1 \cos \sqrt{3}x + c_2 \sin \sqrt{3}x).$
1016. $y = e^{-2x}(c_1 \cos 3x + c_2 \sin 3x).$
1017. $y = e^{\sqrt{3}x}(c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x).$
1018. $y = c_1e^{3x} + c_2e^{-4x}.$
1019. $y = e^{-2x}(c_1 + c_2x).$
1020. $y = c_1e^{(2+\sqrt{11})x} + c_2e^{(2-\sqrt{11})x}.$

1021. $y = c_1 e^{-10x} + c_2 e^x.$
1022. $y = e^{-5x} (c_1 \cos 5\sqrt{3}x + c_2 \sin 5\sqrt{3}x).$
1023. $y = e^{-\frac{7}{2}x} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{41}}{2}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{41}}{2}x \right).$
1024. $y = c_1 + c_2 e^{-4x}.$
1025. $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} + \frac{5}{42} e^{5x}.$
1026. $y = c_1 e^{-2x} + c_2 e^{-x} + \frac{1}{4} e^{2x}.$
1027. $y = e^{-\frac{7}{2}x} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{31}}{2}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{31}}{2}x \right) + \frac{e^x}{28}.$
1028. $y = e^{-\frac{x}{2}} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{39}}{2}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{39}}{2}x \right) + 0,3x^2 - 0,06x - 0,054.$
1029. $y = e^{-\frac{x}{2}} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2}x + c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2}x \right) - \frac{9}{13} \cos 2x + \frac{6}{13} \sin 2x.$
1030. $y = e^{4x} (c_1 + x) + c_2.$
1031. $y = c_1 \cos x + c_2 \sin x - \frac{1}{24} \sin 5x.$
1032. $y = c_1 \cos 10x + c_2 \sin 10x + \frac{1}{96} \sin 2x.$
1033. $y = c_1 \cos 3x + \left(c_2 + \frac{x}{6} \right) \sin 3x.$
1034. $y = c_1 e^{3x} + c_2 e^{-3x} - \frac{1}{5} e^{2x}.$
1035. $y = e^{3x} \left(c_1 + c_2 x + \frac{x^2}{2} \right).$
1036. $y = c_1 + c_2 e^x - \frac{x^2}{2} - 5x.$

1037. $y = e^{-x} \left(c_1 + c_2 x + \frac{x^2}{2} \right).$
1038. $y = c_1 + c_2 e^{3x} - \frac{x^4}{12} - \frac{x^3}{9} - \frac{x^2}{9} - \frac{20}{27} x.$
1039. $y = c_1 + c_2 e^{-3x} + \frac{x}{3}.$
1040. $y = \left(c_1 + \frac{x}{4} \right) \cos x + \left(c_2 + \frac{x^2}{4} \right) \sin x.$
1041. $y = c_1 e^{-x} + e^x \left(c_2 + \frac{x^2}{4} - \frac{x}{4} \right).$
1042. $y = e^{\frac{x}{2}} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{7}}{2} x + c_2 \sin \frac{\sqrt{7}}{2} x \right) + \left(\frac{x}{2} + 1 \right) \sin x + \frac{x+1}{2} \cos x.$
1043. $y = e^{-\frac{x}{2}} \left(c_1 \cos \frac{\sqrt{3}}{2} x + c_2 \sin \frac{\sqrt{3}}{2} x \right) + e^x \left(\frac{x^2}{2} - \frac{2x}{3} + \frac{4}{9} \right).$
1044. $y = c_1 e^{-3x} + e^{3x} \left(c_2 + \frac{x}{6} \right).$
1045. $y = c_1 \cos x + \left(c_2 + \frac{x}{2} \right) \sin x - \frac{1}{24} \sin 5x.$
1046. $y = c_1 + c_2 e^{-x} + \left(1 - \frac{x}{2} \right) \sin x - \frac{x+1}{2} \cos x.$
1047. $y = c_1 e^x + e^{-2x} \left(c_2 - \frac{2x}{3} \right) + \frac{1}{4} e^{2x}.$
1048. $y = e^{2x} \left(c_1 + \frac{x}{4} \right) + e^{-2x} \left(c_2 - \frac{3x}{4} \right).$
1049. $y = c_1 e^{2x} + c_2 e^{-x} - 0,3 \sin x + 0,1 \cos x - \frac{x^2}{2} + \frac{x}{2} - \frac{3}{4}.$
1050. $y = c_1 \sin 3x + \left(c_2 - \frac{2x}{3} \right) \cos 3x + \frac{1}{9} x.$

1051. $y = c_1 e^x + c_2 e^{6x} + \frac{5 \sin x + 7 \cos x}{74}.$
1052. $y = c_1 \cos x + \left(c_2 + \frac{x}{2} \right) \sin x.$
1053. $y = c_1 e^{-x} + c_2 e^{3x} - \frac{x^2}{3} + \frac{4}{9} x - \frac{14}{27}.$
1054. $y = c_1 + c_2 e^{-x} + e^x \left(\frac{x}{2} - \frac{3}{4} \right).$
1055. $y = e^{-4x} \left(c_1 - \frac{x}{4} \right) + \frac{x^2}{8} - \frac{x}{16} + c_2.$
1056. $y = c_1 \sin x + c_2 \cos x + x \sin x + \cos x \ln |\cos x|.$
1057. $y = e^x (x \ln |x| + c_1 x + c_2).$
1058. $y = (e^{-x} + e^{-2x}) \ln(e^x + 1) + c_1 e^{-x} + c_2 e^{-2x}.$
1059. $y = e^{-x} \left(\frac{4}{5} (x+1)^5 + c_1 x + c_2 \right).$
1060. $y = c_1 \cos x + \left(c_2 + \frac{x}{2} \right) \sin x - \frac{1}{24} \sin 5x.$
1061. $y = e^{2x} \left(c_1 + \frac{x}{4} \right) + e^{-2x} \left(c_2 - \frac{3x}{4} \right).$
1062. $y = e^{2x} (\cos x \ln \cos x + (x + c_1) \sin x + c_2 \cos x)$
1063. $y = c_1 \cos 2x + c_2 \sin 2x + \frac{\sin 2x}{8} \ln \left| \frac{\cos 2x - 1}{\cos 2x + 1} \right|.$
1064. $y = e^x (c_1 + c_2 x - \ln |x|).$
1065. $y = (c_1 + 2x - \ln(e^{2x} + 1)) e^{4x} + e^{2x} (c_2 - \ln(e^{2x} + 1)).$
1066. $y = 2 \sin x + \cos x.$
1067. $y = e^{x-2} (7 - 3x).$
1068. $y = x - e^{-x} + 4.$
1069. $y = 2e^{2(x-2)}.$
1070. $y = \frac{2-x}{2} e^{-\frac{x}{2}}.$

1071. $y = e^{3x-6} + x^2 - 2.$
1072. $y = 2\cos x - 5\sin x + 2e^x.$
1073. $y = -\frac{1}{3}e^{-5x} + \frac{9}{7}e^{-x} + \frac{1}{21}e^{2x}.$
1074. $y = e^{-x}(x - \sin x).$
1075. $y = c_1 + c_2e^{\sqrt{2}x} + c_2e^{-\sqrt{2}x}.$
1076. $y = c_1 + c_2x + c_2e^{-x}.$
1077. $y = c_1e^{-x} + e^{\frac{x}{2}}\left(c_2\cos\frac{\sqrt{3}}{2}x + c_3\sin\frac{\sqrt{3}}{2}x\right).$
1078. $y = c_1e^x + e^{2x}(c_2 + c_3x).$
1079. $y = \frac{x^5}{120} + c_1x^3 + c_2x^2 + c_3x + c_4.$
1080. $y = c_1 + c_2x + c_3e^{-x} + c_4e^x.$
1081. $y = c_1e^{2x} + c_2e^{-2x} + c_3\sin 2x + c_4\cos 2x.$
1082. $y = c_1e^x + c_2e^{-x} + c_3\sin x + c_4\cos x; \quad y = \cos x.$
1083. $y = x^2 \ln|x| + c_1x^2 + c_2x + c_3; \quad y = x^2 \ln|x| + 1.$
1084. $y = e^x\left(c_1 + c_2x + c_3x^2 + \frac{x^3}{6}\right).$
1085. $y = e^x(c_1 + c_2x) + c_3e^{2x} - x - 4.$
1086. $y = c_1\cos x + c_2\sin x + c_3\cos 2x + c_4\sin 2x - \frac{1}{2}x\cos x.$
1087. $x = c_1e^t + c_2e^{5t}, \quad y = -c_1e^t + 3c_2e^{5t}.$
1088. $x = c_1e^t + c_2e^{-t}, \quad y = c_1e^t - c_2e^{-t}.$
1089. $x = e^{3t}(c_1 + c_2t), \quad y = e^{3t}(c_1 + c_2 + c_2t).$
1090. $x = 5c_1\cos 3t + 5c_2\sin 3t, \quad y = (c_1 - 3c_2)\cos 3t + (3c_1 + c_2)\sin 3t.$
1091. $x = c_1e^{5t} + c_2e^{-t}, \quad y = 2c_1e^{5t} - 4c_2e^{-t}.$

$$1092. \quad x = -5c_1e^{2t} - \frac{1}{2}c_2e^{-7t}, \quad y = c_1e^{2t} + c_2e^{-7t},$$

$$x = 5e^{2t} - 3e^{-7t}, \quad y = -e^{2t} + 6e^{-7t}.$$

$$1093. \quad x = 5c_1 \cos 4t + 5c_2 \sin 4t + \frac{3}{17}e^t - \frac{10}{25}e^{3t},$$

$$y = (2c_1 - 4c_2)\cos 4t + (4c_1 + 2c_2)\sin 4t + \frac{4}{17}e^t + \frac{2}{25}e^{3t}.$$

$$1094. \quad x = (c_1 + c_2t)e^t, \quad y = \left(c_1 - \frac{c_2}{2} + c_2t\right)e^t,$$

$$x = (1 - 2t)e^t, \quad y = (2 - 2t)e^t.$$

$$1095. \quad x = C_1e^{2t} + 4C_2e^{-3t} + t + t^2, \quad y = -C_1e^{2t} + C_2e^{-3t} - \frac{1}{2}t^2.$$

$$1096. \quad x = 3c_1e^{2t} + c_2e^{-2t} + \frac{11}{5}\sin t - \frac{1}{5}\cos t,$$

$$y = c_1e^{2t} - c_2e^{-2t} - \frac{17}{15}\sin t + \frac{12}{15}\cos t.$$

$$1097. \quad x = c_1 \cos t + c_2 \sin t + 4e^t - \frac{1}{5}e^{2t},$$

$$y = (c_1 - c_2)\cos t + (c_1 + c_2)\sin t + 4e^t + \frac{1}{5}e^{2t}.$$

$$1098. \quad x = c_1 + c_2e^{4t} + \frac{1}{6}t^3 - \frac{3}{8}t^2 + \frac{9}{16}t + \frac{1}{21}e^{-3t},$$

$$y = -3c_1 + c_2e^{4t} - \frac{1}{2}t^3 - \frac{3}{8}t^2 - \frac{39}{16}t - \frac{39}{16} - \frac{2}{7}e^{-3t}.$$

$$1099. \quad x = c_1 \cos 4t + c_2 \sin 4t - \frac{3}{8}t^2 + \frac{1}{4}t + \frac{7}{64} + \frac{8}{15}\sin t,$$

$$y = (c_1 + 2c_2)\cos 4t + (-2c_1 + c_2)\sin 4t - \frac{15}{16}t^2 - \frac{5}{16}t +$$

$$+ \frac{15}{128} + \frac{4}{15}\sin t + \frac{2}{15}\cos t,$$

$$1100. \quad x = c_1e^{-3t} + c_2e^{2t} - \frac{8}{5}te^{2t} - \frac{1}{14}e^{4t},$$

$$y = 4c_1e^{-3t} - c_2e^{2t} + \frac{8}{5}te^{2t} + \frac{3}{14}e^{4t} - \frac{2}{5}e^{2t}.$$