

Тимергалиев С.Н., г. Казань,  
Харасова Л.С., г. Набережные Челны

## К ПРОБЛЕМЕ РАЗРЕШИМОСТИ ОДНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКИ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ТЕОРИИ ПОЛОГИХ ОБОЛОЧЕК ТИПА ТИМОШЕНКО

**Аннотация.** В работе исследуется разрешимость геометрически нелинейной задачи равновесия для пологих упругих оболочек типа Тимошенко с шарнирно опертыми краями в произвольной области. Цель работы – доказательство теоремы существования решений. Метод исследования заключается в сведении исходной задачи к одному нелинейному операторному уравнению, разрешимость которого устанавливается с помощью принципа сжатых отображений.

**Ключевые слова:** краевая задача, уравнения равновесия, система нелинейных дифференциальных уравнений, теорема существования.

Timergaliev S.N., Kharasova L.S.

## THE PROBLEM OF THE SOLVABILITY OF ONE GEOMETRICALLY NONLINEAR BOUNDARY VALUE PROBLEM FOR A SYSTEM OF DIFFERENTIAL EQUATIONS OF THE THEORY OF SHALLOW TIMOSHENKO- TYPE SHELLS

**Abstract.** In the paper we investigate the solvability of a geometrically nonlinear equilibrium problem for shallow elastic homogeneous Timoshenko-type shells with simply supported edges in an arbitrary field. The purpose of work is the proof of the theorem on existence of solutions. Research method consists in reduction the original problem to one nonlinear operator equation. The solvability is established by the principle of contracting mappings.

**Keywords:** boundary problem, equilibrium equations, system of nonlinear differential equations, existence theorem.

В плоской ограниченной области  $\Omega$  рассматривается система нелинейных дифференциальных уравнений вида

$$\begin{aligned} w_{1\alpha^1\alpha^1} + \mu_1 w_{1\alpha^2\alpha^2} + \mu_2 w_{2\alpha^1\alpha^1} &= f_1, \quad \mu_1 w_{2\alpha^2\alpha^2} + w_{2\alpha^2\alpha^2} + \mu_2 w_{1\alpha^1\alpha^1} = f_2, \\ k^2 \mu_1 (w_{3\alpha^1\alpha^1} + w_{3\alpha^2\alpha^2} + \psi_{1\alpha^1} + \psi_{2\alpha^2}) + k_3 w_{1\alpha^1} + k_4 w_{2\alpha^2} - k_5 w_3 + \\ + k_3 w_{3\alpha^1}^2 / 2 + k_4 w_{3\alpha^2}^2 / 2 + \beta_2 [(T^{\mu} w_{3\alpha^2})_{,\alpha^{\mu}} + R^3] &= 0, \end{aligned} \quad (1)$$

$$\psi_{1\alpha^1\alpha^1} + \mu_1 \psi_{1\alpha^2\alpha^2} + \mu_2 \psi_{2\alpha^1\alpha^1} = g_1 + k_0 \psi_1, \quad \mu_1 \psi_{2\alpha^2\alpha^2} + \psi_{2\alpha^2\alpha^2} + \mu_2 \psi_{1\alpha^1\alpha^1} = g_2 + k_0 \psi_2$$

при условиях на её границе  $\Gamma$ :

$$w_3 = \psi_2 = 0, \quad (2)$$

$$\begin{aligned} (w_{1\alpha^1} + \mu w_{2\alpha^2})(t) d\alpha^2 / ds - \mu_1 (w_{1\alpha^2} + w_{2\alpha^1})(t) d\alpha^1 / ds &= \varphi_1(w_3)(t), \\ \mu_1 (w_{1\alpha^2} + w_{2\alpha^1})(t) d\alpha^2 / ds - (\mu w_{1\alpha^1} + w_{2\alpha^2})(t) d\alpha^1 / ds &= \varphi_2(w_3)(t), \\ (\psi_{1\alpha^1} + \mu \psi_{2\alpha^2})(t) d\alpha^2 / ds - \mu_1 (\psi_{1\alpha^2} + \psi_{2\alpha^1})(t) d\alpha^1 / ds &= \tilde{\varphi}_1(w_3)(t). \end{aligned} \quad (3)$$

Правые части  $f_i, g_i, \varphi_i (i=1,2), \tilde{\varphi}_1$  системы (1) и граничных условий (3) зависят

от прогиба и внешних сил  $R^j, L^i, P^i (i=1,2), N^1$  [1].

**Задача (1) – (3).** Требуется найти решение системы (1), удовлетворяющее граничным условиям (2), (3).

В случае единичного круга аналогичная задача исследована в [1]. В [2] система (1) при других граничных условиях изучена в произвольной области, при этом использовалось конформное отображение области  $\Omega$  на единичный круг. В данной работе метод [1], [2] развивается на случай произвольной упругой оболочки с шарнирно опертыми краями.

Пусть выполнены следующие условия: (а)  $\Omega$  – односвязная область с границей  $\Gamma \in C^1_\beta$ ; (б) внешние силы  $R^j (j = \overline{1,3})$ ,  $L^i, P^i (i = \overline{1,2}) \in L_p(\Omega)$ ,  $N^1 \in C_\beta(\Gamma)$ ,  $p > 2, 0 < \beta < 1$  связаны соотношениями

$$\int_{\Gamma} P^j(s) ds + \iint_{\Omega} R^j d\alpha^1 d\alpha^2 = 0, j = \overline{1,2}, \quad (4)$$

$$\int_{\Gamma} (\alpha^1 P^2 - \alpha^2 P^1) ds + \iint_{\Omega} (\alpha^1 R^2 - \alpha^2 R^1) d\alpha^1 d\alpha^2 = 0.$$

Тогда задача (1) – (3) эквивалентна операторному уравнению относительно прогиба вида  $w_3 + G_* w_3 = 0$ , где  $G_* w_3$  – нелинейный ограниченный оператор в  $W_p^{(2)}(\Omega)$

,  $2 < p < 2/(1-\beta)$ , причем для любых  $w_3^j (j = \overline{1,2}) \in W_p^{(2)}(\Omega)$ , принадлежащих шару  $\|w_3\|_{W_p^{(2)}} < r$ , справедлива оценка  $\|G_* w_3^1 - G_* w_3^2\|_{W_p^{(2)}(\Omega)} \leq q_* \|w_3^1 - w_3^2\|_{W_p^{(2)}(\Omega)}$ .

Предположим, что радиус  $r$  шара и внешние силы, действующие на оболочку, таковы, что выполняются условия

$$q_* < 1, \quad \|G_*(0)\|_{W_p^{(2)}(\Omega)} < (1 - q_*)r. \quad (5)$$

Тогда справедлива следующая основная теорема.

**Теорема.** Пусть выполнены условия (а), (б), неравенства (5). Тогда для разрешимости геометрически нелинейной задачи равновесия для пологих упругих оболочек типа Тимошенко при граничных условиях (2), (3) необходимо и достаточно, чтобы выполнялись условия (4). В случае их выполнения задача имеет обобщенное решение  $a = (w_1, w_2, w_3, \psi_1, \psi_2) \in W_p^{(2)}(\Omega)$ ,  $2 < p < 2/(1-\beta)$ .

#### Литература

1. Тимергалиев С.Н., Харасова Л.С. Исследование разрешимости одной краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений теории пологих оболочек типа Тимошенко // Дифференциальные уравнения, 2016, Т. 52, № 5, С. 651-664.

2. Timergaliev S.N., Kharasova L.S. On the existence of solutions of one nonlinear boundary-value problem for shallow shells of Timoshenko type with simply supported edges // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering, Volume 158, 2016, Code 012092.

Филиппов В. Н., Веретельников С. А., г. Нижний Новгород

## ПОИСК ОДНОРОДНОСТЕЙ В ИЗОБРАЖЕНИЯХ ПРИ ПОМОЩИ ВЕЙВЛЕТ -ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

**Аннотация.** В статье рассмотрен метод поиска заданных изображений в базах данных больших размеров. Предложена модифицированная версия данного метода, основанная на применении новой метрики. Для определения степени близости двух изображений рассмотрена метрика, основанная на сравнении коэффициентов вейвлет-преобразования. Проведено экспериментальное исследование представленного модифицированного метода.

**Ключевые слова:** вейвлет-преобразование, запрос, изображение, метрика.



# НИГПУ

## АКТУАЛЬНЫЕ ПРОБЛЕМЫ ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБРАЗОВАНИЯ

МАТЕРИАЛЫ

II Международной научно-практической конференции

20-22 октября 2017 г.