



# Изучение прямолинейного движения. Запись диаграммы пути от времени для прямолинейного движения

## Решаемые задачи

- Определить зависимости пути, скорости и ускорения от времени для равномерного прямолинейного движения
- Определить зависимости пути, скорости и ускорения от времени для равнопеременного прямолинейного движения
- Проанализировать и сопоставить с теорией полученные зависимости

## Введение

**Движение** — есть способ существования материи. В широком смысле движение — это любые изменения,

все процессы, происходящие во Вселенной, начиная от механического движения, кончая мышлением. Простейшей формой движения материи является механическое движение.

**Механическое движение** — это изменение взаимного расположения тел или их частей в пространстве с течением времени. Наука, изучающая: общие законы механического движения и равновесия материальных тел, называется механикой. Классическая механика рассматривает движение абсолютно твердых тел (т.е. таких, которые не деформируются в процессе движения) со скоростями, малыми по сравнению со скоростью света. Примером простейшего механического движения может служить движение материальной точки.

**Материальная точка** — это тело, размеры и форму которого можно не учитывать в данной задаче. Если размеры тела малы по сравнению с проходимым им расстоянием или по сравнению с расстояниями до других тел, рассматриваемых в задаче, то такое тело можно считать материальной точкой (м.т.).

Движение материальных тел протекает в пространстве и времени.

**Пространство и время** - это формы существования и смены состояний материи, это неотъемлемые атрибуты материи, столь же материальные как и любой вид материи. Движение немислимо вне пространства и времени.

Для описания движения тела в пространстве и времени необходимо иметь систему отсчета.

Система отсчета включает в себя тело отсчета (реальное или абстрактное), жестко связанную с ним систему координат и выбранный способ измерения времени.

Например, положение м.т. в любой момент времени можно зафиксировать в декартовой системе координат (рис. ??).

Естественно, что при движении м.т. ее координаты изменяются во времени, т.е.:

$$\begin{aligned} x &= f(t) \\ y &= \varphi(t) \\ z &= \psi(t) \end{aligned} \quad (1)$$

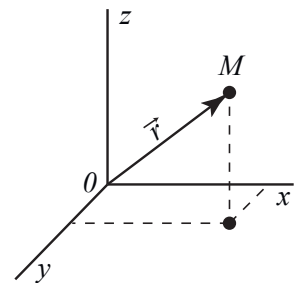


Рис. 1.

# 121

## **Изучение вращательного движения относительно неподвижной оси с помощью прибора Обербека**

### **Решаемые задачи**

- Измерение углового ускорения;
- Измерение момента сил;
- Экспериментальное определение зависимости углового ускорения от момента сил.

### **Оборудование**

Колесо Обербека .....	1 шт.
Миллисекундомер с фотоэлектрическими датчиками .	1 шт.
Нить с грузиками .....	1 шт.
Штангенциркуль .....	1 шт.

## Описание экспериментальной установки

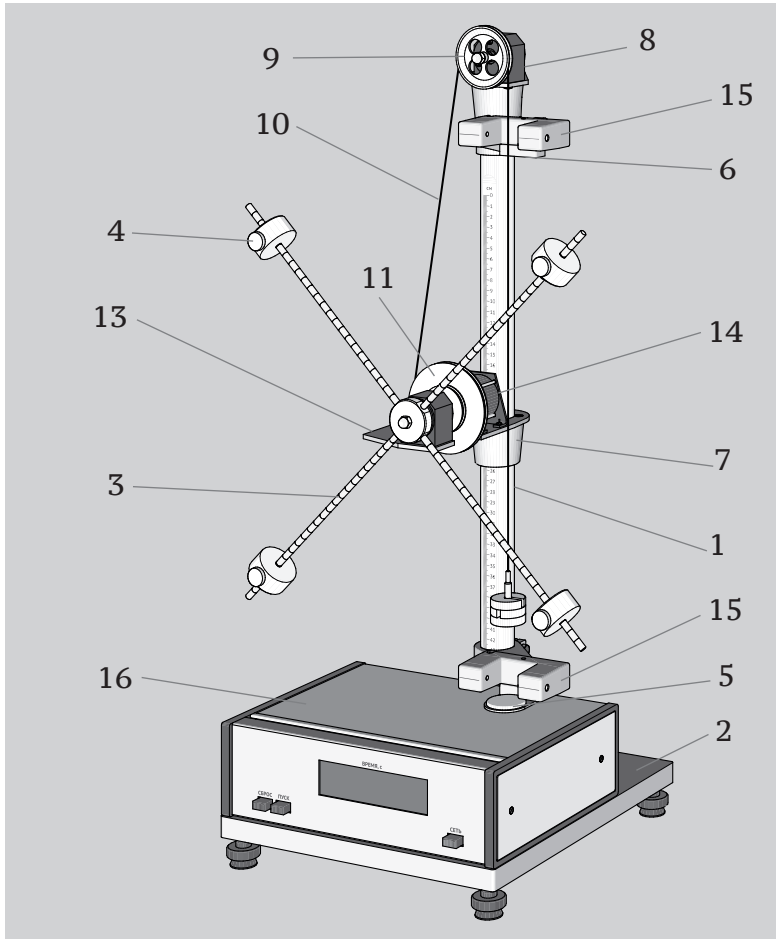


Рис. 1. Экспериментальная установка

Установка для изучения вращательного движения относительно неподвижной оси представлена на рис. 1. На стойке 1, установленной на основании 2, укреплены: прибор Обербека (крестовина 3 со съемными грузами 4 массой  $m_0$  и двухступенчатый шкив 11, которые могут свободно вращаться в подшипниках относительно неподвижной горизонтальной оси), кронштейны – нижний неподвижный 5 и верхний подвижный 6, а также две втулки – нижняя 7 и верхняя 8. На верхней втулке закреплен подвижный легкий блок 9. Через него перекинута нить 10, один конец которой закреплен на двухступенчатом шкиве 11 с радиусом ступеней  $R_1$  и  $R_2$ .

На другом конце нити крепится груз 12 массой  $m$ . При опускании груза 12 нить приводит во вращение прибор Обербека. На нижней втулке находится подставка 13 с укрепленным на ней электромагнитом 14, удерживающим с помощью фрикционной муфты крестовину в состоянии покоя. На обоих кронштейнах имеются фотодатчики 15, расстояние  $h$  между которыми можно изменять, перемещая подвижный кронштейн 6 вдоль стойки. Данное расстояние измеряется по шкале, нанесенной на стойку. в момент, когда груз 12 проходит верхний фотодатчик, секундомер 16 начинает отсчет времени. При прохождении грузом 12 нижнего фотодатчика секундомер 16 заканчивает отсчет времени и включается тормозной электромагнит 14. Таким образом, измеряется время  $t$  прохождения грузом 12 расстояния  $h$  между фотодатчиками 15.

## Работа с установкой

1. Включить прибор, нажав кнопку «Сеть». При этом загораются лампочки фотодатчиков и табло секундомера.
2. Нажать кнопку «Пуск» и, наматывая нить на шкив крестовины, поднять груз  $m$  до положения, в котором плоскость основания груза будет на уровне верхнего фотодатчика. При этом груз не должен пересекать луч фотодатчика. в данном положении груз поднят на высоту  $h$  относительно нижнего фотодатчика.
3. Отжать кнопку «Пуск», при этом включается электромагнит верхней фрикционной муфты и крестовина удерживается в исходном положении.
4. Нажать кнопку «Сброс» для подготовки электронного секундомера к измерению.
5. Нажать кнопку «Пуск». Электромагнит при этом отключается, освобождая крестовину, и груз  $m$  начинает двигаться вниз. Время опускания груза измеряется электронным секундомером, который включается и выключается при пересечении грузом лучей фотодатчиков.

## Задание 1. Проверка основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси при неизменном моменте инерции

### Методика эксперимента

Основное уравнение динамики вращательного движения относительно неподвижной оси

$$M_z = I_z \beta, \quad (1)$$

где  $M_z$  – проекция результирующего момента сил на ось вращения;  $I_z$  – момент инерции тела относительно неподвижной оси вращения;  $\beta$  – угловое ускорение.

При неизменном моменте инерции системы (крестовина с грузами и двухступенчатый шкив) изменение результирующего момента сил, вызывающего вращение, должно привести к пропорциональному изменению углового ускорения системы, т.е. при  $I_z = \text{const}$

$$\frac{M_{z1}}{M_{z2}} = \frac{\beta_1}{\beta_2}. \quad (2)$$

О движении груза  $m$ , вращении подвижного легкого блока относительно оси  $Z_6$ , а также крестовины относительно оси  $Z$  (рис. ) можно заметить следующее. Учитывая, что трение в опорах крестовины и подвижного блока мало (коэффициент трения в смазанных индустриальными маслами сферических подшипниках качения  $\approx 0,001$ ), пренебрегаем этим фактором в дальнейших рассуждениях. к тому же в условиях эксперимента масса подвижного блока, растяжение и масса нити ничтожно малы, значит, блок можно считать невесомым, а нить – нерастяжимой и невесомой. Отсюда следует, что натяжение нити одинаково по всей ее длине. Поэтому крестовина будет вращаться под действием момента силы натяжения нити  $T$ .

Поскольку на падающий груз массой  $m$  действуют постоянные силы: сила тяжести  $mg$  и сила натяжения нити  $T$ , то ускорение движения груза  $m$  также будет неизменным. Тогда из второго закона Ньютона следует, что

$$ma = mgT. \quad (3)$$

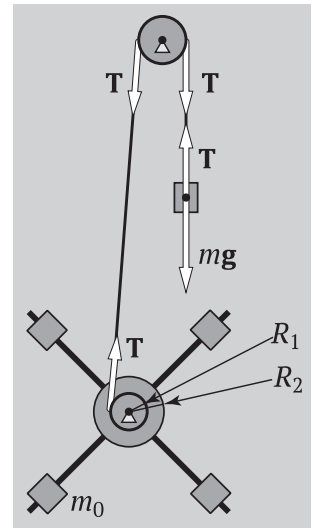


Рис. 2.

откуда

$$T = mg - a. \quad (4)$$

При равноускоренном падении груза из состояния покоя с высоты  $h$  в течение времени  $t$  ускорение груза определяется выражением

$$a = \frac{2h}{t^2}. \quad (5)$$

Следовательно, сила натяжения нити

$$T = m\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (6)$$

Примем во внимание, что при отсутствии скольжения нити ускорение движения груза  $m$  по модулю равно тангенциальному ускорению точек обода ступени шкива, на которую намотана нить. Поэтому для вращающейся с угловым ускорением  $\beta$  крестовины справедливо  $a = \beta R$ . с учетом выражения (5) получим

$$\beta = \frac{2h}{t^2 R}, \quad (7)$$

где  $R$  – радиус ступени шкива, на которую намотана нить с грузом  $m$ .

Проекция момента силы натяжения  $T$  на ось вращения  $Z$  определяется как

$$M_z = TR = mR\left(g - \frac{2h}{t^2}\right). \quad (8)$$

Подставляя значения параметров, рассчитанных из выражений (7) и (8), в исходное равенство (2), можно убедиться в выполнении основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси.

### Порядок выполнения задания 1

1. Закрепить грузы  $m_0$  на стержнях крестовины на одинаковом расстоянии  $r$  от оси вращения (расстояние  $r$  выбирается студентом).
2. Измерить штангенциркулем радиусы ступеней шкива  $R_1$  и  $R_2$ .

3. Измерить по шкале на стойке прибора высоту  $h$  (расстояние между фотодатчиками 15).
4. Закрепить нить с грузом  $m$  (величину груза  $m$  задает преподаватель) на ступени шкива радиусом  $R_1$  и, отпустив груз, измерить время его падения  $t_1$  с высоты  $h$ . Измерения произвести три-пять раз и найти среднее значение  $\langle t_1 \rangle$ .
5. Закрепить нить с грузом  $m$  на ступени шкива радиусом  $R_2$  и аналогично п. 4 измерить время падения груза  $t_2$ . Найти  $\langle t_2 \rangle$ .
6. Полученные данные подставить в соотношение (7) для расчета угловых ускорений крестовины  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , а также в уравнение (8) для расчета проекций результирующего момента сил на ось вращения  $M_{z1}$  и  $M_{z2}$ .
7. Для проверки основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси рассчитанные в п. 6 значения  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $M_{z1}$ ,  $M_{z2}$  подставить в соотношение(2).
8. Определить погрешность измерения одного из параметров, полученных ранее (параметр задается преподавателем).
9. Сделать выводы.

## **Задание 2. Проверка основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси при неизменном результирующем моменте сил**

### **Методика эксперимента**

Согласно выражению (2), при неизменном результирующем моменте сил изменение момента инерции крестовины с грузами должно приводить к изменению углового ускорения системы, т.е. при  $M_z = \text{const}$

$$\frac{I_{z1}}{I_{z2}} = \frac{\beta_2}{\beta_1}. \quad (9)$$



Отметим, что в условиях эксперимента работа сил трения пренебрежимо мала. Малы также массы блока и нити, а значит, их механическими энергиями в опытах можно пренебречь. Поэтому, чтобы определить момент инерции крестовины с грузами относительно оси вращения  $z$ , можно применить закон сохранения механической энергии для системы тел, состоящей из крестовины с грузами  $m_0$ , легкого подвижного блока, нерастяжимой невесомой нити и груза  $m$ .

Наматывая нить на шкив крестовины, поднимаем груз  $m$  до положения, в котором плоскость основания груза будет на уровне верхнего фотодатчика. Так как расстояние между фотодатчиками составляет  $h$ , груз  $m$  приобретает потенциальную энергию  $U = mgh$  относительно уровня нижнего фотодатчика. Если груз отпустить, он будет двигаться вниз с ускорением  $a$ , а крестовина – вращаться с угловым ускорением  $\beta$ . Потенциальная энергия  $U$  груза  $m$  перейдет в кинетическую энергию его поступательного движения  $\frac{mv^2}{2}$ , а также кинетическую энергию вращения крестовины с грузами  $m_0$  и двухступенчатым шкивом  $\frac{I_z\omega^2}{2}$ . Из закона сохранения механической энергии следует, что

$$mgh = \frac{mv^2}{2} + \frac{I_z\omega^2}{2}, \quad (10)$$

где значения скорости груза  $v$  и угловой скорости крестовины  $\omega$  соответствуют моменту, когда груз  $m$  находится на уровне нижнего фотодатчика.

Учитывая выражение (5) и тот факт, что  $v = at$ , получаем

$$v = \frac{2h}{t}. \quad (11)$$

Угловая скорость крестовины  $\omega$  связана со скоростью перемещения груза  $v$  соотношением

$$\omega = \frac{v}{R} = \frac{2h}{Rt}, \quad (12)$$

где  $R$  – радиус ступени шкива, на которую наматывается нить.

Используя формулы (11) и (12) совместно с (10), получаем выражение для определения момента инерции

крестовины с грузами и шкивом:

$$I = mR^2 \left( \frac{gt^2}{2h} - 1 \right). \quad (13)$$

Подставляя значения параметров, рассчитанных из выражений (7) и (13), в равенство (9), можно убедиться в выполнении основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси.

## Порядок выполнения задания 2

1. Закрепить грузы  $m_0$  на стержнях крестовины на одинаковом расстоянии  $r_1$  от оси вращения до центра масс грузов  $m_0$  (расстояние  $r_1$  задает преподаватель).
2. Измерить штангенциркулем радиус одной из ступеней шкива (важно во всех опытах использовать одну и ту же ступень шкива).
3. Измерить высоту  $h$  (расстояние между фотодатчиками 15).
4. Закрепить нить с грузом  $m$  на шкиве и, отпустив груз, измерить время его падения  $t_1$  с высоты  $h$ . Измерения произвести три-пять раз и найти среднее значение  $\langle t_1 \rangle$ .
5. Переместить грузы  $m_0$  на стержнях крестовины в новое положение  $r_2$  (задается преподавателем).
6. Аналогично п. 4 выполнить измерения  $t_2$  три-пять раз и найти среднее значение  $\langle t_2 \rangle$ .
7. Полученные данные подставить в соотношение (7) для расчета угловых ускорений крестовины  $\beta_1$  и  $\beta_2$ , а также в выражение (13) для расчета моментов инерции  $I_{z1}$  и  $I_{z2}$ .
8. Для проверки основного уравнения динамики вращательного движения относительно неподвижной оси полученные в п. 7 значения  $\beta_1$ ,  $\beta_2$ ,  $I_{z1}$ ,  $I_{z2}$  подставить в соотношение (9).
9. Определить погрешность измерения одного из параметров, полученных ранее (параметр задается преподавателем).

10. Объясните полученные результаты.

с

### Вопросы для подготовки

1. Опишите экспериментальную установку и способ проверки уравнения  $\omega = \epsilon t$

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

# 112

## Изучение условия равновесия. Правило рычага

### Решаемые задачи

- Изучение зависимости момента силы от величины силы  $F_1$  и плеча  $r_2$ ;
- Экспериментальное изучение условия равновесия сил и моментов сил для рычага.

### Оборудование

Металлическое колесо, закрепленное на оси .....	1 шт.	34275
Набор из 12 грузов, массой по 50 г .....	1 шт.	34261
Динамометр, 2,0 Н .....	1 шт.	31445
Динамометр, 5,0 Н .....	1 шт.	31446
Основание штатива, V-образное, 20 см .....	1 шт.	30002
Универсальный зажим .....	1 шт.	30001
Металлический стержень, 47 см .....	1 шт.	30042

## Введение

Моментом силы  $M$  относительно точки  $O$  называется векторное произведение радиуса-вектора  $r$  на силу  $F$  (рисунок 1):

$$M = r \times F \quad (1)$$

Момент силы – векторная величина, направленная перпендикулярно к плоскости, в которой лежат вектора  $r$  и  $F$ . Абсолютное значение (длина вектора) момента силы:

$$M = Fr \sin \alpha = Fl \quad (2)$$

где  $\alpha$  – угол между векторами  $r$  и  $F$ . Значение момента силы может быть определено как произведение силы  $F$  на плечо  $l$ :

$$l = r \sin \alpha \quad (3)$$

Плечо силы – кратчайшее расстояние от оси  $O$  до прямой, вдоль которой направлена сила  $F$  – линии действия силы (см рис. 1). Плечо силы не изменяется, когда точка приложения силы  $F$  смещается вдоль линии действия, следовательно при этом не изменяется и момент силы. Когда сила  $F$  перпендикулярна вектору  $r$ , момент силы максимален, и определяется выражением

$$M = Fr \quad (4)$$

Если к телу приложены две силы, стремящиеся повернуть тело в противоположных направлениях, то им соответствуют противоположно направленные вектора моментов сил. Равновесие достигается, если векторная сумма моментов сил, действующих на тело, равна нулю. Другими словами, момент сил  $M_1$ , стремящихся развернуть тело «по часовой стрелке» должна быть равна сумме моментов сил  $M_2$ , стремящихся повернуть тело «против часовой стрелки»:

$$M_1 = M_2 \quad (5)$$

Это правило называют правилом моментов, или правилом рычага.

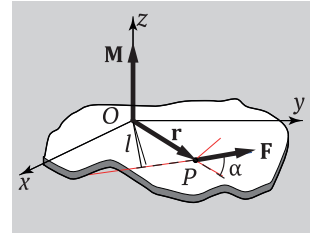


Рис. 1. Определение момента силы  $M = r \times F$  ( $l$  – плечо).

# 113 Силы на наклонной плоскости

---

## Цель работы

Изучение сил, действующих на тело на наклонной плоскости.

---

## Решаемые задачи

- запись уравнения второго закона Ньютона для движения тела по наклонной плоскости;
  - определение коэффициента трения покоя, коэффициента трения скольжения.
- 

## 1 Краткая теория по векторам

**Вектор** - направленный отрезок прямой (рис. 1). Вектор характеризуется направлением и величиной (модуль вектора).

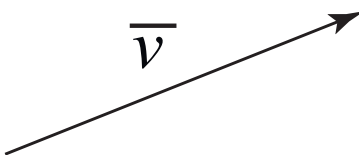


Рис. 1:

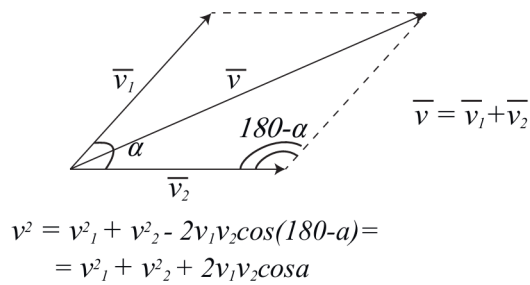
Векторные величины - это величины обладающие свойством векторов: направлением и величиной. Примеры векторных величин: перемещение, скорость, ускорение, сила и др. Сложение векторов (геометрическая сумма) рассчитывается по правилу треугольника и параллелограмма (рис. 2)

В физике, работая с векторными величинами, все вектора проецируются на координатные оси (X, Y, Z). Уравнения, в которые входят векторные величины, сначала записываются в общем (векторном) виде, а дальше они расписываются для каждой координатной оси и расчеты идут с проекциями векторов.

**Проекция вектора на ось** - это число, абсолютная величина которого равна длине отрезка оси, заключённого между двумя перпендикулярами, опущенными из начала и конца вектора на ось (Пример рис. 3:  $\vec{v}$  - вектор,  $v_x$  - проекция вектора на ось  $x$ ,  $v_y$  - проекция вектора на ось  $y$ ). Если направление вектора совпадает с направлением оси, то проекция положительная, со знаком '+'. Если не совпадает, то отрицательная, со знаком '-'.

## Сложение векторов

Правило параллелограмма



Правило треугольника

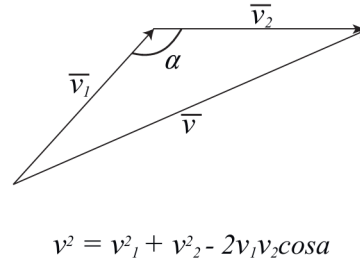


Рис. 2:

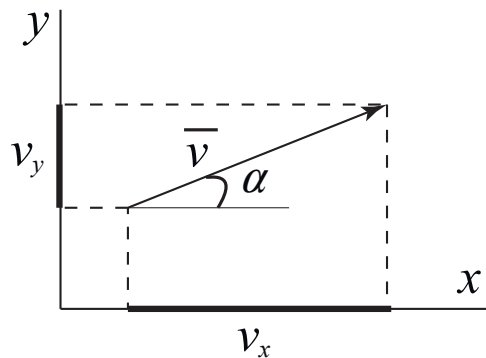


Рис. 3:

Чтобы определить численное значение проекции, зная длину вектора (модуль), воспользуемся тригонометрическими функциями  $\cos \alpha$  и  $\sin \alpha$ . Запишем для рисунка 3:

$$v_x = |\vec{v}| \cos \alpha; v_y = |\vec{v}| \sin \alpha.$$

## 2 Силы, действующие на тело на наклонной плоскости

**Сила тяжести**,  $F_{\text{тяж}}$  - сила, с которой тело притягивается к Земле. Сила откладывается от центра масс тела и направлена перпендикулярно вниз к Земле.

$$\vec{F}_{\text{тяж}} = m\vec{g} \quad (1)$$

**Вес тела**,  $P$  - сила, с которой тело действует, вследствие тяготения к Земле, на опору/подвес, удерживающую тело от свободного падения. Сила направлена перпендикулярно вниз к Земле.

**Сила реакции опоры**,  $N$  - сила, с которой опора действует на тело. Сила направлена перпендикулярно плоскости опоры вверх. Сила реакции опоры по модулю равна весу тела.

При скольжении одного тела по поверхности другого возникают так называемые **силы трения скольжения**, оказывающие сопротивление относительному движению тел.

Появление сил трения обусловлено тем, что микровыступы одной поверхности цепляются за микровыступы другой, кроме того в точках контакта поверхностей возникают

значительные силы молекулярного притяжения.

Силы трения возникают попарно и направлены всегда противоположно векторам скорости относительного движения тел (рис. 4).

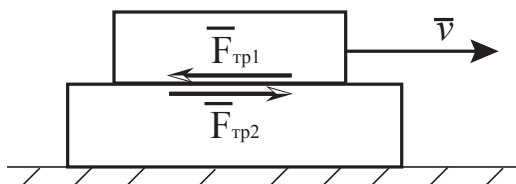


Рис. 4:

Согласно третьему закону Ньютона:

$$\vec{F}_{\text{тр}1} = -\vec{F}_{\text{тр}2}.$$

Силы трения скольжения зависят от скорости относительного движения тел: с увеличением скорости - силы трения уменьшаются.

Для того, чтобы не учитывать влияние скорости на силы трения, мы при решении задач принимаем силу трения скольжения равной силе трения покоя.

**Сила трения покоя** равна минимальной силе, приложенной к телу параллельно поверхности его скольжения и способной вывести это тело из состояния покоя.

Опыт показывает, что сила трения покоя прямо пропорциональна силе нормального давления (рис. 5, 6), т.е.

$$F_{\text{тр}} = \mu_{\text{stat}} N \quad (2)$$

где  $\mu$  - коэффициент пропорциональности, иначе называемый **коэффициент трения**.

Коэффициент трения зависит от рода соприкасающихся тел, чистоты механической обработки их поверхностей; специфичен для каждой пары трущихся тел и определяется опытным путем. Из (2) видно, что  $\mu$  - величина безразмерная.

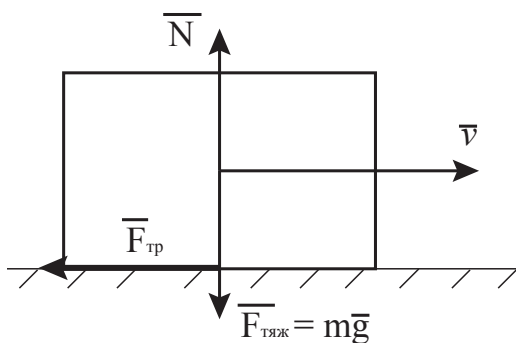


Рис. 5:

**Сила трения качения** возникает, когда по поверхности одного тела, перекачивается другое, обычно круглой формы. Например, катятся колеса транспортных средств по дороге, перевернутая на бок бочка с пригорка, шарик по полу.

Сила трения качения намного меньше силы трения скольжения. Вспомните, большую сумку легче вести на колесиках, чем волоком тащить по земле. При качении колесо как бы



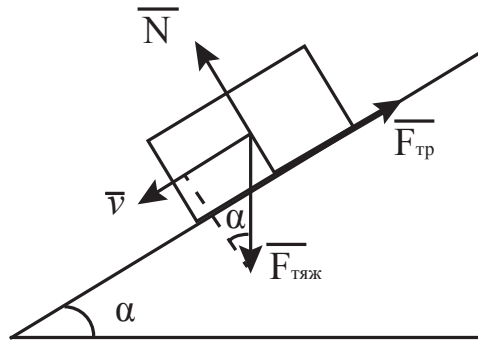


Рис. 6:

вдавливает, подминает под себя поверхность, отталкивается от нее (рис. 7). Катящемуся колесу не приходится цеплять множество мелких неровностей поверхности, как при скольжении тел.

Чем тверже поверхность, тем меньше сила трения качения. Например, по песку ехать на велосипеде труднее, чем по асфальту, так как на песке приходится преодолевать большую силу трения качения. Это связано с тем, что отталкиваться от твердых поверхностей легче, они не сильно вдавливаются. Можно сказать, что сила, которая действует со стороны колеса на твердую поверхность, не расходуется на деформацию, а почти вся возвращается в виде силы нормальной реакции опоры.

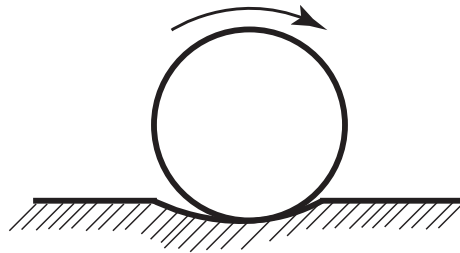


Рис. 7:

### Решение задач лабораторной работы

№1. Определение коэффициента трения скольжения.

Тело массой  $m$  поднимают равномерно по наклонной плоскости. К телу приложена постоянная сила  $F$  параллельная поверхности плоскости. Высота наклонной плоскости равна  $h$ , длина основания плоскости -  $L$ . Необходимо найти коэффициент трения скольжения  $\mu_{slip}$ .

Делаем рисунок к задаче и обозначаем на нём все силы, действующие на тело (рис. 8).

На тело действуют четыре силы: сила трения  $\vec{F}_{fr}$ , сила реакции опоры  $\vec{N}$ , сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила  $\vec{F}$ . Записываем в векторной форме уравнение второго закона Ньютона для тела:

$$m\vec{a} = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F} + \vec{F}_{fr} \quad (3)$$

Выбираем оси координат: ось  $x$  направлена по наклонной плоскости вверх, ось  $y$  -

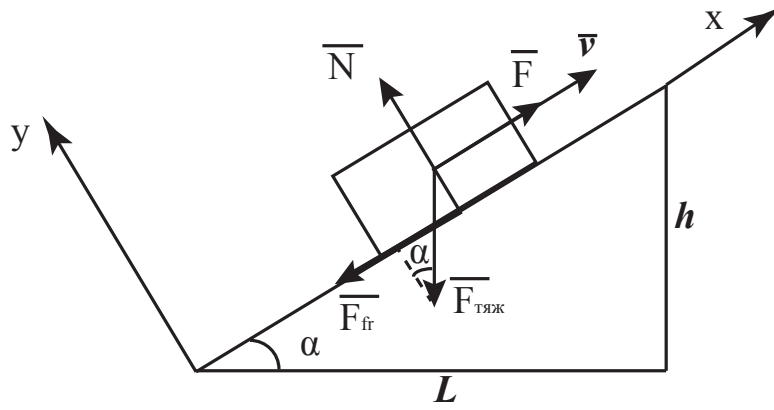


Рис. 8:

перпендикулярна оси  $x$  (рис. 8). Ускорение тела будет равно нулю  $\vec{a} = 0$ , потому что движение тела равномерное прямолинейное. Делаем проекции уравнения (3) на оси.

$$ox : 0 = F - F_{fr} - mg \sin \alpha \quad oy : 0 = N - mg \cos \alpha \quad (4)$$

Выражаем силу трения из уравнений (4):

$$F_{fr} = F - mg \sin \alpha \quad (5)$$

Перепишем уравнение (5), используя уравнения  $F_{fr} = \mu_{slip} N$  и (4):

$$F - mg \sin \alpha = \mu_{slip} mg \cos \alpha \quad (6)$$

Из уравнения (6) выражаем коэффициент трения скольжения:

$$\mu_{slip} = \frac{F}{mg \cos \alpha} - \operatorname{tg} \alpha \quad (7)$$

Используя тригонометрические формулы и теорему Пифагора, можем расписать  $\cos \alpha$  и  $\operatorname{tg} \alpha$  через  $h$  и  $L$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{L} \quad \cos \alpha = \frac{L}{\sqrt{h^2 + L^2}}. \quad (8)$$

Объединяя уравнения (7) и (8), получаем расчетную формулу для определения коэффициента трения скольжения:

$$\mu_{slip} = \frac{F \sqrt{h^2 + L^2}}{mgL} - \frac{h}{L}. \quad (9)$$

№2. Определение коэффициента трения покоя.

Тело покоится на наклонной плоскости и на него действуют три силы: сила тяжести  $m\vec{g}$ , сила реакции опоры  $\vec{N}$ , сила трения покоя  $\vec{F}_{fr}$ . Максимальная сила трения покоя будет наблюдаться при максимальном угле подъема, при котором тело начинает двигаться. Необходимо определить коэффициент трения покоя  $\mu_{stat}$ . Высота и длина основания наклонной плоскости при максимальном угле подъема равны  $h$  и  $L$ , соответственно.

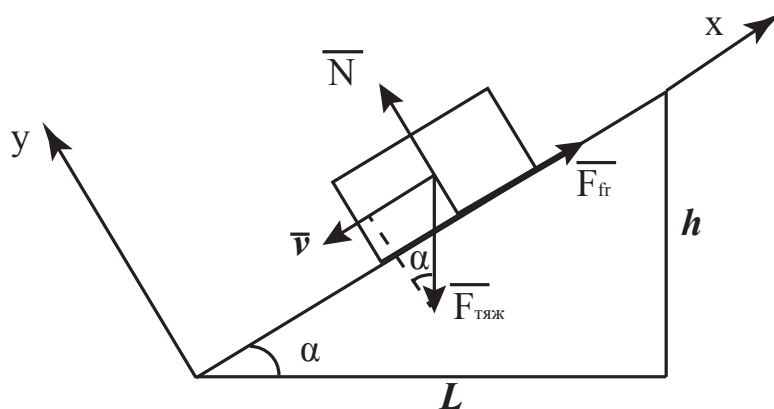


Рис. 9:

Решение задачи будет производиться аналогично первой задаче. Сделаем рисунок к задаче, обозначим силы и оси координат (рис. 9). Далее запишем в векторной форме уравнение второго закона Ньютона и сделаем его проекции на оси  $x$  и  $y$ :

$$0 = m\vec{g} + \vec{N} + \vec{F}_{fr}; \quad (10)$$

$$ox : 0 = -F_{fr} - mg \sin \alpha; \quad (11)$$

$$oy : 0 = N - mg \cos \alpha. \quad (12)$$

Сила трения покоя рассчитывается по формуле  $\vec{F}_{fr} = \mu_{stat}\vec{N}$ . Подставив это уравнение в формулы (11) и (12), получим:

$$mg \sin \alpha = \mu_{stat} mg \cos \alpha. \quad (13)$$

Из уравнения (13) можно определить коэффициент трения покоя:

$$\mu_{slip} = \operatorname{tg} \alpha = \frac{h}{L}. \quad (14)$$

## Установка

- 1 Наклонная плоскость
- 2 Линейка
- 3 Исследуемое тело (деревянный брусок с крючком)
- 4 Динамометр
- 5 Подвижный упор (деревянный брусок)

## Выполнение работы

Определение коэффициента трения скольжения.

1. С помощью динамометра определить вес тела ( $\vec{P}$ ). Необходимо повесить на динамометре груз за крючок и записать показание динамометра. Полученное значение равно весу тела  $P = mg$ .
2. Установить малый угол на наклонной плоскости. (Выставить брусок на отметку 35см, примерно.) Положить на поверхность наклонной плоскости груз с крючком.

3. Поднять груз вверх по наклонной плоскости используя динамометр. Динамометр крепим за крючок и располагаем параллельно плоскости. Груз должен двигаться равномерно (скорость постоянная).
4. Занести показания динамометра ( $F$ ) в таблицу №1.
5. Провести измерения 3 раза, повторить пункты 3 и 4. Занести в таблицу №1 высоту бруска ( $h$ ), положение бруска ( $L$ ).
6. Выполнить пункты 2-5 для трёх разных углов. Например, для положений бруска: 10, 20, 35 см.
7. Записать в таблицу №1 средние значения приложенной силы ( $\langle F \rangle$ ) для разных углов.
8. Рассчитать коэффициент трения скольжения ( $\mu_{slip}$ ) по формуле (9). Результаты занести в таблицу №1.

Таблица 1: Определение коэффициента трения скольжения

	$h$ , м	$L$ , м	$F$ , Н	$\langle F \rangle$ , Н	$\mu_{slip}$
<b>1</b>					
<b>2</b>					
<b>3</b>					

Определение коэффициента трения покоя.

9. Положить груз на наклонную плоскость и медленно сдвигать нижний брусок, увеличивая угол наклона плоскости. Зафиксировать максимальный угол подъема, при котором груз начинает двигаться.
10. Повторить пункт 9 пять раз и занести значения в таблицу №2.
11. Рассчитать коэффициент трения покоя по формуле (14) и внести в таблицу №2.

Анализ результатов:

Провести сравнение полученных коэффициентов трения. Сделать анализ зависимости силы трения от площади контакта тела с поверхностью.

## Рекомендованная литература для подготовки к сдаче работы:

- 1 Савельев
- 2 ...
- 3 ...

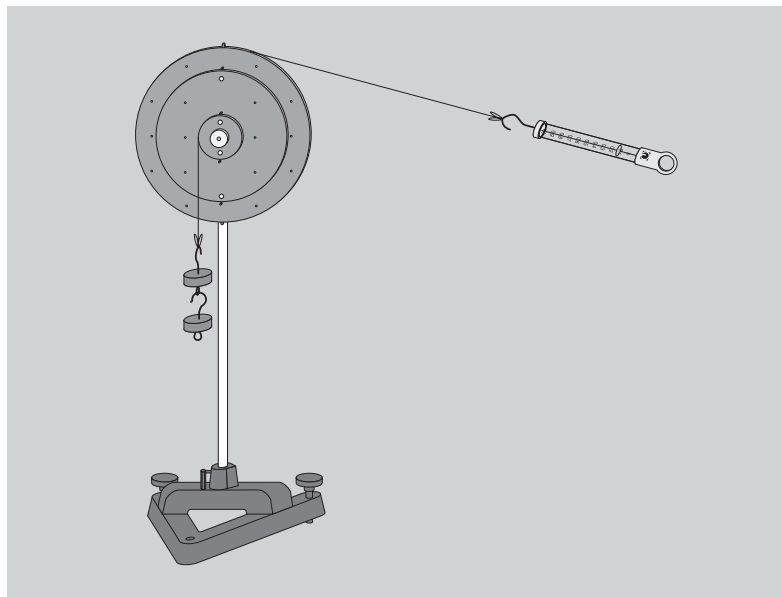
Таблица 2: Определение коэффициента трения покоя

	$h, \text{ м}$	$L, \text{ м}$	$\langle L \rangle, \text{ м}$	$\mu_{stat}$
<b>1</b>				
<b>2</b>				
<b>3</b>				
<b>4</b>				
<b>5</b>				

## Вопросы к работе

1. Что такое вектор?
2. Что такое сила?
3. Сформулируйте второй закон Ньютона.
4. Что такое равнодействующая сила?
5. Запишите второй закон Ньютона для тела, покоящегося на наклонной плоскости, а также проекции этого векторного уравнения на: вертикальную ось; горизонтальную ось; ось, параллельную наклонной плоскости; ось, перпендикулярную наклонной плоскости.
6. Что такое вес тела? Куда направлена и чему равна эта сила?
7. Как изменяется вес тела, покоящегося на наклонной плоскости, с изменением угла наклона плоскости к горизонту?
8. Чем обусловлена сила реакции опоры?
9. Как связаны сила реакции опоры и вес тела?
10. Что такое проекция вектора на ось?
11. Куда направлена сила реакции опоры?
12. Имеется вектор длиной  $S$ , образующий угол  $\alpha$  с горизонталью. Найти проекцию этого вектора на ось, образующую угол  $\beta$  с вертикалью.
13. На тело действуют три силы:  $0,4 \text{ Н}$  вправо - вверх под углом  $30$  градусов к горизонту;  $0,7 \text{ Н}$  вправо – вверх под углом  $45$  градусов к горизонту;  $0,8 \text{ Н}$  вправо – вверх под углом  $60$  градусов к горизонту. Найти проекцию равнодействующей этих сил на вертикальную ось.
14. На тело действуют три силы:  $2 \text{ Н}$  влево по горизонтали;  $1 \text{ Н}$  вниз по вертикали; сила неизвестной величины: вправо – вверх под углом  $30$  градусов к горизонтали. Может ли тело находиться в покое?
15. Тело массой  $200 \text{ г}$  лежит на горизонтальном столе; коэффициент трения материала тела о стол равен  $0,07$ . Найти силу трения покоя, действующую на тело.

16. Как определить силу трения, действующую на тележку, из ваших экспериментальных данных?
17. Тело массой 150 г лежит на наклонной плоскости, образующей угол 7 градусов с горизонтом, коэффициент трения тела о наклонную плоскость равен 0,18. Чему равна сила, действующая на тело со стороны наклонной плоскости?
18. Нарисуйте чертеж установки, использованной вами в эксперименте. Нарисуйте на нем все силы, действующие на тележку. Запишите проекцию второго закона Ньютона, записанного для тележки, на наклонную плоскость. Рассмотрите случаи максимального и минимального показаний динамометра.
19. Подтверждает ли выполненный вами эксперимент предсказание теории о величине проекции силы тяжести на наклонную плоскость. Предложите числовой критерий, описывающий расхождение ваших экспериментальных данных с предсказаниями теории.
20. Как сила трения тела о наклонную плоскость зависит от угла наклона плоскости к горизонту?
21. От чего зависит сила трения скольжения?
22. От чего зависит сила трения качения?
23. Какой контрольный способ измерения коэффициента трения покоя, не использующий динамометра, вы можете предложить?
24. Если ненагруженный динамометр показывает 0,04 Н – какой это вид ошибки измерения? Как учесть эту ошибку?
25. Если в двенадцати последовательных измерениях одной и той же силы при одном и том же угле наклона плоскости к горизонту получается следующий ряд значений: 0,13, 0,12, 0,13, 0,14, 0,12, 0,13, 0,12, 0,14, 0,25, 0,13, 0,14, 0,12 – какие это виды ошибок? Как их учесть?
26. На наклонной плоскости лежат два тела, связанные нитью: - тело I имеет массу 200 г и коэффициент трения о плоскость, равный 0,1; - тело II имеет массу 400 г и коэффициент трения о плоскость, равный 0,15. При каком наибольшем угле наклона плоскости к горизонту система тел будет находиться в покое?



**Рис. 2.** Экспериментальная установка для изучения условия равновесия рычага.

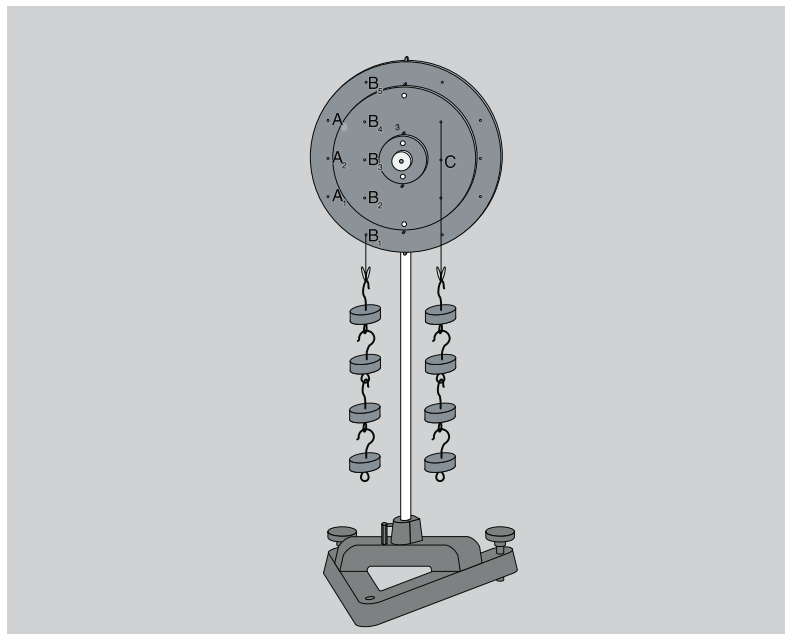
## Описание эксперимента

Колесо, закрепленное на оси хорошо подходит для изучения условия равновесия. Нить можно закрепить на шкивах (цилиндрических канавках, расположенных на разных расстояниях от оси вращения), так чтобы сила  $F$  была направлена по касательной к окружности, при этом момент силы можно найти по формуле (4). Поскольку на колесе есть шкивы трех разных радиусов (2,5 см, 7,5 см и 10,0 см), колесо можно использовать как неравноплечий рычаг. При этом, подвешивая с одной стороны грузики по 50 г, которые под действием силы тяжести действуют на колесо с силой  $F_2$ , а с другой стороны при помощи динамометра измерив противодействующую силу  $F_1$ , можно изучить, как зависит сила  $F_1$  от величины силы  $F_2$ , ее плеча  $r_2$  и плеча первой силы  $r_1$ . Силу, действующую со стороны грузиков можно записать как

$$F_2 = mg$$

где  $g$  – ускорение свободного падения,  $m$  – общая масса всех грузиков.

В колесе также имеются отверстия, расположенные на равных расстояниях, через которые можно продеть пет-



**Рис. 3.** Экспериментальная установка для изучения зависимости момента силы от точки приложения.

лю из нити и подвесить грузики. Когда колесо повернуто так, чтобы направление действия силы совпадало с направлением ряда из отверстий, можно изучить, как зависит момент силы от точки ее приложения.

## Порядок выполнения работы

### а) Изучение условия равновесия. Соотношение между силами $F_1$ и $F_2$

1. Закрепите нить на внутреннем шкиве ( $r_2 = 2,5$  см) и подвесьте на нее два грузика.
2. Закрепите нить на внешнем шкиве ( $r_1 = 10$  см), так чтобы она огибала шкив как минимум четверть окружности, и прикрепите другой конец нити к динамометру (рис. 2).
3. Измерьте и запишите силу  $F_1$ , при которой колесо находится в равновесии.
4. Повторите измерения с 3, 4, 5, 6, 7 и 8 грузиками.
5. Результаты измерений занесите в таблицу.



№ опыта	Количество грузиков	$m$ , г	$F_2 = mg$ , Н	$F_1$ , Н
1				
2				
		...		

### б) Изучение условия равновесия. Соотношение между плечами сил $r_1$ и $r_2$

1. Закрепите нить на внешнем шкиве ( $r_1 = 10$  см), так чтобы она огибала шкив как минимум четверть окружности, и прикрепите другой конец нити к динамометру.
2. Закрепите нить на среднем шкиве ( $r_2 = 7,5$  см) и подвесьте на нее 4 грузика.
3. Измерьте и запишите силу  $F_1$ , при которой колесо находится в равновесии.
4. Повторите измерения, закрепив нить с грузиками на внешнем шкиве ( $r_2 = 10$  см).
5. Повторите измерения пп 2–4, закрепляя нить динамометра на среднем и внутреннем шкивах.
6. Результаты измерений занесите в таблицу.

№ опыта	$r_1$ , см	$r_2$ , см	$r_1/r_2$	$F_1$ , Н
1				
2				
		...		

### в) Изучение зависимости момента силы от точки ее приложения

1. Соберите установку как показано на рисунке 3. Четыре ряда отверстий должны располагаться вертикально.

2. Вставьте нить в отверстия ( $B_1$ ) and (C), подвесьте за них грузики (по 4 шт.) и проверьте, наблюдается ли равновесие.
3. Переставьте левую нить с двумя грузиками поочередно в отверстия ( $A_{1-3}$ ), и пронаблюдайте за равновесием.

### Обработка результатов

1. По данным, полученным в упражнении а) постройте график зависимости силы  $F_1$  от массы
2. По данным, полученным в упражнении б) постройте график зависимости силы  $F_1$  отношения радиусов шкивов  $r_1/r_2$ .
3. Объясните полученные результаты.

### Вопросы для подготовки

1. Скалярные и векторные величины. Операции над векторами (сложение, умножение на число, скалярное и векторные произведения)
2. Сила. Законы Ньютона.
3. Момент силы. Направление и абсолютная величина.
4. Условие равновесия тела. Правило рычага.

# 122

## Определение момента инерции махового колеса способом колебаний

### Решаемые задачи

- Знакомство с методом измерения момента инерции тела методом колебаний;
- Изучение теоремы Штайнера;
- Определение момента инерции махового колеса.

### Оборудование

Маховое колесо на станине .....	1 шт.
Вспомогательные тела .....	1 шт.
Секундомер .....	1 шт.
Штангенциркуль .....	1 шт.
Весы .....	1 шт.

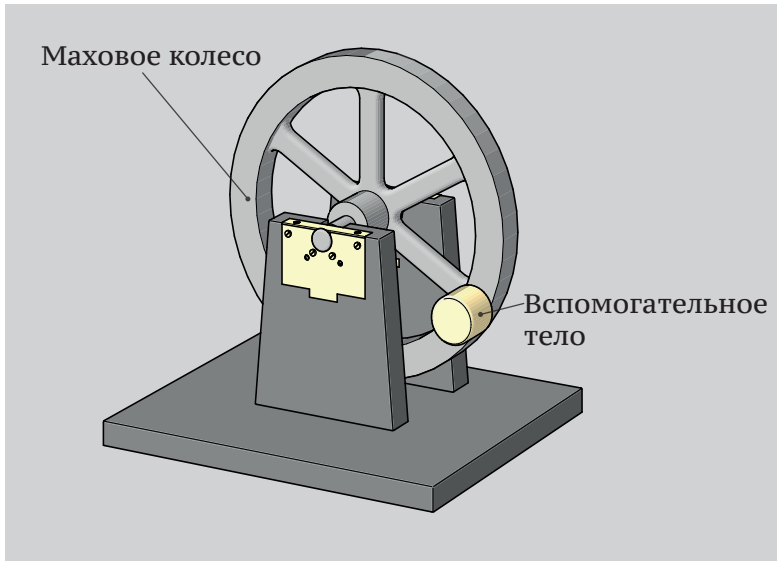


Рис. 1. Экспериментальная установка для изучения колебаний махового колеса

## Описание эксперимента

Экспериментальная установка (см. рис.1) представляет собой массивное маховое колесо, которое может вращаться с малым трением вокруг горизонтальной оси. Ось вращения проходит через центр тяжести махового колеса, поэтому оно находится в безразличном равновесии. Если на ободу махового колеса закрепить вспомогательное тело, система переходит в состояние устойчивого равновесия. Если теперь повернуть маховое колесо на угол  $\alpha_m$  и а затем отпустить, оно начнет совершать колебания с некоторым периодом  $T$ . При малых углах  $\alpha_m$  колебания махового колеса можно считать гармоническими:  $\alpha = \alpha_m \sin \omega_0 t$ .

При прохождении положения равновесия угловая скорость системы достигает максимального значения  $\alpha_m \omega_0$ , и следовательно, ее максимальная кинетическая энергия равна:

$$E_m = \frac{I \alpha_m^2 \omega_0^2}{2}.$$

В данном случае момент инерции системы  $I$  складывается из момента инерции махового колеса  $I_K$  и момента инерции вспомогательного тела  $I_T$ .

С другой стороны, потенциальная энергия системы равна:  $E = mgh$ , где  $m$  – масса вспомогательного тела,

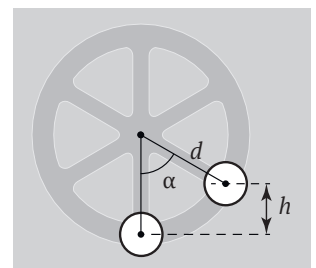


Рис. 2.

$h$  – высота его подъема из положения равновесия. Из рис. 2 очевидно, что

$$h = d - d \cos \alpha = 2d \sin^2 \frac{\alpha}{2},$$

где  $d$  расстояние от центра махового колеса до центра масс вспомогательного тела.

В случае малых колебаний (в нашем случае только их можно считать гармоническими) можно заменить  $\sin \alpha$  на  $\alpha$ . Если пренебречь силами трения, то на основании закона сохранения механической энергии, мы можем приравнять максимальные значения кинетической и потенциальной энергий. Выразив  $\omega_0$  через период колебаний, для момента инерции махового колеса получим:

$$I_{\text{к}} = I - I_{\text{т}} = mgd \frac{T^2}{4\pi^2} - I_{\text{т}}. \quad (1)$$

Все величины в правой части этого выражения доступны непосредственному измерению, что касается величины  $I_{\text{т}}$ , ее можно рассчитать на основании теоремы Гюйгенса-Штейнера:

$$I_{\text{т}} = I_0 + md^2. \quad (2)$$

Момент инерции вспомогательного тела  $I_0$  относительно оси параллельной оси вращения и проходящей через его центр масс можно найти, зная геометрические размеры тела. Для тела цилиндрической формы, которое используется в этой работе

$$I_0 = \frac{mR^2}{2}, \quad (3)$$

где  $R$  – радиус цилиндра.

## Порядок выполнения работы

1. Открутите и взвесьте вспомогательное тело.
2. Определите штангенциркулем диаметр вспомогательного тела  $D$  и расстояние  $d$  (рис. 2).
3. По формулам (3) и (2), рассчитайте момент инерции вспомогательного тела относительно оси симметрии  $I_0$  и момент инерции относительно оси вращения колеса  $I_{\text{т}}$ .

4. Закрепите тело на ободе махового колеса.
5. Отклоните маховое колесо на небольшой угол и отпустите его: колесо будет совершать колебания.
6. Определите по секундомеру время  $t$ , как можно большего числа  $N$  полных колебаний. Рассчитайте среднее значение периода одного колебания  $T = t/N$ .
7. Повторите пп 5-6 несколько раз (не меньше 5), найдите среднее значение периода колебаний  $\langle T \rangle$ .
8. Рассчитайте момент инерции махового колеса по формуле (1). Оцените погрешность эксперимента.

# 131

## Измерение скорости полета пули с помощью крутильного маятника

### Решаемые задачи

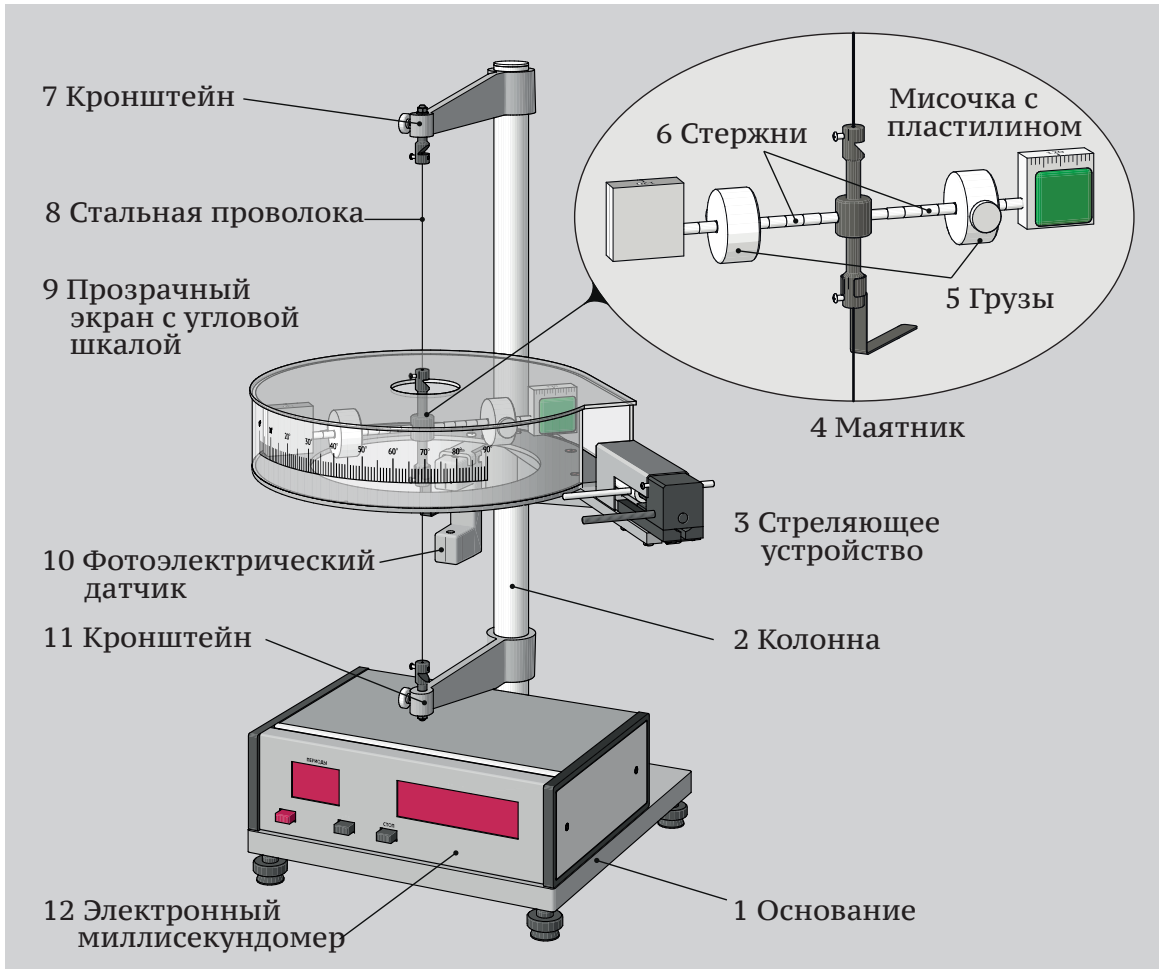
- Изучение законов динамики для вращательного движения;
- Изучение законов сохранения;
- Нахождение скорости пули.

### Оборудование

Крутильный баллистический маятник с электронной системой отсчета времени .....	1 шт.
Набор пуль .....	1 шт.

### Описание эксперимента

Общий вид маятника показан на рис. 1. Основание маятника оснащено регулировочными винтами для вы-



**Рис. 1.** Экспериментальная установка для измерения скорости полета пули

равнивания прибора. На основании установлена колонна 2, на которой закреплены три кронштейна. К среднему кронштейну прикреплено стреляющее устройство 3, прозрачный экран 9 с угловой шкалой и фотоэлектрический датчик 10. Кронштейны 7 и 11 имеют зажимы для крепления стальной проволоки 8. На ней подвешен маятник 4, состоящий из двух стержней 6, мисочек, наполненных пластилином, двух перемещаемых грузов 5. Фотоэлектрический датчик соединен с электронным миллисекундомером 12, для регистрации периодов колебаний маятника.



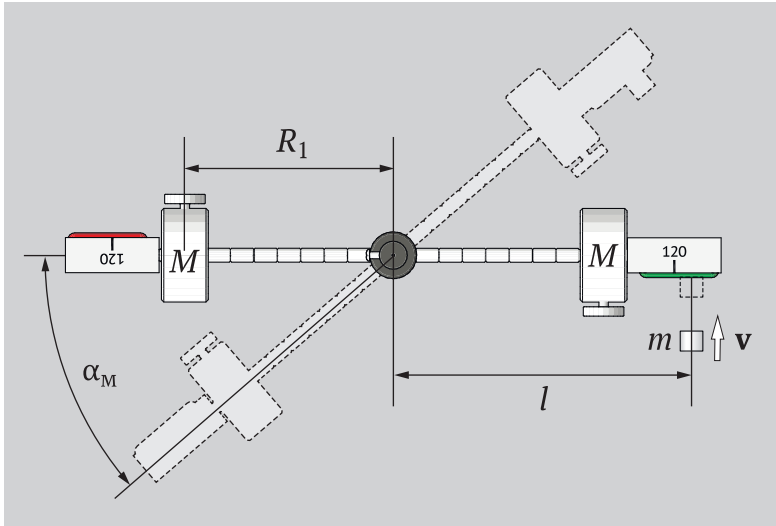


Рис. 2. Схема эксперимента

### Вывод рабочей формулы

После попадания пули в маятник он начинает колебаться вокруг вертикальной оси. Если время взаимодействия с пулей гораздо меньше периода колебаний маятника, то момент импульса в процессе удара должен сохраняться:

$$mvl = (I_1 + ml^2)\omega, \quad (1)$$

где  $m$  – масса пули,  $v$  – ее скорость,  $l$  – расстояние от оси вращения маятника до точки удара пули,  $I_1$  – момент инерции маятника относительно оси вращения,  $\omega$  – угловая скорость, которую он приобретет после удара.

Если пренебречь силами трения, то в процессе колебания крутильного маятника должна сохраняться механическая энергия. Тогда максимальное значение кинетической энергии будет равно максимальной потенциальной энергии:

$$\frac{(I_1 + ml^2)\omega^2}{2} = \frac{D\alpha_M^2}{2}. \quad (2)$$

Здесь  $D$  – модуль кручения (коэффициент пропорциональности момента упругих сил закрученной проволоки и угла, на который она закручена,  $M_{\text{упр}} = D\alpha$ ),  $\alpha_M$  – угол максимального отклонения маятника.

Модуль кручения  $D$ , по определению, связан с вращающим моментом  $M$  и углом, на который закручена струна соотношением

Из формул (1) и (2) для скорости полета пули получим выражение:

$$v = \frac{\alpha_M}{ml} \sqrt{D(I_1 + ml^2)}. \quad (3)$$

Учитывая, что  $ml^2 \ll I_1$ , это выражение можно упростить:

$$v = \frac{\alpha_M}{ml} \sqrt{DI_1}. \quad (4)$$

Для нахождения  $I_1$  и  $D$  можно использовать метод крутильных колебаний. Если тело, подвешенное на упругой нити (струне), вывести из положения равновесия путем поворота вокруг вертикальной оси на угол  $\alpha_M$  и предоставить самому себе, то в системе возникнут крутильные колебания.

Уравнение движения запишем:

$$I \frac{d^2 \alpha}{dt^2} = -D\alpha. \quad (5)$$

Решением этого дифференциального уравнения является гармоническая функция  $\alpha = \alpha_M \cos\left(\frac{2\pi}{T}t + \theta_0\right)$ , период  $T$  которой определяется выражением:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{D}}. \quad (6)$$

При изменении расстояния между грузами  $M$  (см. рис. 2) меняется момент инерции маятника и, следовательно, период колебаний. Для двух различных положений грузов можно записать:

$$\begin{aligned} T_1 &= 2\pi \sqrt{\frac{I_1}{D}}, & I_1 &= I_0 + 2MR_1^2, \\ T_2 &= 2\pi \sqrt{\frac{I_2}{D}}, & I_2 &= I_0 + 2MR_2^2. \end{aligned} \quad (7)$$

Здесь  $I_0$  – момент инерции маятника без грузов,  $R_1$ ,  $R_2$  – расстояния от оси вращения до центра грузов. Из

этих уравнений можно найти  $I_1$  и  $D$ , но вычислять их значения нет необходимости: достаточно подставить полученные аналитические соотношения в выражение (4). В этом случае рабочая формула для скорости пули примет вид:

$$v = \frac{4\pi\alpha_M M}{ml} \frac{T_1}{T_1^2 - T_2^2} (R_1^2 - R_2^2). \quad (8)$$

## Порядок выполнения работы

1. Включите установку в сеть переменного тока. Нажмите последовательно кнопки «Сеть» и «Сброс» на панели установки. Если установка исправна, на табло появятся нули. Проверьте светится ли лампочка фотоэлектрического датчика.
2. Максимально отдалите грузы 5 друг от друга, измерьте  $R_1$  (см. рис. 2).
3. Проверьте по шкале и, если нужно, установите нулевое положение маятника поворотом узла крепления проволоки.
4. Отведите пружину стреляющего устройства, заложите пулю и произведите выстрел.
5. Измерьте максимальный угол отклонения маятника  $\alpha_M$  и расстояние  $l$  до центра застрявшей пули.
6. Пропустите 2–3 первых колебания. Измерьте время 10–15 следующих, запустив миллисекундомер кнопкой «Сброс» и остановив его кнопкой «Стоп». (Число полных колебаний высвечивается на табло «Периоды».) Вычислите  $T_1$ .
7. Максимально сблизьте грузы, измерьте  $R_2$ .
8. Поверните рукой маятник на угол близкий к  $\alpha_M$  и отпустите.
9. Повторив пункт 6, определите период колебаний  $T_2$ .
10. Измерьте массу пули  $m$ .
11. Вычислите скорость полета пули по формуле (8). Масса грузов указана на приборе.

# 132

## Маятник Максвелла

### Решаемые задачи

- Изучение законов динамики вращательного движения;
- Изучение законов сохранения;
- Определение моментов инерции.

### Оборудование

Маятник Максвелла .....	1 шт.
Металлические кольца .....	3 шт.
Штангенциркуль .....	1 шт.

## Описание эксперимента

Маятник Максвелла – это массивный диск, насаженный на ось, на которую с двух сторон намотаны нити. Под действием сил тяжести и натяжения нитей маятник опускается, убыстряя вращение. Падение маятника длится до тех пор, пока нити не размотаются на полную длину. Сообщив «рывок» нитям, маятник продолжает вращаться в том же направлении и, наматывая нити на ось, поднимается вверх. Достигнув верхней точки, диск опять начнет опускаться вниз и т.д. Таким образом, имеет место колебательное движение диска маятника Максвелла вверх и вниз.

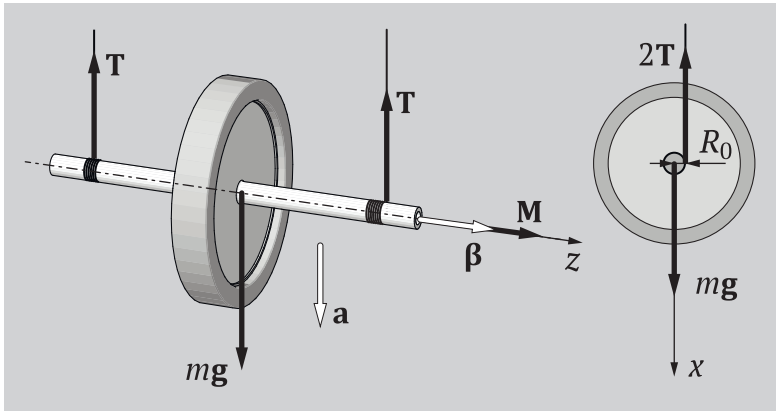


Рис. 1. Маятник Максвелла

Рассмотрим метод определения момента инерции при помощи маятника Максвелла. На рис.1 указаны силы, действующие на маятник. Для описания движения маятника удобно выбрать систему отсчета, связанную с центром масс маятника. Центр масс маятника опускается вниз с линейным ускорением  $a$ . Уравнение движения центра масс маятника

$$ma = mg + 2T. \quad (1)$$

где  $2T$  – результирующая сила натяжения обеих нитей,  $m$  – масса маятника. Кроме того, маятник совершает вращательное движение вокруг горизонтальной оси, проходящей через центр масс под действием момента силы натяжения нитей  $M = R_0 \times 2T$ , где  $M$  – момент силы  $2T$ ,  $R_0$  – плечо этой силы (радиус вала).

Основное уравнение вращательного движения

$$M = I\ddot{\alpha}. \quad (2)$$

где  $\ddot{\alpha}$  – угловое ускорение вращения маятника,  $I$  – момент инерции маятника.

Для решения уравнений (1) и (2) перейдем от векторной формы записи к скалярной. Спроектируем силы на направление движения маятника (ось  $x$  для поступательного движения и ось  $z$  для вращательного). Тогда уравнение движения принимает вид

$$ma = mg - T, \quad (3)$$

для вращательного движения

$$M = I\beta. \quad (4)$$

Так как центр масс маятника опускается на столько, на сколько раскручивается нить, то перемещение  $x$  центра масс связано с углом поворота  $\varphi$  соотношением:

$$x = \varphi R_0. \quad (5)$$

Дифференцируем это выражение дважды по времени, получим

$$a = \frac{d^2x}{dt^2} = R_0 \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \beta R_0. \quad (6)$$

С учетом (6) уравнение (4) преобразуется

$$R_0 T = I \frac{a}{R_0}. \quad (7)$$

или

$$T = I \frac{a}{R_0^2}.$$

Решая совместно (3) и (7), получим

$$a = \frac{mg}{m + \frac{I}{R_0^2}}. \quad (8)$$

$$T = \frac{mg}{1 + \frac{mR_0^2}{I}}. \quad (9)$$

Из уравнений (8) и (9) следует, что ускорение маятника и сила натяжения нити постоянны. Следовательно, если при опускании маятника координату его центра масс отсчитывать от точки его закрепления, то со временем координата меняется по закону для равноускоренного движения:

$$x = \frac{at^2}{2}. \quad (10)$$

Подставляя (10) в (9), получим для момента инерции маятника Максвелла следующее выражение

$$I = mR_0^2 \left( \frac{gt^2}{2x} - 1 \right) \quad (11)$$

или

$$I = \frac{mD^2}{4} \left( \frac{gt^2}{2x} - 1 \right), \quad (12)$$

в которое входят величины, которые легко измерить.  $D = 2R_0$  – внешний диаметр оси вместе с намотанной на него нитью,  $t$  – время опускания маятника,  $x$  – расстояние пройденное центром масс маятника,  $m$  – масса маятника.

Масса маятника складывается из массы оси маятника  $m_{\text{оси}}$ , массы диска маятника  $m_{\text{д}}$ , массы кольца  $m_{\text{к}}$ , которое может быть надето на диск маятника.

## Конструкция прибора

Общий вид маятника Максвелла показан на рис. 2. Основание 1 оснащено регулировочными ножами, которые позволяют произвести выравнивание прибора. В основании закреплена колонна 9, к которой прикреплен неподвижный верхний кронштейн и подвижный нижний кронштейн. На верхнем кронштейне находится электромагнит 8, фотоэлектрический датчик и вороток для закрепления и регулирования длины нити подвески маятника. Нижний кронштейн вместе с прикрепленным к нему фотоэлектрическим датчиком 3 можно перемещать вдоль колонки и фиксировать в нужном положении.

Маятник 4 – это диск 7, закрепленный на цилиндрической оси 6, на который надеваются цилиндрические

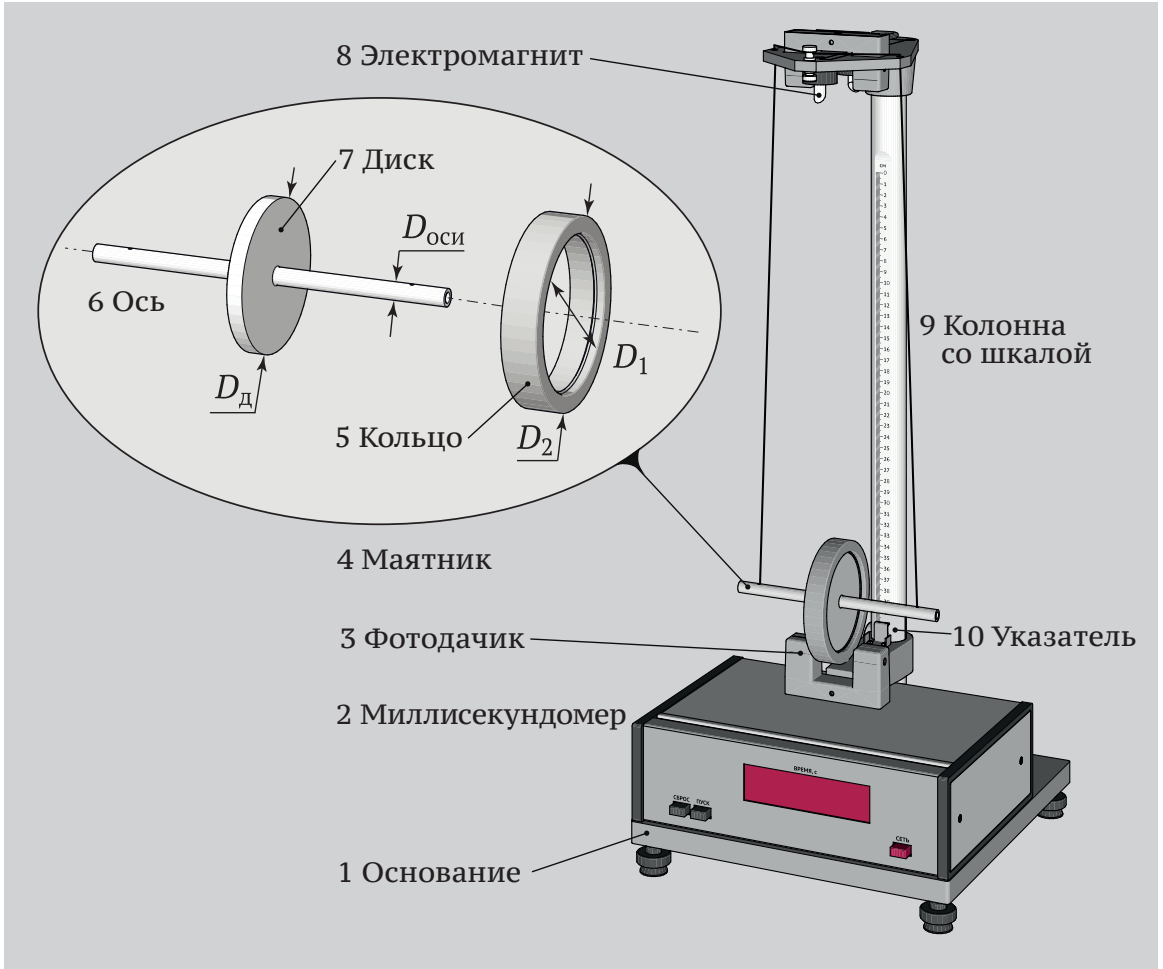


Рис. 2. Экспериментальная установка

кольца 5, изменяя, таким образом момент инерции системы.

Маятник с надетым кольцом удерживается в верхнем положении электромагнитом. Колонка прибора снабжена миллиметровой шкалой с указателем 10 для определения хода  $x$  маятника.

Фотоэлектрические датчики соединены с миллисекундомером 2. На лицевой панели секундомера находятся следующие ручки управления: «Сеть» – включатель сети. Нажатие этой клавиши включает напряжение питания. При этом включаются лампочки фотоэлектрических датчиков. «Сброс» – установка нуля миллисекундомера. «Пуск» – управление электромагнитом, при нажатии этой клавиши выключается электромагнит.



## Порядок выполнения работы

Нижний кронштейн прибора должен быть зафиксирован в крайнем нижнем положении.

1. Измерить размеры маятника – диаметр оси  $D_{\text{оси}}$ , диаметр диска  $D_{\text{д}}$ , внутренний и внешний диаметры для каждого кольца  $D_1$  и  $D_2$ . Результаты измерений занесите в таблицу. Туда же запишите массу каждой детали (массы отдельных частей маятника указаны на них).

Тело	Диаметр, м	Масса, кг	Момент инерции, кг·м <sup>2</sup>
Ось	$D_{\text{оси}} =$		
Диск	$D_{\text{д}} =$		
Кольцо 1	$D_1 =$		
	$D_2 =$		
Кольцо 2	$D_1 =$		
	$D_2 =$		
Кольцо 3	$D_1 =$		
	$D_2 =$		

2. Рассчитать моменты инерции для тел, образующих маятник, и занести результаты в ту же таблицу. Ось и диск имеют цилиндрическую форму, поэтому

$$I_{\text{оси}} = \frac{m_{\text{оси}} D_{\text{оси}}^2}{8}, \quad I_{\text{д}} = \frac{m_{\text{д}} D_{\text{д}}^2}{8}.$$

Момент инерции для каждого из колец определить по формуле

$$I_{\text{к}} = \frac{m_{\text{к}} (D_1^2 + D_2^2)}{8}.$$

3. Измерить диаметр нити и оси маятника в различных сечениях, найти среднее значение. Определить диаметр оси маятника вместе с намотанной на него нитью  $D = D_{\text{оси}} + D_{\text{нити}}$ .
4. На диск маятника надеть одно из колец, прижимая его до упора.

5. Подобрать длины нити подвеса маятника таким образом, чтобы край стального кольца после опускания маятника в нижнее положение находился на два миллиметра ниже фотоэлектрического датчика. Одновременно проверить, чтобы ось маятника была параллельна основанию прибора.
6. Нажать клавишу «Сеть».
7. Аккуратно, виток в витку, намотайте нить на ось бтак, чтобы диск с кольцом прижимался к щечкам электромагнита. Проверьте, удерживает ли электромагнит диск. Повернуть маятник на угол около  $5^\circ$  в направлении, в котором нити будут разматываться.
8. Зафиксировать маятник при помощи электромагнита, повернуть маятник на угол около  $5^\circ$ .
9. Нажать клавишу «Сброс».
10. Нажать клавишу «Пуск». Диск с кольцом начнет падать, и одновременно включится миллисекундомер. Когда диск прервет нижний световой луч отсчет времени прекратится.
11. Записать в таблицу измеренное значение времени падения маятника  $t$ .
12. Повторить измерения 5 раз и определить среднее время падения маятника  $t_{\text{ср}}$ .
13. По шкале на колонне прибора определить и записать расстояние  $x$ , пройденное маятником.
14. Определить массу маятника вместе с надетым на него кольцом  $m = m_{\text{оси}} + m_{\text{д}} + m_{\text{к}}$ .
15. Вычислите момент инерции  $I$  маятника Максвелла с кольцом по формуле

$$I = \frac{mD^2}{4} \left( \frac{gt_{\text{ср}}^2}{2x} - 1 \right).$$

Рассчитайте момент инерции кольца по формуле

$$I_{\text{к}} = I - I_{\text{оси}} - I_{\text{д}}. \quad (13)$$

Все измеренные и вычисленные значения занесите в таблицу:

Тело	Время падения, с		Путь $x$ , м	$I$ , кг·м <sup>2</sup>	$I_k$ , кг·м <sup>2</sup>
	$t_i$ , с	$t_{cp}$ , с			
Кольцо 1					
Кольцо 2					
Кольцо 3					

16. Прделайте эксперимент с двумя другими кольцами.
17. Сравните для каждого из колец значение момента инерции, полученных из размеров и массы кольца со значением, полученным с помощью маятника Максвелла. Объясните полученные результаты.

# Приложение

## Момент инерции материальной точки и твердого тела произвольной формы

Моментом инерции материальной точки массой  $m$  относительно некоторой оси вращения называют величину  $I = mr^2$ , где  $r$  – расстояние от материальной точки до оси вращения. Для твердого тела момент инерции относительно некоторой оси можно вычислить как сумму моментов инерции всех материальных точек, составляющих материальное тело, т.е.

$$I = \sum_i m_i r_i^2, \quad (14)$$

где  $m_i$  – массы материальных точек, составляющих тело,  $r_i$  – расстояние их от оси вращения.

Если вещество в твердом теле распределено непрерывно, то вычисление момента инерции сводится к вычислению интеграла

$$I = \int r^2 dm, \quad (15)$$

где  $r$  – расстояние от элементарной массы  $dm$  до оси вращения. Интегрирование должно производиться по всей массе тела.

Рассчитаем момент инерции маятника Максвелла. Маятник Максвелла можно представить как совокупность полных цилиндров (диска, надетого на ось и кольца) и сплошного цилиндра (ось маятника).

## Момент инерции цилиндра

Разобьем цилиндр радиуса  $R$  на концентрические слои толщиной  $dr$ . Пусть радиус какого-то слоя —  $r$ , тогда масса частиц, заключенных в этом слое

$$dm = \rho dV = \rho 2\pi r h dr, \quad (16)$$

где  $dV$  — объем слоя,  $h$  — высота цилиндра,  $\rho$  — плотность вещества цилиндра. Все частицы слоя находятся на расстоянии  $r$  от оси, следовательно момент инерции этого слоя

$$dI = r^2 dm = 2\pi \rho h r^3 dr. \quad (17)$$

Момент инерции цилиндра найдем, проведя интегрирование по всем слоям:

$$I = \int dI = \int_0^R 2\pi \rho h r^3 dr = 2\pi \rho h \frac{R^4}{4}. \quad (18)$$

Так как масса цилиндра  $m = \rho \pi R^2 h$ , то момент инерции сплошного цилиндра будет равен

$$I = \frac{1}{2} m R^2. \quad (19)$$

## Момент инерции полого цилиндра (кольца)

Момент инерции полого цилиндра, имеющего внутренний радиус  $R_1$ , а внешний  $R_2$  можно вычислить также по формуле (18), изменив в интеграле пределы интегрирования

$$I = \int dI = 2\pi \rho h \int_{R_1}^{R_2} r^3 dr = 2\pi \rho h \left( \frac{R_2^4}{4} - \frac{R_1^4}{4} \right). \quad (20)$$

Зная, что масса полного цилиндра  $m = \rho \pi h (R_2^2 - R_1^2)$ , запишем момент инерции полного цилиндра следующим образом

$$I = \frac{1}{2} m (R_2^2 + R_1^2). \quad (21)$$

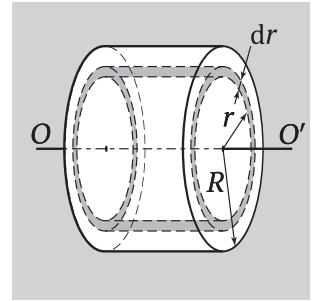


Рис. 3.

# 141

## Измерение ускорения свободного падения с помощью математического маятника

### Решаемые задачи

- Знакомство с методом измерения ускорения свободного падения методом математического маятника;
- Оценка адекватности описания имеющегося маятника моделью математического маятника;
- Измерение ускорения свободного падения.

### Оборудование

Массивный шар, подвешенный на труднорастяжимой нити .....	1 шт.
Рулетка .....	1 шт.
Секундомер .....	1 шт.

## Описание эксперимента

Математическим маятником называется *гипотетический* маятник, вся масса которого сосредоточена в одной точке, а расстояние до точки подвеса  $l$  не меняется при колебаниях.

На груз маятника действуют две силы — сила тяжести  $mg$  и сила натяжения нити  $T$ . В состоянии покоя эти силы уравновешивают друг друга.

Если маятник отклонить от положения равновесия то тело начинает двигаться с ускорением  $a_\tau$ , под действием равнодействующей сил тяжести и натяжения нити

$$F = mg + T.$$

Из рисунка видно, что равнодействующая сила направлена перпендикулярно нити и равна

$$F = -mg \sin \varphi.$$

При малых углах  $\varphi$  ( $\varphi < 6 \div 10^\circ$ ) выполняется условие, что  $\sin \varphi \approx \varphi$  и тогда  $F \approx -mg\varphi$ .

С другой стороны, при нерастяжимой нити груз будет двигаться по дуге с радиусом  $l$ , при этом ускорение  $a$  связано с угловым ускорением  $\beta = \frac{d^2\varphi}{dt^2} = \ddot{\varphi}$  соотношением:

$$a = \beta l = l \frac{d^2\varphi}{dt^2} = l\ddot{\varphi}.$$

Из второго закона Ньютона следует, что

$$ma = F,$$

или

$$ml\ddot{\varphi} = -mg\varphi.$$

Если поделить правую и левую части этого уравнения на  $l$ , получим:

$$\ddot{\varphi} + \omega_0^2\varphi = 0, \quad (1)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{g/l}$ . Выражение (1) является однородным дифференциальным уравнением второго порядка, описывающим гармонические колебания маятника. Решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = \varphi_m \cos(\omega_0 t + \theta),$$

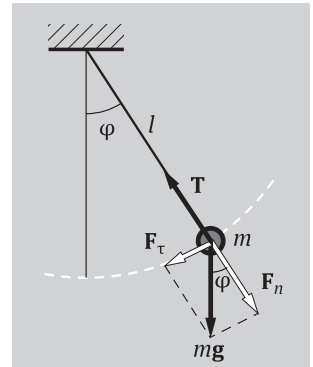


Рис. 1. Силы, действующие на математический маятник.

где  $\varphi_m$ ,  $\theta$  — амплитуда и начальная фаза колебаний. Величина  $\omega_0$  называется циклической частотой колебания математического маятника. Время одного полного колебания называется периодом колебаний  $T = 2\pi/\omega_0$ , для математического маятника период колебаний равен

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad (2)$$

Таким образом, период колебаний математического маятника не зависит от его массы и амплитуды колебаний.

Отсюда ясна идея одного из способов определения ускорения свободного падения  $g$ . Необходимо измерить длину  $l$  и период колебаний  $T$  математического маятника. Однако возникает вопрос: описываются ли свойства реального маятника (обладающего не пренебрежимо малыми размерами колеблющегося тела) моделью математического маятника?

Из выражения (2) следует, что квадрат периода колебаний математического маятника  $T^2$  прямо пропорционален его длине  $l$ . Значит, если в результате эксперимента окажется, что для нашего маятника такая зависимость имеет место, его можно считать математическим и определить ускорение свободного падения:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (3)$$

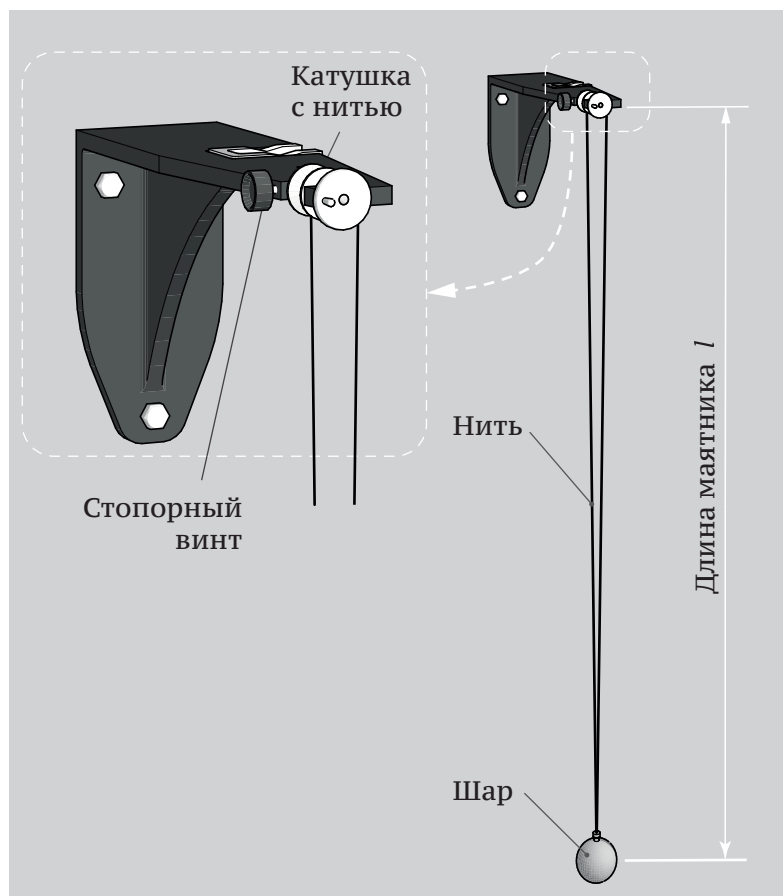
## Порядок выполнения работы

В данной работе математическим маятником служит стальной шарик, подвешенный бифилярно<sup>1</sup> на длинной легкой нити (рисунок 2).

Верхний конец нити намотан на катушку, установленную на полке крепления. Длину маятника можно регулировать, вращая катушку, для этого предварительно нужно освободить стопорный винт (а после того, как длина маятника подобрана — снова его закрутить). Длину маятника нужно измерять при помощи рулетки (если ее нет на рабочем месте — попросить у инженера или преподавателя).

<sup>1</sup> Бифилярная подвеска (на двойной нити) позволяет осуществлять колебания в одной плоскости.





**Рис. 2.** Экспериментальная установка для изучения колебаний математического маятника

1. Укоротите нить так, чтобы её длина между шариком и креплением маятника к стене равнялась бы  $20 \div 30$  см.
2. Измерьте длину маятника  $l$  – расстояние от точки подвеса до центра шара;
3. Отклоните шар так, чтобы шнур составлял с вертикалью угол не более  $10^\circ$  и отпустите шар.
4. Измерьте время 10 полных колебаний  $t_{10}$  и найдите период колебаний  $T = t_{10}/10$ .
5. Результаты измерений занесите в таблицу.

№ опыта	$l$ , м	$t_{10}$ , с	$T$ , с	$T^2$ , с <sup>2</sup>
1				
2				
		...		

- Увеличьте длину маятника на  $5 \div 10$  см.
- Повторите пп 2-5;
- Повторяйте измерения, каждый раз увеличивая длину маятника (пп 6-7) до тех пор, пока длина маятника не превзойдет  $120 \div 150$  см.

## Обработка результатов

- Для результатов каждого опыта рассчитайте квадрат периода колебаний  $T^2$  и занесите полученные значения в таблицу.
- Постройте график зависимости<sup>2</sup>  $T^2(l)$ .
- На графике найдите линейный участок. Определите наклон этого участка.

*Наклоном*, или тангенсом угла наклона называется значение тангенса угла, который образует прямая на графике с горизонтальной осью. Чтобы найти наклон по экспериментально полученному графику, нужно выбрать на прямой две любых точки и построить прямоугольный треугольник (рисунок 3). Наклон  $\operatorname{tg} \alpha$  в таком случае можно найти, разделив длину вертикальной стороны треугольника ( $y_2 - y_1$ ) на длину горизонтальной стороны ( $x_2 - x_1$ ). При этом значения  $y_2, y_1$  и  $x_2, x_1$  надо записывать с учетом выбранного при построении графика масштаба по каждой из осей.

В этой работе используется зависимость  $T^2(l)$  — то есть в качестве значений  $x_2, x_1$  нужно взять два значения длины маятника  $l$ , а в качестве  $y_2, y_1$  — значения  $T^2$ .

- По полученному значению наклона, найти ускорение свободного падения.

<sup>2</sup> Зависимость  $T^2(l)$  означает, что значения независимой переменной, в нашем случае  $l$  откладываются по горизонтальной шкале, а значения зависимой переменной  $T^2$  — по вертикальной.

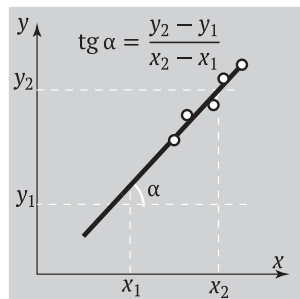


Рис. 3. Определение наклона прямой на графике

Формулу (2) можно переписать как

$$T^2 = (2\pi)^2 \frac{l}{g} = \frac{4\pi^2}{g} l.$$

Отсюда следует, что для математического маятника значение тангенса наклона графика  $T^2(l)$  должно быть равно  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{4\pi^2}{g}$ .

В таком случае ускорение свободного падения можно найти, используя полученное в п.3 значение наклона экспериментального графика:

$$g = \frac{4\pi^2}{\operatorname{tg} \alpha}. \quad (4)$$

5. Оцените погрешность полученного значения  $g$ .
6. Объясните полученные результаты.

# 142

## Измерение ускорения свободного падения с помощью оборотного маятника

### Решаемые задачи

- Знакомство с методом измерения ускорения свободного падения методом оборотного маятника;
- Измерение периода колебаний маятника;
- Измерение ускорения свободного падения.

### Оборудование

Оборотный маятник .....	1 шт.
Рулетка .....	1 шт.
Секундомер .....	1 шт.

### Описание эксперимента

Для определения ускорения свободного падения  $g$  можно воспользоваться физическим маятником. *Физическим маятником* называется абсолютно твердое тело,

которое может качаться вокруг неподвижной горизонтальной оси. При отсутствии силы трения уравнение движения маятника выглядит следующим образом:

$$I \frac{d^2 \varphi}{dt^2} = -mga \sin \varphi, \quad (1)$$

где  $m$  – масса тела,  $I$  – момент инерции относительно точки подвеса,  $a$  – расстояние от точки подвеса до центра тяжести,  $\varphi$  – угол отклонения маятника от положения равновесия. В случае малых колебаний в этом уравнении можно заменить  $\sin \varphi$  на  $\varphi$ . В результате получим уравнение гармонического колебания с периодом:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mga}}. \quad (2)$$

Частным случаем физического маятника является *математический маятник*. Так называется гипотетический маятник, вся масса которого сосредоточена в одной точке. В этом случае формула (2) упрощается (так как  $I = ml^2$ ,  $a = l$ , где  $l$  – длина маятника) и для ускорения свободного падения получим:

$$g = \frac{4\pi^2 l}{T^2}. \quad (3)$$

Отсюда ясна идея *одного из способов определения ускорения* свободного падения. Необходимо измерить длину и период математического маятника.

Сравнивая формулы (2) и (3), приходим к выводу, что физический маятник колеблется так же, как математический с длиной  $l = \frac{I}{ma}$ . Эта величина называется *приведенной длиной физического маятника*. Точка, удаленная от точки подвеса на расстояние  $l$  вдоль прямой, проходящей через центр масс, называется *центром качания*. Если маятник подвесить за центр качания, то период его колебаний не изменится (теорема Гюйгенса).

Важно иметь в виду, что тот же самый период колебаний маятника может получиться при закреплении его, вообще говоря, в бесконечном множестве точек. Такие точки называются точками взаимности. Исходя из этого определения, центр качания и точка подвеса являются

# 143

## Определение параметров физического маятника

### Решаемые задачи

- Оценка адекватности описания имеющегося маятника моделью физического маятника;
- Изучение теоремы Штайнера;
- Определение положения центра масс физического маятника.

### Оборудование

Физический маятник .....	1 шт.
Рулетка .....	1 шт.
Секундомер .....	1 шт.

## Введение

Физическим маятником называется твердое тело, укрепленное на неподвижной горизонтальной оси, не проходящей через его центр масс и способное совершать колебания относительно этой оси.

Колебания маятника являются частным случаем вращательного движения твердого тела вокруг неподвижной оси. Рассмотрим эту задачу исходя из II-го закона Ньютона для вращательного движения относительно оси, проходящей через точку подвеса  $O$  и перпендикулярной к плоскости чертежа на рис.

$$M = I\beta = I \frac{d^2\varphi}{dt^2}. \quad (1)$$

где  $I$  – момент инерции маятника относительно оси  $O$ ,  $\beta$  – угловое ускорение,  $M$  – суммарный момент всех сил, действующих на маятник при его движении, относительно оси  $O$ . В отсутствие сил трения  $M$  равен моменту силы тяжести, приложенной к центру масс маятника:

$$M = -mgl \sin \varphi, \quad (2)$$

где  $m$  – масса маятника,  $l$  – расстояние между центром масс  $C$  и точкой подвеса  $O$ ,  $\varphi$  – угол отклонения маятника от положения равновесия. Для малых углов  $\sin \varphi \approx \varphi$ , с учетом этого из (1) и (2) получается дифференциальное уравнение

$$I \frac{d^2\varphi}{dt^2} = -mgl\varphi.$$

Разделив правую и левую части уравнения на момент инерции тела  $I$ , получим:

$$\frac{d^2\varphi}{dt^2} + \omega_0^2\varphi = 0 \quad (3)$$

где  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgl}{I}}$ . Решение этого уравнения имеет вид

$$\varphi = \varphi_M \cos(\omega_0 t + \theta), \quad (4)$$

где  $\varphi_M$ ,  $\theta$  – амплитуда и начальная фаза колебаний. Величина  $\omega_0$  называется циклической частотой колебания.

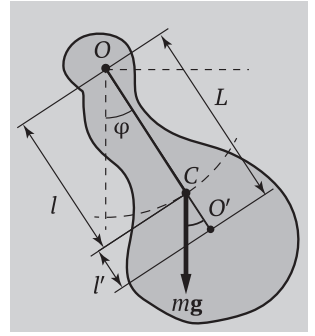


Рис. 1. Физический маятник.  $O$  – точка подвеса,  $C$  – центр масс,  $l$  – расстояние точки подвеса до центра масс

Время одного полного колебания  $T = 2\pi/\omega_0$  называется периодом, для физического маятника период колебания равен

$$T = 2\pi/\omega_0 = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgl}} = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \quad (5)$$

где  $L = I/ml$  – *приведенная длина физического маятника* – длина такого математического маятника, период колебаний которого совпадает с периодом колебания физического маятника. Точка  $O'$  (рис.), расположенная на расстоянии  $L$  от точки подвеса  $O$  на прямой, проходящей через центр масс  $C$ , называется *центром качаний*.

Согласно теореме Гюйгенса–Штейнера момент инерции тело относительно оси  $O$  можно найти как:

$$I = I_C + ml^2, \quad (6)$$

где  $I_C$  – момент инерции маятника относительно оси, проходящей через его центр масс  $C$  и параллельной оси  $O$ . С учетом этого, приведенная длина маятника равна

$$L = \frac{I}{ml} = \frac{I_C + ml^2}{ml} = \frac{I_C}{ml} + l. \quad (7)$$

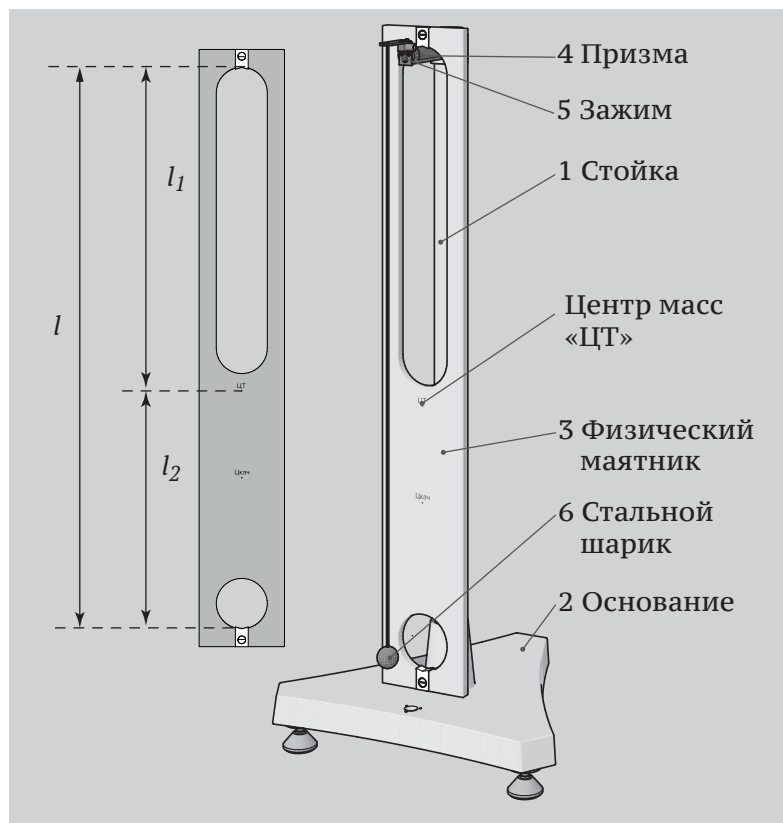
Точка подвеса  $O$  и соответствующий ей центр качаний  $O'$  – *взаимно обратимые* или *сопряженные* точки маятника. Это означает, что если точкой подвеса маятника сделать точку  $O'$ , то период колебаний маятника не изменится. В этом несложно убедиться, получив что новая величина приведенной длины

$$\begin{aligned} L' &= \frac{I_C}{ml'} + l' = \frac{I_C}{m(L-l)} + (L-l) = \\ &= \frac{I_C}{m\left(\frac{I_C}{ml} + l - l\right)} + \left(\frac{I_C}{ml} + l - l\right) = l + \frac{I_C}{ml} = L \end{aligned}$$

будет такой же, как и прежде,  $L' = L$ , а прежняя точка подвеса  $O$  станет новым центром качаний. Данное положение носит название *теоремы Гюйгенса*.



## Описание эксперимента



**Рис. 2.** Экспериментальная установка для изучения колебаний физического маятника

Лабораторная установка (рис. 2) состоит из вертикальной стойки 1, основания 2 и элементов подвеса математического и физического 3 маятников, состоящих из горизонтальной стальной призмы 4 и зажима 5. В качестве математического маятника применён стальной шарик 6 небольшого диаметра, подвешенный на нити в точке на линии продолжения ребра призмы, на которое опирается физический маятник. Изменять длину нити можно, наматывая её часть на детали зажима.

Центр тяжести маятника можно определить путем замера периодов колебания звена при подвешивании его на призму поочередно, на противоположные упоры. После этого, зная расстояние между упорами, можно вычислить положение центра масс.

Предположим, что мы определили периоды колебаний физического маятника  $T_1$  и  $T_2$ , подвешивая его в двух

разных точках, находящихся на некоторых расстояниях  $l_1$  и  $l_2$  по разную сторону от центра масс. В соответствии с (5) и (6) можно записать

$$T_1 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ml_1^2}{mgl_1}},$$

$$T_2 = 2\pi \sqrt{\frac{I_C + ml_2^2}{mgl_2}}.$$

Возведем в квадрат эти уравнения:

$$T_1^2 mgl_1 = 4\pi^2 (I_C + ml_1^2), \quad (8)$$

$$T_2^2 mgl_2 = 4\pi^2 (I_C + ml_2^2). \quad (9)$$

и учтем, что

$$l_1 + l_2 = l, \quad (10)$$

где  $l$  – расстояние между точками подвеса (рис. 2).

Решая систему уравнений (8)-(10) можно выразить положение центра масс через значения периодов колебаний  $T_1$ ,  $T_2$ , расстояния между упорами  $l$ , которые можно измерить экспериментально:

$$l_1 = l \frac{4\pi^2 l - gT_2^2}{8\pi^2 l - (T_1^2 + T_2^2)g}, \quad (11)$$

$$l_2 = l \frac{4\pi^2 l - gT_1^2}{8\pi^2 l - (T_1^2 + T_2^2)g}. \quad (12)$$

## Порядок выполнения работы

1. Измерить расстояние между точками подвеса маятника  $l$ .
2. Подвесить пластину на подвес один из двух упоров. Измерить период колебаний  $T_1$ , отсчитав десять полных колебаний, измерив время и поделив полученное время на десять.
3. Подвесить пластину на подвес другим ее упором. Измерить период колебаний  $T_2$ .

4. Повторить каждое измерение три раза.
5. Найти средние значения периодов колебаний  $\langle T_1 \rangle$  и  $\langle T_2 \rangle$ .
6. Вычислить расстояния  $l_1$  и  $l_2$  от точки подвеса до центра тяжести

$$l_1 = l \frac{4\pi^2 l - g \langle T_2 \rangle^2}{8\pi^2 l - (\langle T_1 \rangle^2 + \langle T_2 \rangle^2)g}, \quad (13)$$

$$l_2 = l \frac{4\pi^2 l - g \langle T_1 \rangle^2}{8\pi^2 l - (\langle T_1 \rangle^2 + \langle T_2 \rangle^2)g}. \quad (14)$$

7. Измерить рулеткой расстояния  $l_1$  и  $l_2$  на маятнике (положение центра масс на маятнике отмечено точкой и буква «ЦТ»).
8. Сравнить значения, полученные в пп 6 и 7, объяснить полученные результаты.

ся точками взаимности, но не единственно возможны. Поэтому расстояние между точками взаимности, которые легко установить по совпадению периодов колебаний, не всегда совпадает с приведенной длиной. Расстояние между точками взаимности равно приведенной длине физического маятника, только в том случае, если эти точки лежат на одной прямой с центром масс на разных расстояниях от него.

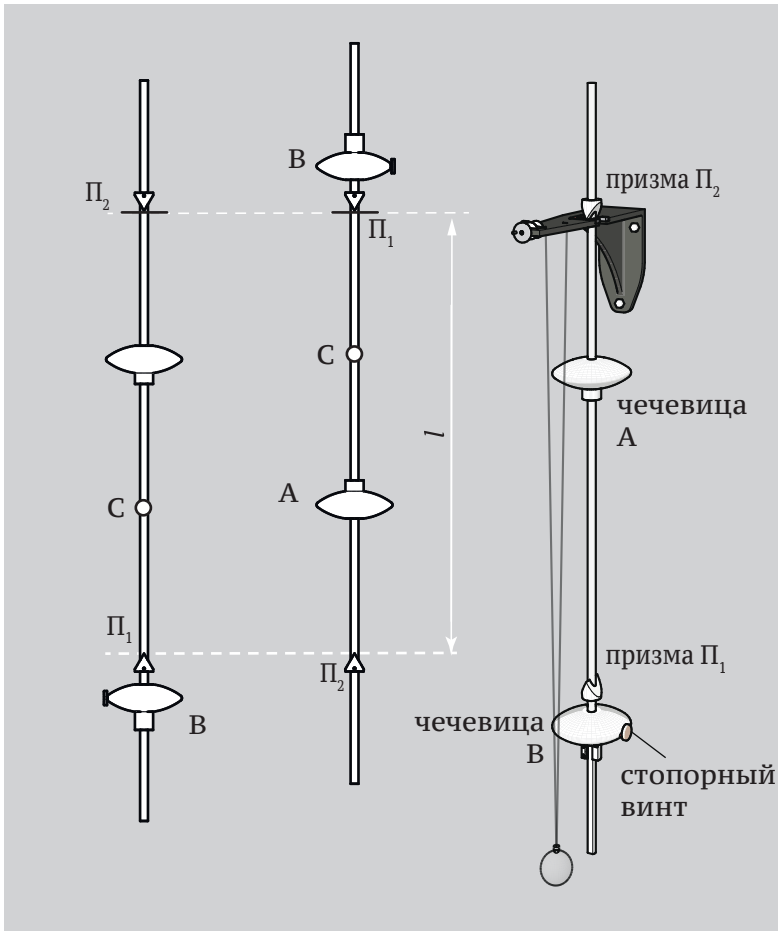


Рис. 1. Обратный маятник

Оборотный маятник – устройство для определения ускорения свободного падения. Он состоит из стального стержня, на котором жестко закреплены опорные стальные призмы  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$  и стальная чечевица А, находящаяся между ними (рис. 1). Другая стальная чечевица В находится на одном из концов стержня (не между призмами), она может перемещаться по стержню и закрепляться в

нужном положении. Перемещением этой чечевицы достигают совпадения периодов колебаний маятника, когда точками подвеса являются ребра опорных призм  $\Pi_1$  и  $\Pi_2$ . В этом случае ребра призм будут точками взаимности. Эти ребра закреплены асимметрично относительно центра масс  $C$ . Поэтому при совпадении периодов колебаний расстояние между ними дает приведенную длину физического маятника  $l$ . Измерив период его колебаний  $T$ , можно вычислить  $g$  по формуле (3).

При проведении измерений нужно отсчитывать как можно большее число колебаний. От числа отсчитанных колебаний зависит точность эксперимента – если считать, что время реакции человека, нажимающего кнопки на секундомере  $\approx 0,3$  с, то при измерении времени одного колебания точность определения периода будет равна  $0,3$  с, 10 колебаний –  $0,03$  с, 100 колебаний –  $0,03$  с. Поскольку  $T$  при изменении положения чечевицы изменяется незначительно (на несколько десятых секунды во всем диапазоне), то необходима точность измерения периода около  $0,01$  с.

### Порядок выполнения работы

1. Линейкой измерьте расстояние  $l$  между призмами.
2. Подвесьте маятник на одну из призм. Отклоните маятник на небольшой угол. Отсчитайте как можно больше полных колебаний  $n_1$  и определите по секундомеру время  $t_1$ , за которое они совершаются, рассчитайте период колебания  $T_1 = t_1/n_1$ .
3. Результаты измерений занесите в таблицу.

Положение чечевицы В, см	$t_1$ , с	$n_1$	$T_1 = t_1/n_1$ , с	$t_2$ , с	$n_2$	$T_2 = t_2/n_2$ , с
	...					

4. Подвесьте маятник на другую призму и отсчитайте как можно больше полных колебаний  $n_2$  и определите

по секундомеру время  $t_2$ , за которое они совершаются, рассчитайте период колебания  $T_2 = t_2/n_2$ . Результаты измерений занесите в таблицу.

5. Ослабьте стопорный винт и передвиньте чечевицу на 1–2 см. Закрепите чечевицу в новом положении, затянув винт.
6. Найдите периоды колебаний  $T_1$  и  $T_2$  для 7–10 положений чечевицы В.

### Обработка результатов

1. На одном поле координат постройте графики зависимости периодов колебаний  $T_1$  и  $T_2$  от положения чечевицы.
2. Найдите точку пересечения графиков, определите период колебания в точке взаимности  $T = T_1 = T_2$ .
3. Рассчитайте  $g$  по формуле (3).